MAX

5

NOVA

HAVO

Natuurkunde



NAAM EN KLAS:

MALMBERG



NATUURKUNDE

5 HAVO

Auteurs

Rick Cremers

Louis Lenders

François Molin

Eindredactie

Emile Verstraelen

Met medewerking van

Bart-Jan van Lierop

Hans Stevens

 Release 2.1, eerste oplage

Malmberg 's-Hertogenbosch

www.malmberg.nl/nova-natuurkunde

Inhoudsopgave

*keuzestof schoolexamen

Voorwoord

Nova is op zo'n manier opgebouwd, dat je de stof vanuit verschillende invalshoeken kunt benaderen. Elk hoofdstuk bestaat namelijk uit drie delen:
P: de praktijk; voorbeelden van toepassingen van de theorie.
T: de theorie; uitleg over natuurkundige concepten, modellen en experimenten. Aan het begin van iedere paragraaf staan leerdoelen vermeld. Deze zijn afgeleid van de eindtermen uit de syllabus, waarin staat wat je voor je centraal examen allemaal moet kunnen.
M: de maatschappij; waarom is kennis van de theorie belangrijk voor jou, als onderdeel van die maatschappij?
Bij alle drie de delen horen opdrachten.

Jouw eigen werkwijze

Je begint elk hoofdstuk met enkele digitale oriënterende opdrachten (Voorkennistoets). Vanzelfsprekend bepaal je samen met je docent hoe je de stof uit het hoofdstuk daarna gaat behandelen. Je kunt op verschillende manieren met *Nova* werken.

1 Vind je het belangrijk om eerst de **theoretische concepten** te bestuderen, om daarna te kijken hoe die theorie in de praktijk en de maatschappij wordt gebruikt? In dat geval begin je met het T-deel en doe je daarna het P-deel en een M-deel.
2 Ben je vooral geïnteresseerd in **toepassing**, begin dan met het P-deel. Daarna doe je het T-deel en een M-deel.
3 Wanneer je interesse vooral uitgaat naar het belang van natuurkunde voor de **maatschappij**, begin dan met een van de M-delen. De M-delen worden uitsluitend online aangeboden. Vervolgens doe je het P-deel of ga je direct naar het T-deel

Iedereen sluit af met het beantwoorden van de eindopdracht aan het einde van het T-deel. Indien je de theorie voldoende beheerst, moet je de opdrachten van het P-deel kunnen oplossen.

Opdrachten

De opdrachten kennen een verschillende opbouw. Voor sommige opdrachten staat een **+**. Dat zijn extra pittige opdrachten. Bij sommige hoofdstukken zijn examenopgaven opgenomen. Soms zijn ze bewerkt (*'naar'*), soms zijn ze letterlijk overgenomen (*'bron'*). Zo word je goed voorbereid voor het examen. Als er een ⧗ staat, heb je te maken met een opdracht uit de natuurkunde-olympiade. Bij havo komt dat zelden voor, bij vwo gebeurt dat vaker. Dit zijn in het algemeen pittige opgaven.

Oefenen

Was je in staat de opdrachten van het P-deel op te lossen, maar wil je toch nog kijken of je de stof echt beheerst? Maak dan de digitale **toets (Test jezelf)**. Besef dat de **Onthoud!** aan het einde van de paragraaf slechts dient om de kern van de paragraaf nog eens aan te geven. Deze samenvattingen volstaan NIET om een toets voor te bereiden. Om te controleren of je de begrippen uit dit hoofdstuk beheerst, kun je de online **flitskaarten** gebruiken.

Wij wensen je succes en plezier met *Nova*!

De auteurs



HOOFDSTUK 8

Zuinig met energie

Bij elke energieomzetting ontstaat ook energie die ongewenst is. Het is belangrijk voor je portemonnee, maar ook voor het milieu dat er zo min mogelijk van deze niet-nuttige energie ontstaat. Je kunt van alles doen om er in het dagelijkse leven voor te zorgen dat er zo min mogelijk energie verloren gaat. Veel energie wordt nu nog opgewekt uit fossiele brandstoffen die het milieu belasten en eens zullen opraken. Daarom wordt in toenemende mate gebruikgemaakt van duurzame energie. Deze energie is onuitputtelijk en belast het milieu veel minder.

Introductie

Praktijk

Theorie

Maatschappij

Wat weet je al over energie?

Leerdoelen
1 Je kent verschillende energie-omzettingen.
2 Je kunt werken met vermogen.
3 Je kunt rekenen aan kinetische energie.
4 Je kunt rekenen aan zwaarte-energie.
5 Je kunt rekenen aan chemische energie.
6 Je kunt werken met de wet van behoud van energie.

In de vorige leerjaren van Nova Natuurkunde heb je al een aantal dingen geleerd over energie. Je hebt deze kennis weer nodig wanneer je aan dit hoofdstuk begint. Wil je snel controleren wat je nog weet? Maak dan de volgende opdrachten.

Opdrachten voorkennis

1 Welke energie-omzetting vindt plaats als een steentje van een toren valt en er luchtwrijving optreedt?
☐ A zwaarte-energie → kinetische energie
☐ B zwaarte-energie → kinetische energie + warmte
☐ C zwaarte-energie + warmte → kinetische energie
☐ D kinetische energie → zwaarte-energie
☐ E kinetische energie → zwaarte-energie + warmte
☐ F kinetische energie + warmte → zwaarte-energie

2 Op het typeplaatje van een stofzuiger staat 230 V/700 W/50 Hz.
Hoe groot is het vermogen van de stofzuiger als die op het lichtnet wordt aangesloten?
☐ A 230 V
☐ B 700 W
☐ C 50 Hz

3 Een kogel van 600 g heeft een snelheid van 14,4 km h^{-1}.
Bereken de kinetische energie van deze kogel in drie significante cijfers.

E_k = ________J

4 Een vogel van 7,0·102 g heeft een zwaarte-energie van 206 J.
Bereken de hoogte waarop deze vogel zich bevindt in twee significante cijfers.

h = ________m

5 Auto A heeft een twee keer zo grote massa als auto B. De snelheid van auto A is drie keer zo groot als de snelheid van auto B.
Wat weet je over de kinetische energie van auto A vergeleken met die van auto B?
☐ A De kinetische energie van A is zes keer zo groot als de kinetische energie van B.
☐ B De kinetische energie van A is drie keer zo groot als de kinetische energie van B.
☐ C De kinetische energie van A is twee keer zo groot als de kinetische energie van B.
☐ D De kinetische energie van A is twaalf keer zo groot als de kinetische energie van B.
☐ E De kinetische energie van A is zesendertig keer zo groot als de kinetische energie van B.
☐ F De kinetische energie van A is achttien keer zo groot als de kinetische energie van B.
☐ G De kinetische energie van A is elf keer zo groot als de kinetische energie van B.

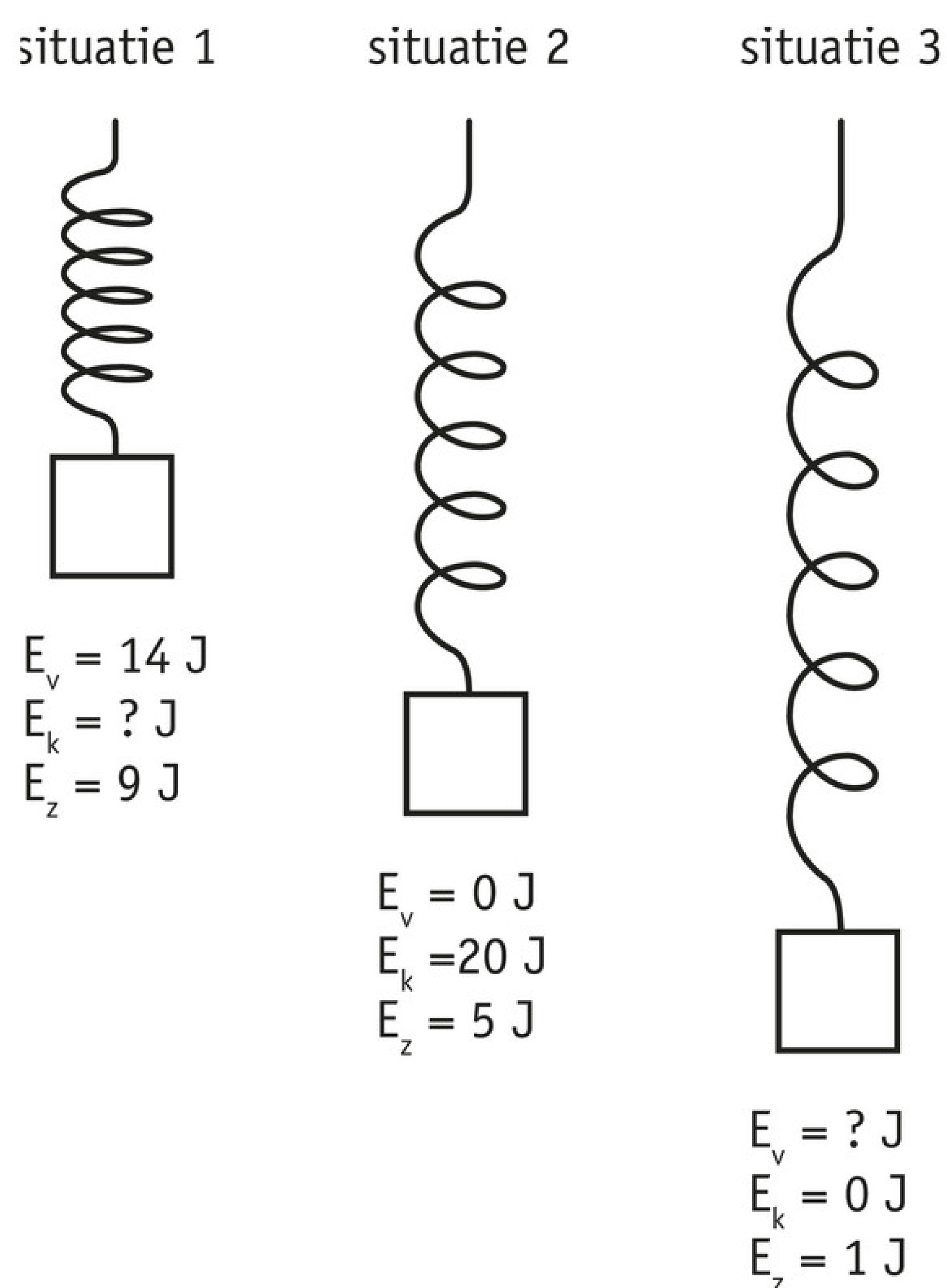
6 Er worden drie uitspraken gedaan over chemische energie.
I In 2,0 kg bruinkool is meer chemische energie opgeslagen dan in 1,0 kg steenkool.
II Om evenveel warmte te laten ontstaan moet je 1,82 × zo veel alcohol verbranden als stookolie.
III Bij de verbranding van 100 L Gronings aardgas komt meer warmte vrij dan bij de verbranding van 1,00 ton turf.

Gebruik Binas om uit te zoeken welke uitspraken juist zijn. Kruis die uitspraken hier aan.
☐ uitspraak I
☐ uitspraak II
☐ uitspraak III

7 Een blokje trilt aan een veer. Het voorwerp heeft drie soorten energie: kinetische energie (E_k), zwaarte-energie (E_z) en veerenergie (E_v).
In de afbeelding zijn drie momentopnamen getekend van het trillende blokje.
Onder de veren staan de energieën vermeld. Verwaarloos de wrijving.
Vul de juiste getallen in die horen bij de vraagtekens in de afbeelding.

De kinetische energie in situatie 1 is ________J.

De veerenergie in situatie 3 is ________J.



▲ **afbeelding 1**

8 Een voorwerp met een onbekende massa valt van een hoogte van 70 m.
Bereken met welke snelheid dit voorwerp de grond bereikt als de luchtwrijving te verwaarlozen is. Geef je antwoord in twee significante cijfers.

Het voorwerp bereikt de grond met ________m s^{-1}.

 Wil je weten of je voldoende voorkennis hebt voor dit hoofdstuk, maak dan online de *Voorkennistoets*.

Praktijk

Windenergie

De laatste jaren wordt in Nederland steeds meer elektrische energie met windturbines geproduceerd. De hoeveelheid energie die deze moderne windmolens produceren, hangt van veel factoren af. De windkracht speelt een belangrijke rol. Een turbine op zee produceert meer energie dan dezelfde turbine in de stad. In 2015 werd in Nederland 357 MW energie opgewekt door windmolens op zee. Windmolens op het vasteland wekten toen 3034 MW op. De weerstand tegen windmolens op land neemt echter toe (*not in my backyard*). In 2023 wordt in minimaal 4450 MW vermogen van windmolens op zee voorzien.



Een eeuwenoud principe

Ongeveer zevenduizend jaar geleden werd in het oude Egypte ontdekt dat je een boot met behulp van een zeil zonder spierkracht kon verplaatsen. Drieduizend jaar later werden in China de eerste windmolens met rieten wieken gebouwd. Die wieken waren gebaseerd op hetzelfde principe als zeilen: ze vingen wind op en zetten die om in kinetische energie. In Europa werden windmolens pas vanaf de dertiende eeuw gebruikt, onder andere voor het malen van graan. In de veertiende eeuw werd een techniek ontwikkeld om een molen steeds naar de wind te kunnen draaien: het zogenoemde kruien. Hierdoor werd de productiviteit van windmolens aanzienlijk verhoogd. Tot aan de komst van de stoommachine aan het einde van de achttiende eeuw werden veel windmolens gebouwd.

Hernieuwde belangstelling

In 1973 was er in Nederland een oliecrisis. Uit politieke overwegingen verhoogden Arabische landen de olieprijs met 70% voor landen in het westen en verminderden maandelijks de productie met 5%. Sommige westerse landen werden zelfs volledig geboycot. Olie was op dat moment een van de belangrijkste energiebronnen. De olie diende als grondstof voor het produceren van benzine en diesel, voor de productie van kunststoffen en werd gebruikt voor het verwarmen van huizen.

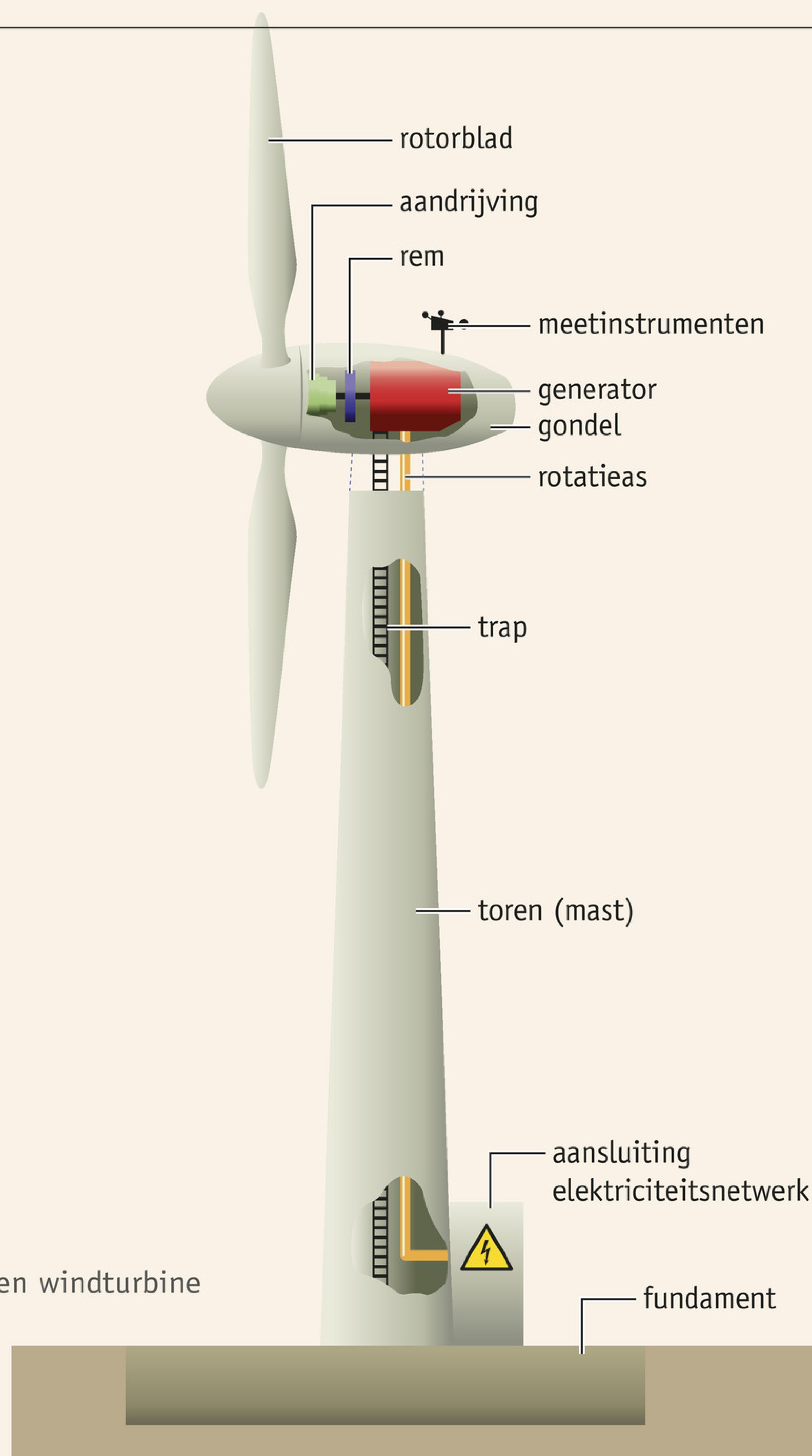
Om minder afhankelijk van Arabische olie te worden gingen westerse landen op zoek naar alternatieve energiebronnen. De Nederlandse kolen- en gascentrales konden voorzien in een deel van de vraag naar elektriciteit. Toch nam in ons land,

'Een persoonlijke windmolen in je tuin om elektriciteit op te wekken.'

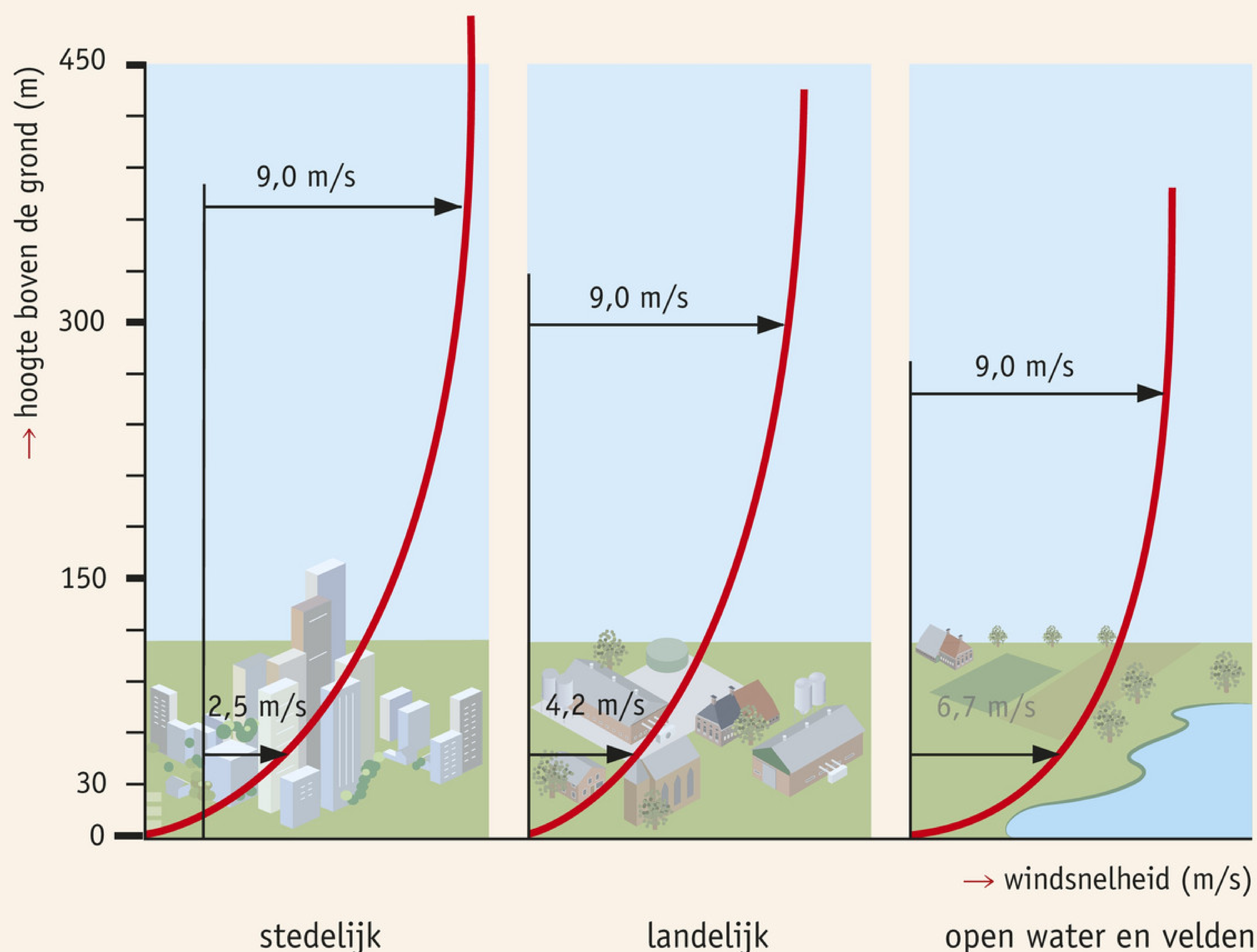
net als in andere Europese landen, de belangstelling voor windenergie toe. In de jaren tachtig besloten de Duitse en Deense regering om structureel te investeren in windenergie. Hierdoor werd het aantrekkelijk voor bedrijven om windmolens te ontwerpen en te produceren.

Werking van de windturbine

Een windturbine bestaat uit een rotor met drie wieken, een gondel en een mast (figuur 1). De wind laat de wieken draaien. De rotor zet de draaiing van de wieken om in draaiing van de as. In de gondel bevindt zich de generator die de kinetische energie van de draaiende as omzet in elektrische energie. Daarbij worden magneten gebruikt. Op de gondel staat een windvaan die de windrichting meet. Deze is verbonden met de zogenoemde kruimotor die ervoor zorgt dat de rotorbladen de meeste wind vangen. Een windturbine heeft ook een rem. Deze zet de rotor stil als de windkracht te groot wordt of als je bijvoorbeeld onderhoud aan de windturbine moet plegen. De gondel staat op een hoge mast die in de grond is verankerd. Door de mast lopen kabels die op het elektriciteitsnetwerk zijn aangesloten. Windturbines hebben



▶ **figuur 1** een windturbine



▲ **figuur 2** de invloed van de hoogte op de windsnelheid

meestal drie wieken, omdat je bij drie wieken de meeste beschikbare energie aan de wind kunt onttrekken. Windturbines met drie wieken hebben dus het hoogste rendement en zijn bovendien goedkoper in de productie dan windturbines met vier wieken zoals ze vroeger veel werden gebouwd.

Windenergie

Aan zee waait het meestal harder dan aan land en hoge bomen vangen meer wind dan lagere. De windsnelheid hangt dus af van de hoogte en de omgeving waar je de meting verricht. In een open weiland is de windsnelheid bij de grond al vrij hoog. In de buurt van hoge flats kun je de werkelijke windsnelheid alleen meten op een punt hoger dan de flats. Vanaf een bepaalde hoogte neemt de windsnelheid nauwelijks meer toe (figuur 2).

De hoeveelheid windenergie die een windturbine kan omzetten hangt onder andere af van de grootte van de wieken. Hoe groter de oppervlakte van de cirkel die de wieken bestrijken, des te groter is het vermogen dat ze kunnen opnemen. De wieken mogen echter niet te zwaar zijn, anders valt de molen voorover. De ontwikkeling van steeds lichtere composieten heeft dit probleem grotendeels verholpen. Windturbines zijn de laatste jaren niet alleen steeds groter geworden, ook het vermogen is sterk toegenomen. Er is de laatste jaren vooral onderzoek gedaan naar het verbeteren van het rendement van bestaande turbines, zodat deze met een kleinere rotor een gelijk of hoger vermogen kunnen leveren. De grootste windturbine ter wereld is de Haliade-X. Deze staat op de Maasvlakte (Rotterdam) en is 260 meter hoog. De bladen zijn 107 meter lang en beschrijven een cirkel van 214 m. Hij produceert een vermogen van 12 MW, genoeg om 16.000 huishoudens van stroom te voorzien In Nederland staan momenteel ongeveer 2600 windmolens. Voor 2050 verwacht het Internationaal Energieagentschap (IEA) dat 18% van de elektrische energie uit windenergie wordt opgewekt.

Vaak staan meerdere windturbines in een windmolenpark bij elkaar. In Nederland staan er vier windmolenparken in de Noordzee. Om te voorkomen dat de windturbines elkaar de wind uit de wieken nemen, staan ze op een speciale manier opgesteld (figuur 3). Ook op die manier wordt geprobeerd het rendement van de windturbines zo hoog mogelijk te maken. Overigens zijn zeeën, meren en andere open vlaktes het meest geschikt voor windturbines, omdat daar geen gebouwen en andere obstakels staan die de wind afremmen of tegenhouden.



▲ **figuur 3** een rij windturbines

Nadelen van windturbines

Een windturbine wekt elektrische energie op zonder de omgeving te vervuilen. Er ontstaat wel wat CO_2 bij de bouw, het onderhoud en het afbreken van de turbine, maar als ze in werking is, stoot ze helemaal geen CO_2 meer uit. Een moderne windturbine gaat ongeveer twintig jaar mee. Voor de natuur zijn er ook nadelen aan windturbines verbonden. Vogels en vleermuizen botsen tijdens het vliegen tegen windturbines aan en dat overleven ze meestal niet. Naar schatting gaan er door zulke botsingen in Nederland jaarlijks ongeveer 50 000 vogels dood. De draaiende wieken verstoren ook de gebieden waar vogels voedsel zoeken, broeden en uitrusten. Sommige vogels wennen hier vrij snel aan en hebben er geen last van, maar eenden, zwanen en ganzen mijden gebieden met windturbines. Windturbines zijn groot en tasten daardoor het uitzicht aan. De draaiende wieken maken geluid en dat is niet fijn voor mensen die er in de buurt wonen. Als de zon laag staat, laten de wieken ook nog een ‘flikkerende schaduw’ over de omgeving bewegen. Ten slotte kunnen de draaiende wieken ook radarbeelden verstoren.

Opdrachten

Bestudeer eerst de theorie van dit hoofdstuk voordat je de volgende opdrachten uitvoert.

1 Windturbine
Een windturbine levert in bedrijf een elektrisch vermogen van 1,0 MW. De jaaropbrengst van deze windturbine is 2,3 GWh.

a Bereken het aantal uren per jaar dat deze windturbine in bedrijf is.

Bij een windsnelheid van 16 $m\,s^{-1}$ passeert er $37 \cdot 10^3$ m^3 lucht in 1,0 s het gebied dat de wieken bestrijken. De kinetische energie van deze lucht zet de turbine gedeeltelijk om in elektrische energie.

b Bereken het rendement bij de omzetting van kinetische energie naar elektrische energie.

naar: examen 2001-I

2 Windenergie
In de Noordzee, 8 kilometer voor de kust, is een windmolenpark gepland.

a Leg met behulp van figuur 4 uit waarom voor een windmolenpark in zee wordt gekozen.

In een windmolen zit een turbine die kinetische energie van de wind omzet in elektrische energie. De energie van de lucht die per seconde op een windmolen afkomt, wordt het vermogen P van de lucht genoemd. Hiervoor geldt de volgende formule:

$$P = \tfrac{1}{2} \cdot \rho \cdot A \cdot v^3$$

Hierin is:
- ρ de dichtheid van de lucht = 1,29 $kg\,m^{-3}$;
- A de oppervlakte van de cirkel die de wieken bij het ronddraaien bestrijken in m^2;
- v de windsnelheid in $m\,s^{-1}$.

De windmolens van het toekomstige park hebben een wieklengte van 30 m. Zie figuur 5.
Stel dat de windsnelheid bij zo'n molen 43 $km\,h^{-1}$ (windkracht 6) is.

b Bereken P voor deze situatie.

Bij het passeren van de windmolen neemt de snelheid van de wind af. De hoeveelheid energie die de wind daarbij afgeeft, hangt af van de windsnelheden vóór en achter de molen. Het verschil hiertussen moet niet te klein, maar ook niet te groot zijn. Al sinds 1926 is bekend dat de optimale afremming van de wind overeenkomt met een afname van de windsnelheid tot een derde deel. In dat geval wordt een bepaald percentage van de kinetische energie aan de wind onttrokken.

c Bereken dit percentage met behulp van de gegeven formule.

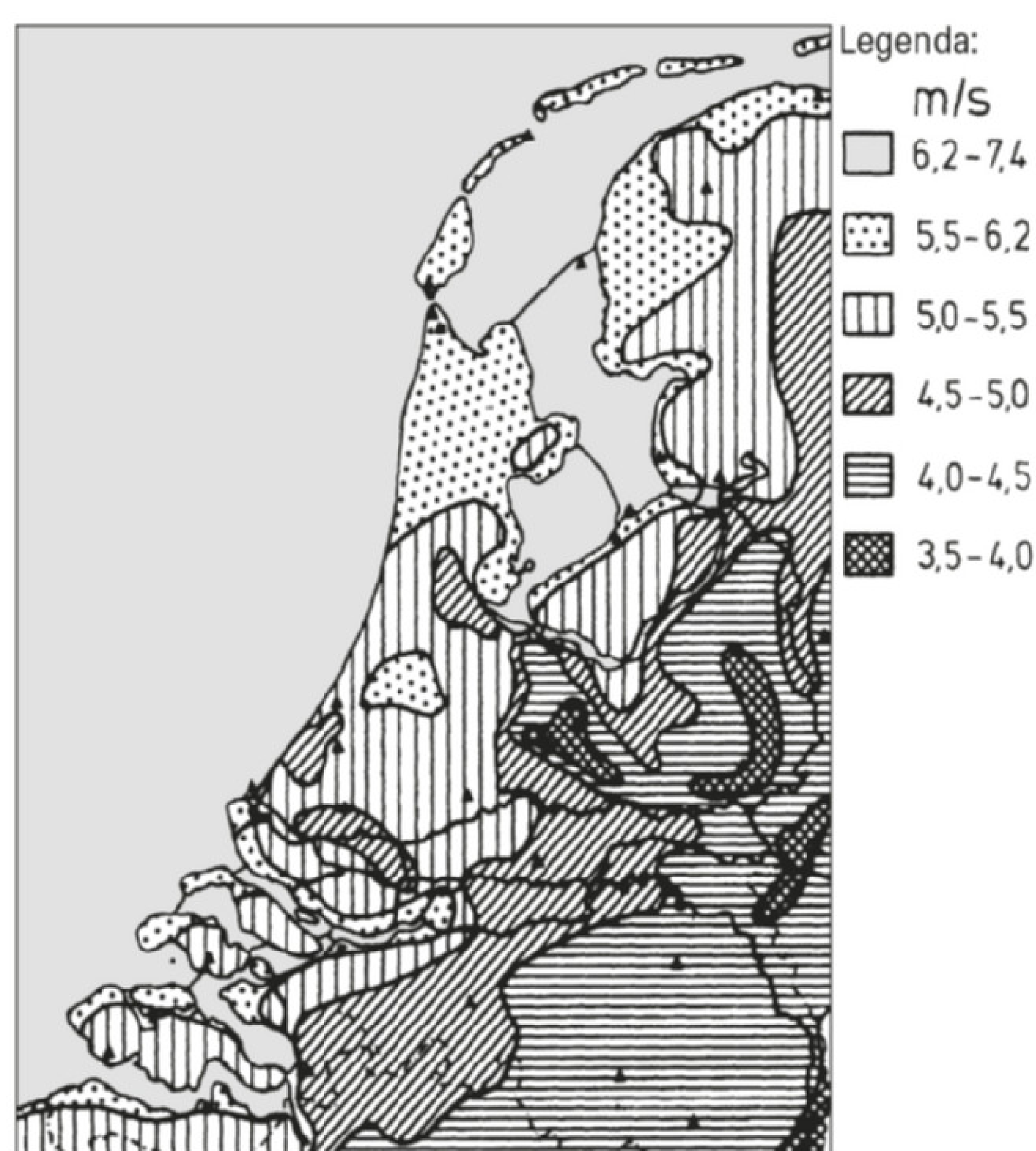
De energieopbrengst per jaar van het toekomstige windmolenpark wordt geschat op $1{,}1 \cdot 10^9$ MJ. Een gemiddeld huishouden in Nederland verbruikt per jaar $3{,}0 \cdot 10^3$ kWh.

d Bereken hoeveel huishoudens je volgens deze schatting op dit windmolenpark zou kunnen aansluiten.

In de praktijk worden huizen niet rechtstreeks op het windmolenpark aangesloten. De elektrische energie die het park produceert wordt toegevoerd aan het elektriciteitsnet waarop de huizen zijn aangesloten.

e Noem twee argumenten waarom het de voorkeur heeft om de huizen op het elektriciteitsnet aan te sluiten en niet rechtstreeks op het windmolenpark.

bron: examen 2004-II



▲ **figuur 4** gemiddelde windsnelheden in Nederland



▲ **figuur 5** windmolen

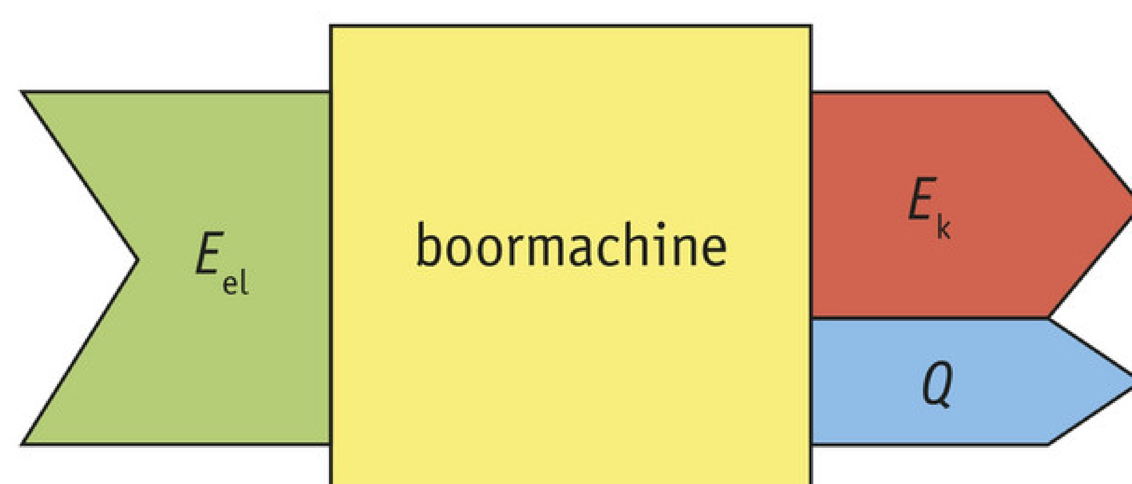
1 Rendement

In deze paragraaf leer je:
- het begrip energiestroomdiagram kennen;
- werken met het begrip rendement;
- de eenheden J en kWh in elkaar omrekenen.

Bij bijna alle energieomzettingen ontstaat behalve de gewenste nuttige energievorm ook een ongewenste energievorm. De grootheid rendement geeft aan welk deel of hoeveel procent van de toegevoerde energie wordt omgezet in de gewenste vorm.

Energiestroomdiagram

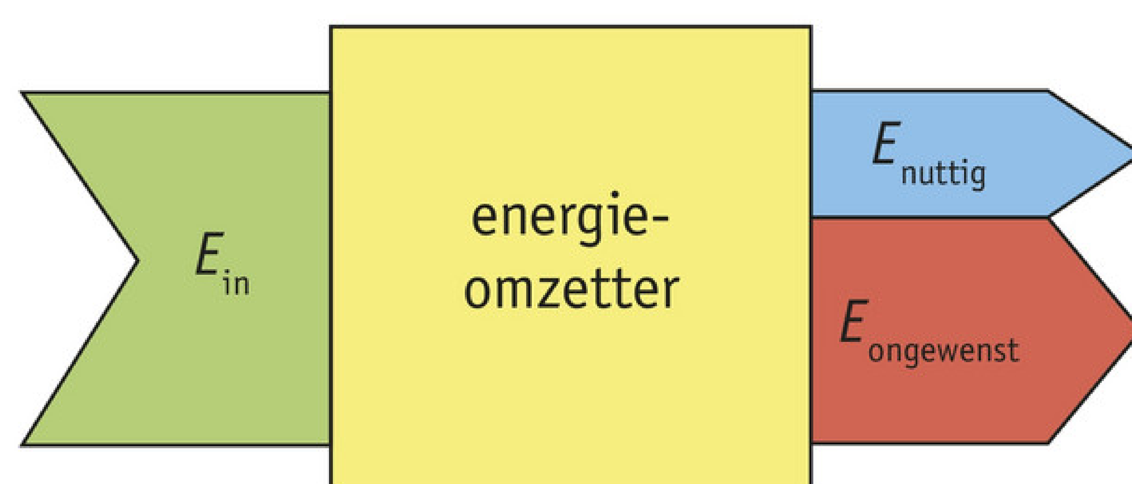
Een boormachine zet elektrische energie (E_{el}) om in kinetische energie (E_k). Maar niet alle elektrische energie wordt omgezet in kinetische energie, er ontstaat ook nutteloze warmte (Q). Zie figuur 1.



▲ **figuur 1** het energiestroomdiagram van een boormachine

Links van de boormachine zie je een pijl E_{el}. Dat is de energie die de boormachine ingaat. Rechts van het blok zie je twee pijlen naar buiten komen. De bovenste pijl E_k geeft de gewenste nuttige kinetische energie aan die uit de boormachine komt. De onderste pijl Q geeft de warmte aan die bij het proces vrijkomt. De pijl van E_{el} is even breed als de pijlen van E_k en Q samen: alle energie die de boormachine ingaat, komt er ook weer uit volgens de wet van behoud van energie.

Je kunt van iedere energieomzetter een energiestroomdiagram maken. Zo'n diagram ziet er altijd uit als dat van figuur 2.



▲ **figuur 2** het algemene energiestroomdiagram van een energieomzetter

Er wordt soms gesproken van energieverlies, hoewel dat natuurlijk geen echt verlies is. Dat kan immers niet volgens de wet van behoud van energie. De energie die vrijkomt in een ongewenste, nutteloze vorm wordt echter als verloren beschouwd. Vaak bestaat de nutteloze energie uit warmte.

Rendement

Het **rendement** van een energieomzetter is het deel van de toegevoerde energie dat wordt omgezet in de nuttige vorm van energie. Het rendement wordt aangeduid met het symbool η, de Griekse letter *èta* (spreek uit: etta). Je berekent het rendement met de formule:

$$\eta = \frac{E_{\text{nuttig}}}{E_{\text{in}}}$$

Hierin is:
- η het rendement, zonder eenheid;
- E_{nuttig} de energie in de nuttige vorm die de energieomzetter afgeeft in joule (J);
- E_{in} de energie die aan de energieomzetter wordt toegevoerd in joule (J).

Bij het berekenen van het rendement mag je elke eenheid voor energie nemen, mits je voor E_{in} en E_{nuttig} maar dezelfde eenheid neemt.

Het rendement heeft geen eenheid, maar is een getal tussen 0 en 1. Dat zie je ook aan de formule:

$$[\eta] = \frac{[E_{\text{nuttig}}]}{[E_{\text{in}}]} = \frac{\text{J}}{\text{J}} = 1\text{; er blijft geen eenheid over.}$$

Het rendement kun je ook in procent uitdrukken. Dan gebruik je de formule:

$$\eta = \frac{E_{\text{nuttig}}}{E_{\text{in}}} \cdot 100\%$$

Het rendement η wordt daarbij uitgedrukt in procent (%).
Rendement noem je soms ook **nuttig effect**.

Voorbeeldopgave 1

Een boormachine zet in 5,0 min $2{,}7 \cdot 10^5$ J elektrische energie om. Er ontstaat $1{,}1 \cdot 10^5$ J warmte. Bereken het rendement van deze boormachine als getal tussen 0 en 1 en in procent.

Uitwerking
Gegevens:
$t = 5{,}0$ min
$E_{\text{el}} = 2{,}7 \cdot 10^5$ J
$Q = 1{,}1 \cdot 10^5$ J
Formules:

$$\eta = \frac{E_{\text{nuttig}}}{E_{\text{in}}} \text{ en } \eta = \frac{E_{\text{nuttig}}}{E_{\text{in}}} \cdot 100\%$$

De boormachine produceert in die 5,0 min $2{,}7 \cdot 10^5 - 1{,}1 \cdot 10^5 = 1{,}6 \cdot 10^5$ J kinetische energie.
$E_{\text{in}} = E_{\text{el}} = 2{,}7 \cdot 10^5$ J
$E_{\text{nuttig}} = E_{\text{kin}} = 1{,}6 \cdot 10^5$ J

$$\eta = \frac{E_{\text{nuttig}}}{E_{\text{in}}} = \frac{1{,}6 \cdot 10^5}{2{,}7 \cdot 10^5} = 0{,}59$$

$$\eta = \frac{E_{\text{nuttig}}}{E_{\text{in}}} \cdot 100\% = \frac{1{,}6 \cdot 10^5}{2{,}7 \cdot 10^5} \times 100\% = 59\%$$

Je kunt die 59% ook vinden door 0,59 te vermenigvuldigen met 100%.

Er is een tweede formule voor het rendement, waarin geen energieën, maar vermogens staan. Je kunt deze formule als volgt afleiden:
$E_{in} = P_{in} \cdot t$
$E_{nuttig} = P_{nuttig} \cdot t$

Invullen geeft: $\eta = \dfrac{E_{nuttig}}{E_{in}} = \dfrac{P_{nuttig} \cdot t}{P_{in} \cdot t}$

Streep de t in teller en noemer tegen elkaar weg.

Je krijgt dan: $\eta = \dfrac{P_{nuttig}}{P_{in}}$ of als je het rendement uitdrukt in procent: $\eta = \dfrac{P_{nuttig}}{P_{in}} \cdot 100\%$

Je kunt het rendement dus ook berekenen met de formules:

$\eta = \dfrac{P_{nuttig}}{P_{in}}$ en $\eta = \dfrac{P_{nuttig}}{P_{in}} \cdot 100\%$

Hierin is:
- η het rendement, zonder eenheid;
- P_{nuttig} het nuttige vermogen dat de energieomzetter afgeeft in watt (W);
- P_{in} het vermogen dat aan de omzetter wordt toegevoerd in watt (W).

Bij het berekenen van het rendement mag je ook elke eenheid nemen voor vermogen, mits je voor P_{in} en P_{nuttig} maar dezelfde eenheid neemt.

Je kunt E en P altijd in elkaar omrekenen met $E = P \cdot t$.

Voorbeeldopgave 2

Een auto rijdt met een snelheid van 54 km h^{-1}. De kracht die de motor van de auto levert, bedraagt 5,0·10^3 N. In 1,0 min wordt er 1,28·10^7 J chemische energie aan de automotor toegevoerd. Bereken het rendement van de automotor.

Uitwerking
Gegevens:
v = 54 km h^{-1} = 15 m s^{-1}
t = 1,0 min = 60 s
F = 5,0·10^3 N
E_{in} = 1,28·10^7 J
Formules:

$P_{nuttig} = F \cdot v$, $P_{in} = \dfrac{E_{in}}{t}$ en $\eta = \dfrac{P_{nuttig}}{P_{in}} \cdot 100\%$

De kinetische energie van de auto blijft constant. Er is dus geen vermogen nodig om de kinetische energie te laten toenemen. Er is alleen energie nodig om warmte die ontstaat door wrijving aan te vullen.
Bereken eerst het nuttige vermogen:
$P_{nuttig} = F \cdot v = 5{,}0 \cdot 10^3 \times 15 = 7{,}5 \cdot 10^4$ W
Bereken vervolgens het aan de automotor toegevoerde vermogen:

$P_{in} = \dfrac{E_{in}}{t} = \dfrac{1{,}28 \cdot 10^7}{60} = 2{,}13 \cdot 10^5$ W

Nu kun je het rendement berekenen:

$\eta = \dfrac{P_{nuttig}}{P_{in}} \cdot 100\% = \dfrac{7{,}5 \cdot 10^4}{2{,}13 \cdot 10^5} \times 100\% = 35\%$

J en kWh

De grootheid energie wordt in de natuurkunde meestal uitgedrukt in joule. Een joule energie is heel weinig energie. Op de elektriciteitsrekening wordt het ‘energieverbruik’ niet in joule vermeld, want dat zou een enorm getal opleveren. Daar wordt de eenheid kilowattuur (kWh) gebruikt. Een kWh is de energie die een apparaat met een vermogen van één kW omzet in één uur. 1,0 kWh = $3{,}6 \cdot 10^6$ J (Binas tabel 5).
Bij gebruik van de formule $E = P \cdot t$ heb je nu dus twee mogelijkheden wat betreft de eenheden. Als je het vermogen uitdrukt in watt en de tijdsduur in seconde, vind je de energie in joule. Als je het vermogen uitdrukt in kilowatt en de tijdsduur in uur, vind je de energie in kilowattuur.
Dus:

$[P]$ = W	of	$[P]$ = kW
$[t]$ = s		$[t]$ = h
$[E]$ = J		$[E]$ = kWh

Voorbeeldopgave 3

Een ledlamp van 25 W brandt gedurende 30 dagen iedere dag van 18.00 uur tot 23.00 uur.

a Bereken hoeveel elektrische energie deze lamp gedurende die tijd omzet in J.
b Bereken hoeveel elektrische energie deze lamp daarbij omzet in kWh.

Uitwerking

a Gegevens:
P = 25 W
tijdsduur = 30 dagen
Formule: $E = P \cdot t$
De lamp brandt elke dag gedurende 5,0 h. De totale brandtijd $t = 30 \times 5{,}0 = 150$ h.
$t = 150 \times 60 \times 60 = 5{,}4 \cdot 10^5$ s
Invullen van $E = P \cdot t$ geeft: $E = 25 \times 5{,}4 \cdot 10^5 = 1{,}4 \cdot 10^7$ J

b Gegevens:
P = 25 W = 0,025 kW
tijdsduur = 30 dagen
Formule: $E = P \cdot t$
De lamp brandt elke dag gedurende 5,0 h. De totale brandtijd $t = 30 \times 5{,}0 = 150$ h.
Invullen van $E = P \cdot t$ geeft: $E = 0{,}025 \times 150 = 3{,}8$ kWh

Er zijn ook nog andere energie-eenheden mogelijk. Als je het vermogen in MW uitdrukt en de tijdsduur in h, vind je de energie in MWh. Neem je het vermogen in GW en de tijdsduur in h, dan krijg je GWh voor energie.

De mens als energieomzetter

Ook het menselijk lichaam heeft energie nodig die uit voedsel wordt verkregen. In voedsel is namelijk chemische energie opgeslagen. Vooral vetten, koolhydraten en eiwitten bevatten deze energie. Als het lichaam volledig in rust is, heeft het nog steeds energie nodig om allerlei processen aan de gang te houden: ademhalen, hersenactiviteit, het slaan van het hart, enzovoort. Zelfs als je slaapt, gebruikt je lichaam energie.

Als het lichaam actief wordt, heeft het extra energie nodig om te bewegen en arbeid te verrichten. Zie tabel 1.

tabel 1 energieverbruik per kilogram lichaamsmassa per uur

activiteit	energieverbruik (J)
slapen	$3{,}89 \cdot 10^3$
zitten	$4{,}35 \cdot 10^3$
staan	$5{,}02 \cdot 10^3$
rustig wandelen	$1{,}04 \cdot 10^4$
snel lopen	$2{,}09 \cdot 10^4$
fietsen (20 km h^{-1})	$3{,}35 \cdot 10^4$
rennen (10 km h^{-1})	$4{,}18 \cdot 10^4$
fietsen (30 km h^{-1})	$5{,}44 \cdot 10^4$
rennen (15 km h^{-1})	$6{,}28 \cdot 10^4$

Het menselijk lichaam heeft een rendement van ongeveer 25% bij de omzetting van chemische energie in arbeid.

▶ **EXPERIMENT 1** Het rendement van een elektromotor (onderzoekspracticum)

▶ **EXPERIMENT 2** Het rendement van een verwarmingsproces (onderzoekspracticum)

Onthoud!

- Van iedere energieomzetter kun je een energiestroomdiagram tekenen.
- Bij een energieomzetting ontstaat behalve nuttige energie ook ongewenste energie.
- Het rendement η is het deel of het percentage van de toegevoerde energie dat wordt omgezet in nuttige energie.
- Het rendement is ook het deel of het percentage van het toegevoerde vermogen dat wordt omgezet in nuttig vermogen.
- Voor het berekenen van het rendement kun je kiezen uit de formules:

$$\eta = \frac{E_{nuttig}}{E_{in}}, \eta = \frac{E_{nuttig}}{E_{in}} \cdot 100\%, \eta = \frac{P_{nuttig}}{P_{in}} \text{ en } \eta = \frac{P_{nuttig}}{P_{in}} \cdot 100\%$$

Opdrachten

1 Rendement

Beantwoord de volgende vragen.

a Teken het algemene energiestroomdiagram van een energieomzetter.
b Geef twee definities van rendement.
c Met welke formules kun je het rendement berekenen?
d In welke eenheden moet je de grootheden in deze formules uitdrukken?

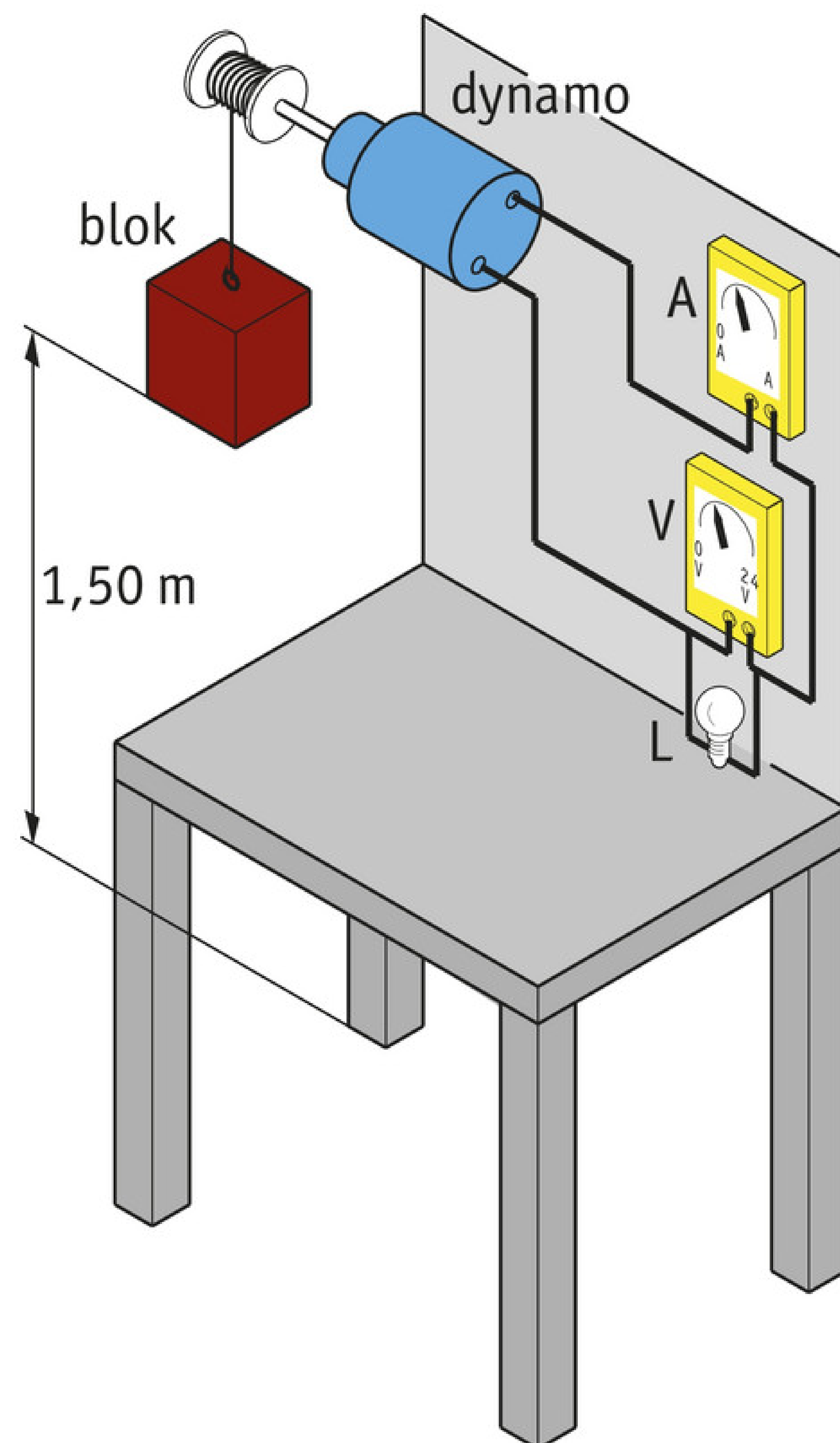
2 Auto

Een auto rijdt met een snelheid van 130 km h^{-1}. De wagen heeft dan een nuttig vermogen van 70 kW. Het rendement van de motor bedraagt 42%.

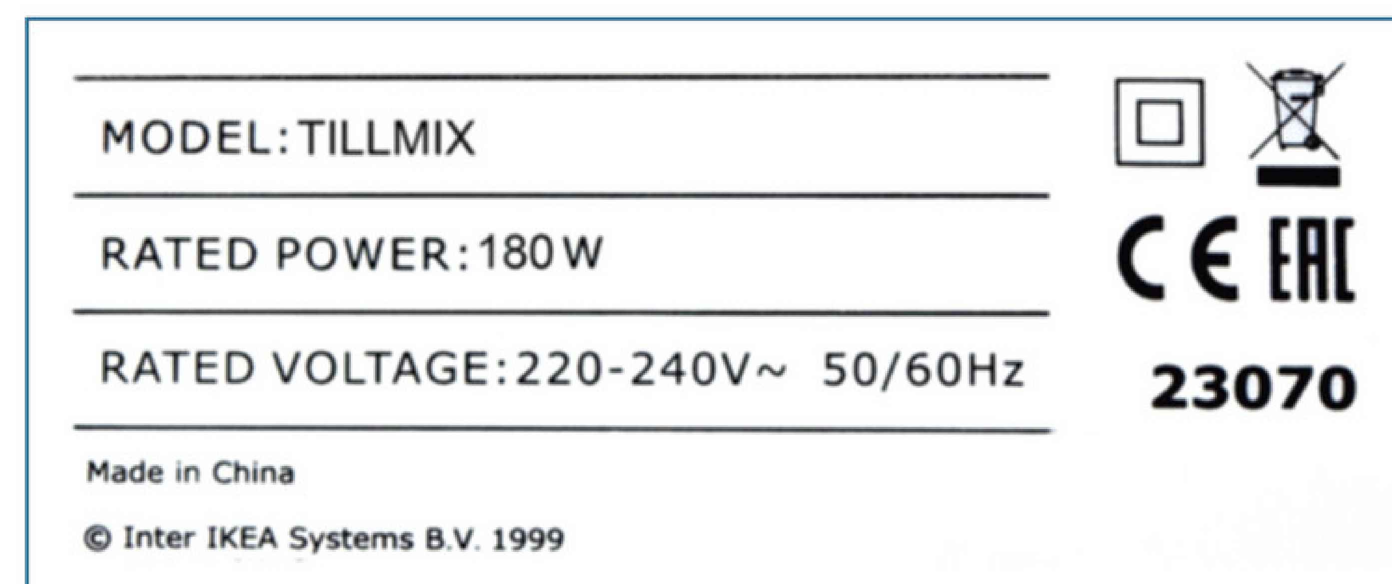
a Bereken de gemiddelde wrijvingskracht op de auto.
b Bereken hoeveel energie er per seconde vrijkomt door de verbranding van de benzine.
c Bereken hoeveel liter benzine er per seconde wordt verbrand.
d Bereken de afstand die de auto bij deze snelheid op 1,0 L benzine kan rijden.

3 Practicumopstelling
Tijdens een les over energie wordt de practicumopstelling uit figuur 3 gebruikt. Als het blok zakt, gaat een dynamo draaien. De dynamo is zo gemaakt dat het blok langzaam naar beneden zakt. De dynamo levert elektrische energie aan lampje L. Het blok zakt 1,50 m naar beneden. Het blok heeft een massa van 900 g.
- **a** Bereken de zwaarte-energie van het blok op 1,50 m hoogte.
- **b** Welke energieomzetting vindt er in de dynamo plaats als het blok daalt?

Terwijl het blok zakt, wijst de spanningsmeter steeds 6,0 V aan en de stroommeter 0,10 A. Het zakken van het blok duurt 4,5 s.
- **c** Hoe groot is de elektrische energie die aan het lampje wordt geleverd?
- **d** Bereken het rendement van de dynamo als percentage.



▲ **figuur 3** practicumopstelling bij opdracht 3



▲ **figuur 4** typeplaatje op een mixer

4 Melkchocolade
Bert (70 kg) vraagt zich af of er veel energie in een reep melkchocolade zit.
Bereken hoe hoog Bert zou kunnen klimmen met de energie die in één reep van 40 g zit.
Ga ervan uit dat melkchocolade 2245 kJ energie per 100 g levert en dat Berts lichaam een rendement van 0,24 heeft.

5 Mixer
In figuur 4 zie je het typeplaatje van een mixer.
- **a** Hoe groot is het vermogen van de mixer?
- **b** Bereken de stroomsterkte als de mixer in Nederland wordt gebruikt.

Met de mixer wordt gedurende 3,0 minuten slagroom geklopt.
- **c** Bereken hoeveel energie het kloppen van deze slagroom in J en in kWh kost.
- **d** 1,0 kWh kost 23 eurocent. Bereken hoeveel eurocent het kloppen van deze slagroom kost.
- **e** Een mixer in een restaurantkeuken zet per dag 5,0 kWh elektrische energie om. Reken deze hoeveelheid om naar MWh.

6 Omhooggegooid steentje

Sjraar gooit een steentje van 26 g schuin omhoog. Het steentje verlaat zijn hand met een snelheid van 9,3 $m\,s^{-1}$. Bij het weggooien van het steentje verricht de spierkracht van Sjraar 7,2 J arbeid.

a Bereken het rendement van het weggooien van het steentje als getal tussen 0 en 1 en als percentage.

Het steentje gaat schuin omhoog en raakt een ruit op een punt dat 1,8 m hoger ligt dan het punt waarvan het werd weggeschoten.

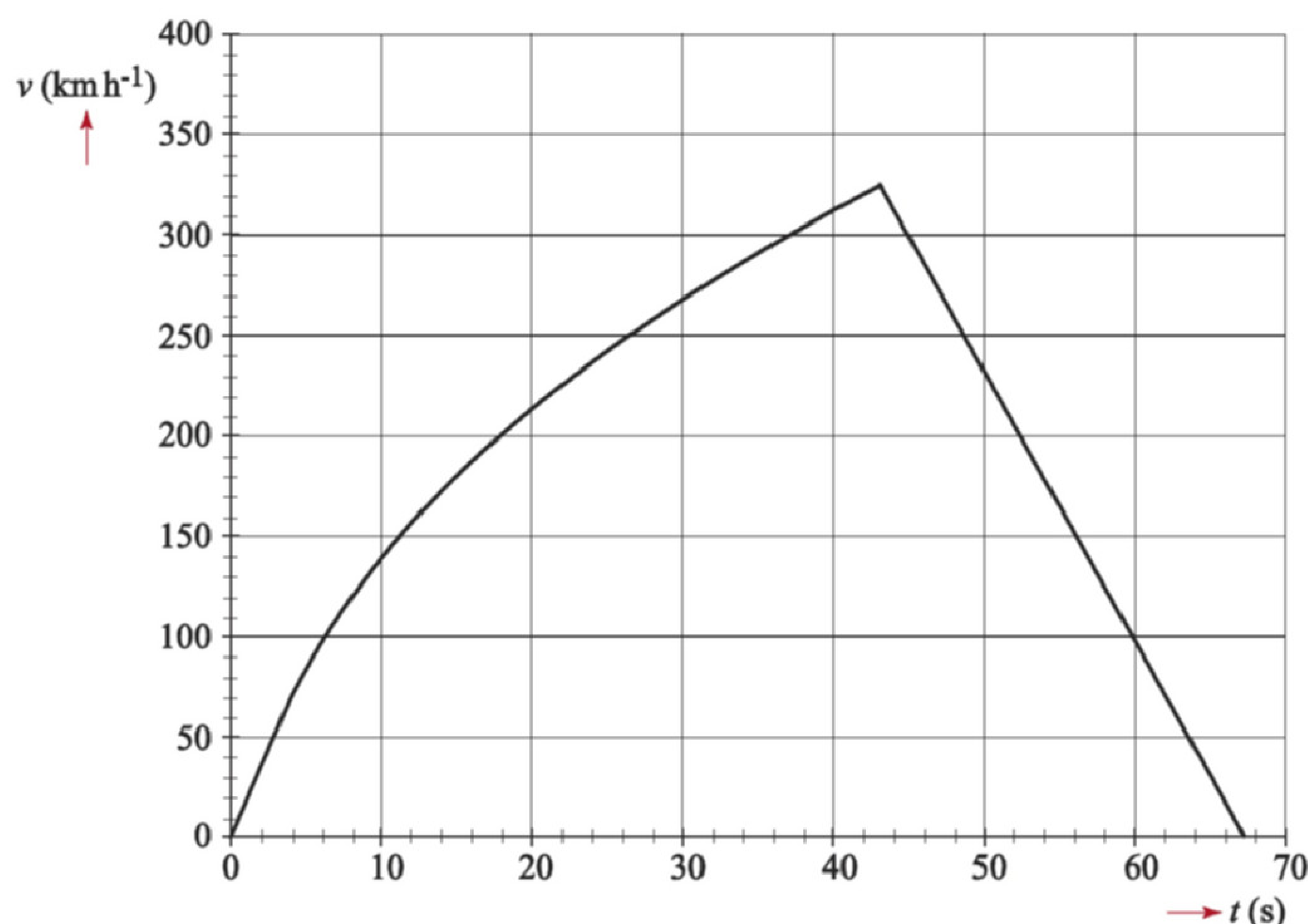
b Bereken de snelheid waarmee het steentje de ruit raakt. Verwaarloos de luchtweerstand.

7 *Rejected Take Off*

Vliegtuigen worden regelmatig aan zware tests onderworpen. Een voorbeeld van zo'n test is de *Rejected Take Off* (RTO). Tijdens een RTO versnelt een vliegtuig tot de snelheid die nodig is om op te stijgen. Daarna wordt er zo hard mogelijk geremd. Tijdens deze noodstop worden de remmen soms zó heet dat ze in brand vliegen. In figuur 4 is het (v,t)-diagram van een RTO-test gegeven.

Het vliegtuig heeft een massa van $5{,}9 \cdot 10^5$ kg. De maximale kinetische energie van het vliegtuig is $2{,}4 \cdot 10^9$ J.

a Toon dit aan met behulp van figuur 5.



▲ **figuur 5** (v,t)-diagram van een RTO-test

De motoren gebruiken kerosine als brandstof. Bij verbranding levert 1,0 m^3 kerosine $35{,}5 \cdot 10^9$ J. Het rendement van de motoren is 40%.

b Bereken hoeveel liter kerosine de motoren minimaal nodig hebben om het vliegtuig tot de maximale snelheid te versnellen.

Het vliegtuig heeft twintig wielen; ieder wiel heeft één rem.

c Bepaal met behulp van de wet van arbeid en kinetische energie de remkracht die één wiel uitoefent tijdens het afremmen. Gebruik hiervoor ook figuur 5.

d Maak de volgende zinnen compleet door het juiste alternatief te kiezen en de zinnen af te maken.
1 Bij het afremmen *neemt de remkracht toe / neemt de remkracht af / blijft de remkracht gelijk*, want ...
2 Bij het afremmen *neemt het vermogen van de remmen toe / neemt het vermogen van de remmen af / blijft het vermogen van de remmen gelijk*, want ...
3 De remmen van de wielen worden zeer heet, omdat er *meer / minder* energie per seconde aan de remmen wordt *toegevoerd / afgevoerd* dan er per seconde door de remmen wordt *opgenomen / afgestaan* aan de omgeving.

bron: examen 2012-II

8 Fontein van Genève

In het Meer van Genève bevindt zich een van de grootste fonteinen ter wereld. Bij de fontein hangt een informatiebordje. De tekst op dit bordje staat vertaald weergegeven in figuur 6.

Fontein van Genève

Elke seconde wordt er 450 liter water de lucht in gestuwd tot een hoogte van 140 m.

Het water wordt met twee pompen door een spuitmond gespoten met een snelheid van 200 km/h. De twee elektrische pompen hebben elk een vermogen van 500 kW.

Na zonsondergang wordt de straal verlicht door een aantal lampen met een gezamenlijk vermogen van 13,5 kW.

Fontein in werking:
maandag tot vrijdag: 10.00 - zonsondergang
vrijdag tot en met zondag: 10.00 – 22.30 uur.

▲ **figuur 6** fontein van Genève

De pompen zijn parallel aangesloten op een spanning van 2400 V.

a Bereken de stroomsterkte door de kabels naar de fontein als beide pompen aanstaan.

De twee elektrische pompen hebben elk een vermogen van 500 kW. Het water wordt met een snelheid van 200 $km\,h^{-1}$ uit de spuitmond gespoten.

b Bereken het rendement van de elektrische pompen. Neem hierbij voor de dichtheid van water 1,00 $kg\,L^{-1}$.

c Toon met een berekening aan of het water de maximale hoogte kan halen die op het bordje staat.

bron: examen 2016-I

+9 Windenergie

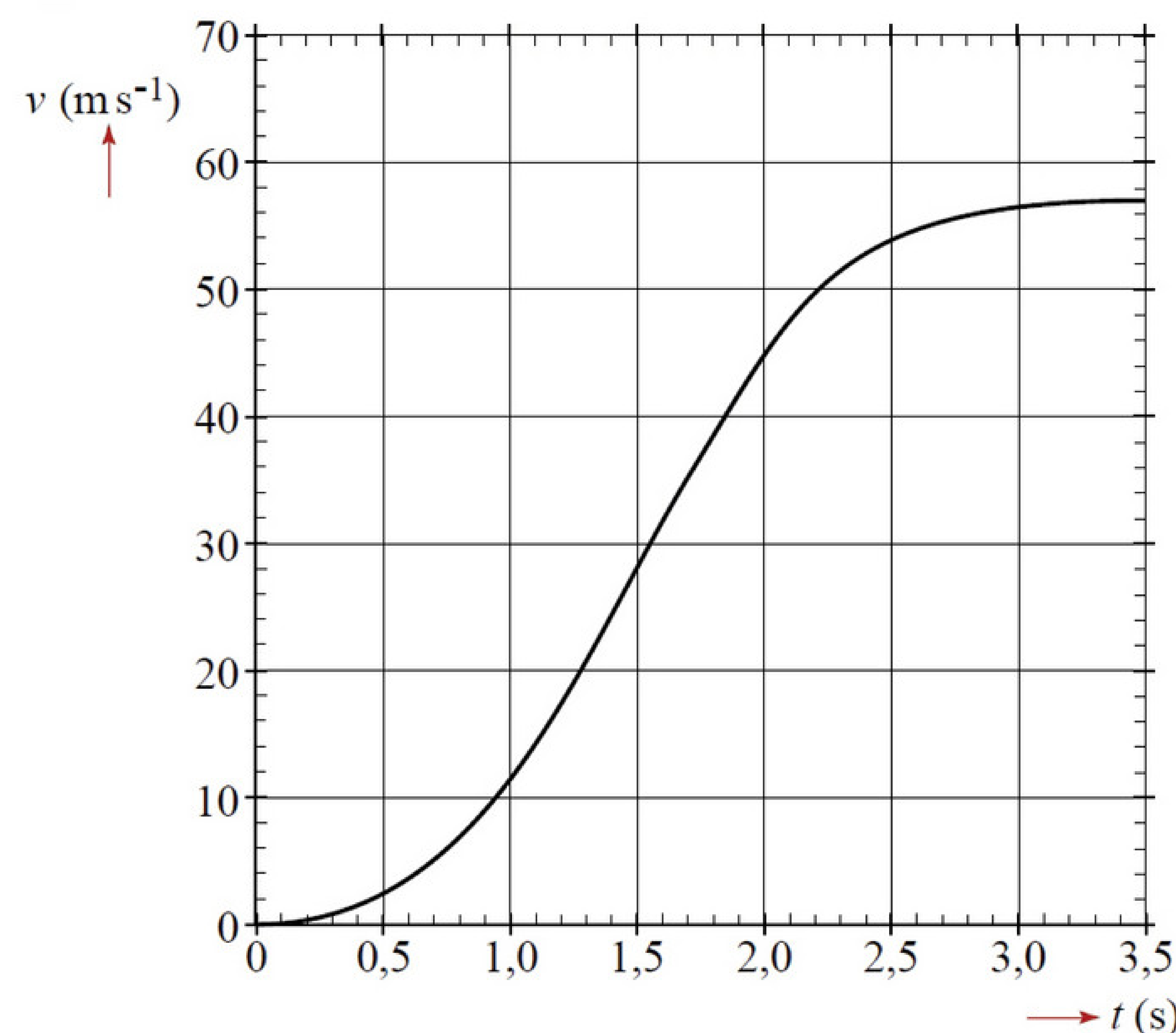
De wieken van een windmolen beschrijven een cirkel met een straal van 5,0 m. De windsnelheid van de lucht die naar de wieken toe stroomt bedraagt 6,0 $m\,s^{-1}$. Als de lucht de wieken passeert, neemt de windsnelheid af tot 4,0 $m\,s^{-1}$.

a Bereken het vermogen van de lucht die naar de windmolen toe stroomt. Gebruik daarbij de dichtheid van lucht.

b Bereken het vermogen dat de windmolen uit de bewegende lucht opneemt.

c Bereken het rendement van de windmolen.

+10 Kingda Ka
De Kingda Ka is een achtbaan in Jackson, New Jersey, in de Verenigde Staten. Wie in de Kingda Ka stapt, ervaart dat de trein in 3,5 s vanuit stilstand tot 205 $km\,h^{-1}$ wordt versneld en daarna 139 m omhoog wordt gejaagd. Op het hoogste punt is de snelheid nog zó groot, dat de passagiers loskomen van hun stoeltjes en tegen de sluitbeugels worden gedrukt. Vervolgens stort de trein zich loodrecht in de diepte, waarna een tweede heuvel volgt. De hele rit duurt nog geen minuut. Bij de start wordt de trein van de Kingda Ka op een horizontale baan versneld. In figuur 7 is het (v,t)-diagram van de beweging op de horizontale baan afgebeeld.



▲ **figuur 7** (v,t)-diagram van het versnellen van de Kingda Ka

Op de horizontale baan van de achtbaan zorgt een elektromotor voor de aandrijving van de trein met passagiers. De massa van de trein met passagiers bedraagt $3{,}1 \cdot 10^3$ kg.

a Bereken de gemiddelde versnelling van de trein op het horizontale stuk.
b Bepaal het gemiddelde vermogen dat de elektromotor gedurende de eerste 3,5 s minimaal moet leveren.

Aan het einde van de horizontale baan werkt er geen aandrijvende kracht meer. Het zwaartepunt van het treintje gaat daarna 139 m omhoog. Uiteraard moet de trein wel de top halen. Een bepaald percentage van de bewegingsenergie wordt tijdens de rit naar boven omgezet in warmte ten gevolge van de wrijving.

c Bereken hoe groot dit percentage maximaal mag zijn.
d Leg uit hoe het komt dat de passagiers op het hoogste punt loskomen van hun stoeltje en tegen de sluitbeugels worden gedrukt.

naar: examen vwo 2010-I

2 Energiebesparing

In deze paragraaf leer je:
- hoe je weerstandskrachten zo klein mogelijk kunt maken;
- hoe je energie in het verkeer kunt besparen;
- de mens als energieomzetter kennen.

Voer-, vaar- en vliegtuigen ondervinden wrijvingskrachten. Om zo min mogelijk brandstof te verbruiken, wordt geprobeerd deze wrijvingskrachten zo klein mogelijk te maken.

Tegenwerkende krachten

Een optrekkende auto zet chemische energie uit benzine om in kinetische energie. Een optrekkende elektrische trein zet elektrische energie om in kinetische energie. Bewegen kost energie, ook als dat met constante snelheid gebeurt. Dat lijkt vreemd, want de wet van arbeid en kinetische energie zegt dat als de kinetische energie van een bewegend voorwerp niet verandert, de totale arbeid op dat voorwerp nul is:

$$W_{tot} = ½ \cdot m \cdot v_{eind}^2 - ½ \cdot m \cdot v_{begin}^2$$

Bij een voorwerp dat met constante snelheid beweegt verandert de snelheid en dus de kinetische energie niet en daarom is de totale arbeid gelijk aan 0 J. Op het bewegende voorwerp werken tegenwerkende krachten: wrijving of weerstand. Deze verrichten negatieve arbeid (wrijvingsarbeid), want wrijvingskrachten zijn tegengesteld gericht aan de bewegingsrichting en dus aan de verplaatsing. Als de totale arbeid dan toch 0 J moet zijn, moet er ook een kracht positieve arbeid verrichten. Dat is de voortstuwende kracht, dus de kracht die de automotor levert, of de kracht van de elektromotor van een trein. De wet van arbeid en kinetische energie ziet er dan zo uit:

$$F_{voortstuwend} \cdot s - F_w \cdot s = ½ \cdot m \cdot v_{eind}^2 - ½ \cdot m \cdot v_{begin}^2 = ½ \cdot m \cdot v_{eind}^2 \qquad (v_{begin} = 0\ \mathrm{m\,s^{-1}})$$

De voortstuwende kracht moet dus arbeid verrichten en dat kost energie. Om zo min mogelijk energie om te zetten moet je ervoor zorgen dat de arbeid van de voortstuwende kracht zo klein mogelijk is. Dat lukt als je erin slaagt de tegenwerkende wrijvingskrachten zo klein mogelijk te houden, want dan hoeft de voortstuwende kracht ook niet groot te zijn. Je bespaart dus energie als de wrijvingskrachten zo klein mogelijk zijn.

Op een rijdende auto werken twee soorten wrijvingskracht: de rolweerstandskracht en de luchtweerstandskracht. Dit is al kort besproken in hoofdstuk 3.

Rolweerstandskracht

Rolweerstand ontstaat doordat wielen en wegdek vervormen als de wielen over dat wegdek rijden (figuur 8). Die vervorming kan zeer klein zijn. Dat is bijvoorbeeld het geval bij de stalen

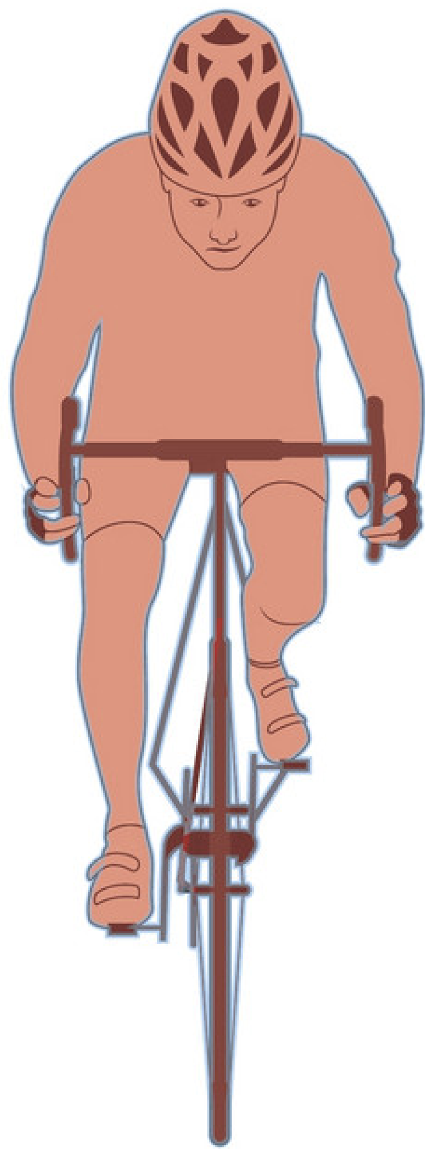


◀ **figuur 8** Een fietsband vervormt op de plaats waar de band de grond raakt.

wielen van een trein die over de rails rijden. Wielen en rails zijn zo hard, dat ze nauwelijks vervormen. Een trein ondervindt dus nauwelijks rolweerstand. De rolweerstand is veel groter als je met zachte banden over een bospad met los zand fietst. De banden vervormen door je gewicht en ook het losse zand wordt weggeduwd door de band. Je merkt dat er veel rolweerstand is, want je moet hard trappen om deze te overwinnen. In het algemeen geldt: hoe groter de vervorming van wiel en wegdek, des te groter de rolweerstand. De rolweerstand hangt niet af van de snelheid van het rijdende voertuig, maar wel van zijn massa. De rolweerstand is recht evenredig met de massa: op een 2× zo zwaar voertuig werkt een 2× zo grote rolweerstand.

Luchtweerstandskracht

Een wielrenner ondervindt luchtweerstand omdat er tijdens het rijden luchtmoleculen tegen hem botsen die op hem een tegenwerkende kracht uitoefenen. De grootte van de luchtweerstand hangt af van de snelheid. Hoe groter de snelheid, hoe meer luchtmoleculen er per seconde tegen de wielrenner botsen, en hoe harder ze tegen hem botsen, des te groter de luchtweerstand. Bij een 2× zo grote snelheid is de luchtweerstand 4× zo groot.
Verder hangt de luchtweerstand af van de grootte van het frontale oppervlak van de wielrenner en van diens stroomlijn. Het frontale oppervlak van de wielrenner is het oppervlak dat je ziet als hij op je af rijdt (figuur 9).



◀ **figuur 9** het frontale oppervlak van een wielrenner

Hoe gestroomlijnder de wielrenner op zijn fiets zit, des te minder luchtweerstand hij ondervindt. Daarom zitten wielrenners altijd voorovergebogen op hun fiets waarbij hun armen op het stuur rusten. Een speciale helm draagt ook bij aan een goede stroomlijn. Bij zo'n gestroomlijnde wielrenner botsen luchtmoleculen niet hard tegen hem aan, maar worden ze over hem heen geleid (figuur 10).



▲ **figuur 10** van links naar rechts steeds minder luchtweerstand

Schuifweerstandskracht

In principe hebben voertuigen geen last van schuifweerstandskrachten. Deze krachten ontstaan als twee oppervlakken over elkaar heen schuiven. Dat gebeurt in het verkeer alleen als bij een noodstop (heel hard remmen) de wielen blokkeren. Dan ontstaan zwarte strepen op het asfalt.

Auto's zijn tegenwoordig uitgerust met een antiblokkeersysteem (ABS) dat voorkomt dat de wielen blokkeren. Dat is belangrijk, want de remkracht van geblokkeerde wielen is kleiner dan de remkracht van niet-geblokkeerde wielen. Daardoor is de remweg bij geblokkeerde wielen groter dan bij niet-geblokkeerde wielen. De schuifweerstandskracht wordt ook wel schuifweerstand of glijdende wrijving genoemd.

Zuinig rijden

Een automobilist kan een aantal dingen doen om minder brandstof te verbruiken:
- langzamer rijden; hoe lager de snelheid, des te kleiner is de tegenwerkende luchtweerstand;
- sneller schakelen naar een hogere versnelling; dit bespaart energie;
- een auto rijden met een zuiniger motor;
- een kleine, lichte, zuinige auto rijden; er is minder energie nodig om zo'n auto te rijden omdat zo'n auto minder rolwrijving ondervindt. Als de auto ook nog eens goed is gestroomlijnd, ondervindt hij ook minder luchtwrijving;
- een hybride auto rijden; dat is een auto die een verbrandingsmotor (benzine, diesel of autogas) en een elektrische motor heeft. Plug-inhybrides zijn auto's waarbij de accu wordt opgeladen via het bestaande elektriciteitsnet: je steekt gewoon de stekker in het stopcontact;
- een elektrische auto rijden, met alleen een elektromotor. Elektrische auto's hebben nog een beperkte actieradius van ongeveer 450 km, maar accu's worden steeds beter, waardoor je steeds grotere afstanden kunt afleggen. In de EU moeten vanaf 2035 alle nieuw verkochte auto's elektrisch zijn.

Voorbeeldopgave 4

Een auto rijdt met een constante snelheid van 100 $km\,h^{-1}$. De benzinemotor in deze auto heeft een rendement van 40%. De auto rijdt 1 op 16. Dat betekent dat de auto met 1,0 L benzine 16 km kan rijden.

a Bereken het vermogen in kW dat de automotor levert.
b Bereken de totale weerstand op de auto.

Uitwerking

a Gegevens:
$v = 100\ km\,h^{-1}$
$\eta = 40\%$
verbruik 1 op 16
Formules:
$E_{ch} = r_v \cdot V$

$$\eta = \frac{E_{nuttig}}{E_{in}} \cdot 100\%$$

$v = \frac{s}{t}$ waaruit volgt $t = \frac{s}{v}$, $P = \frac{E}{t}$

In Binas tabel 28B vind je de stookwaarde van benzine: $r_v = 33 \cdot 10^9\ J\,m^{-3}$
$1\ L = 1\ dm^3 = 1 \cdot 10^{-3}\ m^3$
Bereken de chemische energie in 1,0 L benzine:
$E_{ch} = r_v \cdot V = 33 \cdot 10^9 \times 1{,}0 \cdot 10^{-3} = 3{,}3 \cdot 10^7$ J
Bereken vervolgens hoeveel energie uit deze liter benzine nuttig wordt gebruikt:

$\eta = \frac{E_{nuttig}}{E_{in}} \cdot 100\%$ invullen geeft $40 = \frac{E_{nuttig}}{3{,}3 \cdot 10^7} \cdot 100\%$.

$0{,}40 = \frac{E_{nuttig}}{3{,}3 \cdot 10^7}$, waaruit volgt $E_{nuttig} = 0{,}40 \times 3{,}3 \cdot 10^7 = 1{,}32 \cdot 10^7$ J.

De auto rijdt met 1,0 L benzine 16 km. Daar doet hij $t = \frac{s}{v} = \frac{16}{100} = 0{,}16$ h = 576 s over.

$$P = \frac{E}{t} = \frac{1{,}32 \cdot 10^7}{576} = 2{,}3 \cdot 10^4 \text{ W} = 23 \text{ kW}$$

b Gegevens:
$v = 100 \text{ km h}^{-1} = 27{,}8 \text{ m s}^{-1}$
$P = 2{,}3 \cdot 10^4$ W

Formule: $P = F \cdot v$, waaruit volgt: $F = \frac{P}{v}$

Bereken de voortstuwende kracht van de automotor: $F = \frac{P}{v} = \frac{2{,}3 \cdot 10^4}{27{,}8} = 8{,}3 \cdot 10^2$ N

De auto rijdt met constante snelheid en dus is de resulterende kracht op de auto nul. De totale tegenwerkende weerstand op de auto is gelijk aan $8{,}3 \cdot 10^2$ N.

Het vliegwiel

Tegenwoordig worden in sommige bussen en trams vliegwielen gebruikt om energie te besparen. Een vliegwiel is een zwaar voorwerp dat kan draaien om een as (figuur 11). In zo'n vliegwiel kan kinetische energie worden opgeslagen. Als een bus bijvoorbeeld moet remmen, wordt een deel van de kinetische energie van de bus niet omgezet in warmte, maar overgedragen aan een zwaar wiel dat gaat draaien en geen contact met het wegdek heeft. Zo wordt een deel van de kinetische energie van de bus in het vliegwiel opgeslagen. Als de bus weer optrekt, wordt deze kinetische energie van het vliegwiel weer overgedragen aan de bus. Hierdoor verbruikt die bus minder brandstof.



▲ **figuur 11** een vliegwiel

Remmen met een dynamo

In veel grote steden rijden ondergronds metro's. Deze rijden tussen stations die vaak dicht bij elkaar liggen waardoor de metro's vaak moeten remmen. Het loont de moeite om de kinetische energie van een metro voor het remmen deels terug te winnen. Bij de Londense metro is hiervoor een oplossing bedacht. De metro remt met behulp van een dynamo, in plaats van met schijfremmen die heet worden. De stroom die uit de dynamo komt, laadt accu's op. Bij het weer optrekken gebruikt de metro een elektromotor die werkt op de accu's.

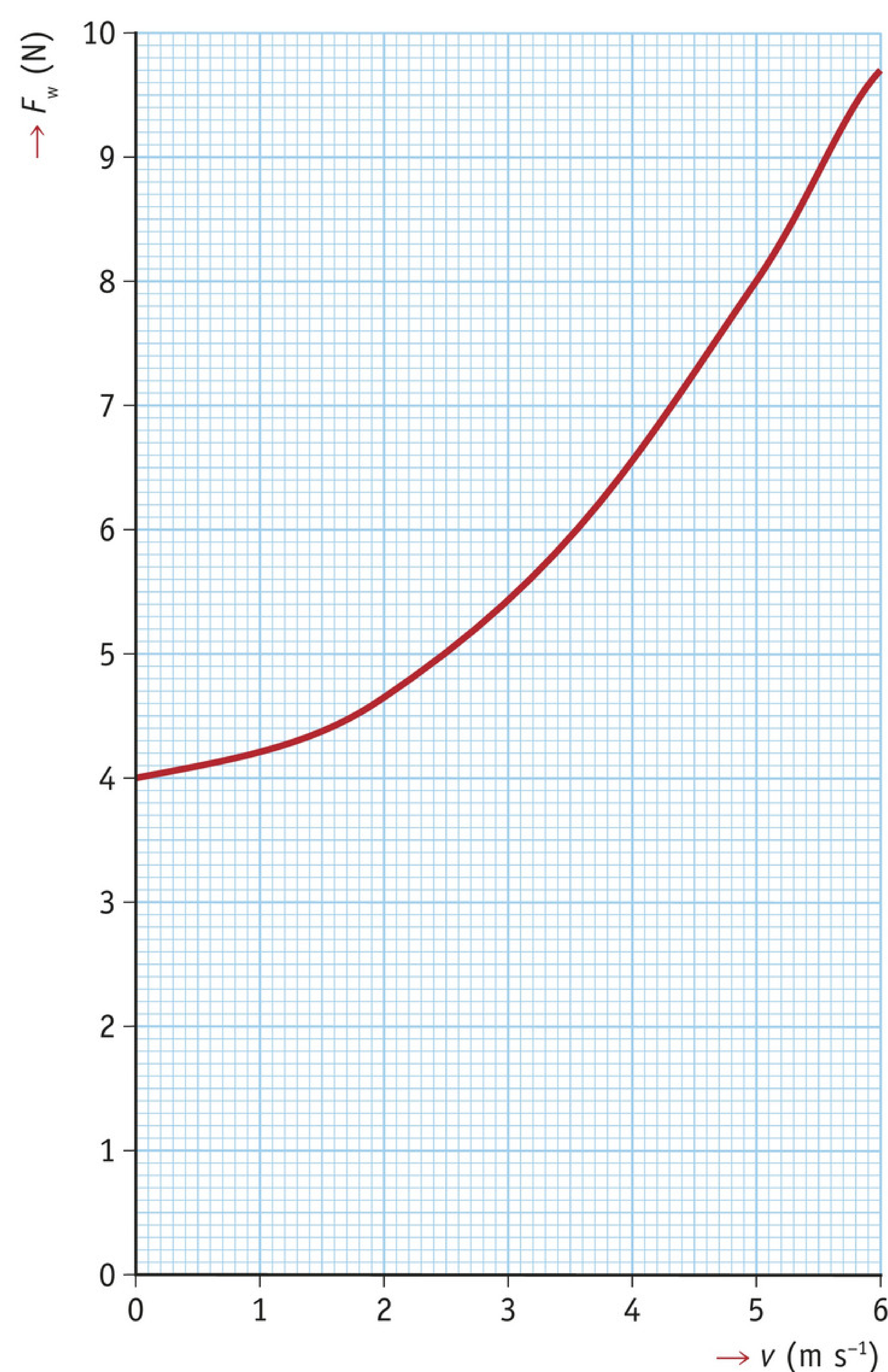
Onthoud!

- Een voertuig ondervindt rolweerstand en luchtweerstand.
- Om een voertuig zo zuinig mogelijk te maken moeten de weerstandskrachten zo klein mogelijk zijn.

Opdrachten

11 Weerstand
Beantwoord de volgende vragen.
a Leg uit hoe rolweerstand ontstaat.
b Van welke factoren hangt de grootte van de rolweerstand af?
c Leg uit hoe luchtweerstand ontstaat.
d Van welke factoren hangt de grootte van de luchtweerstand af?
e Leg de werking van een vliegwiel uit.

12 Fietsen (I)
Bij het fietsen speelt wrijving een belangrijke rol. In het diagram in figuur 12 is de grootte van de totale wrijvingskracht uitgezet tegen de snelheid waarmee je fietst.
De wrijvingskracht bestaat uit twee gedeelten:
- de rolwrijving, F_{rol}, die niet van de snelheid afhangt;
- de luchtwrijving, F_{lucht}.



▲ **figuur 12** (F_w,v)-diagram van een fietser

Voor luchtwrijving geldt: $F_{lucht} = k \cdot v^2$

Hierin is:
- k een constante (in $kg\,m^{-1}$);
- v de snelheid (in $m\,s^{-1}$).

a Bepaal k met behulp van figuur 12. Geef de uitkomst in twee significante cijfers.

Een fietser heeft een afstand van 10 km afgelegd met een constante snelheid van 16 $km\,h^{-1}$.
b Bepaal de arbeid die de fietser daar minimaal voor heeft verricht.

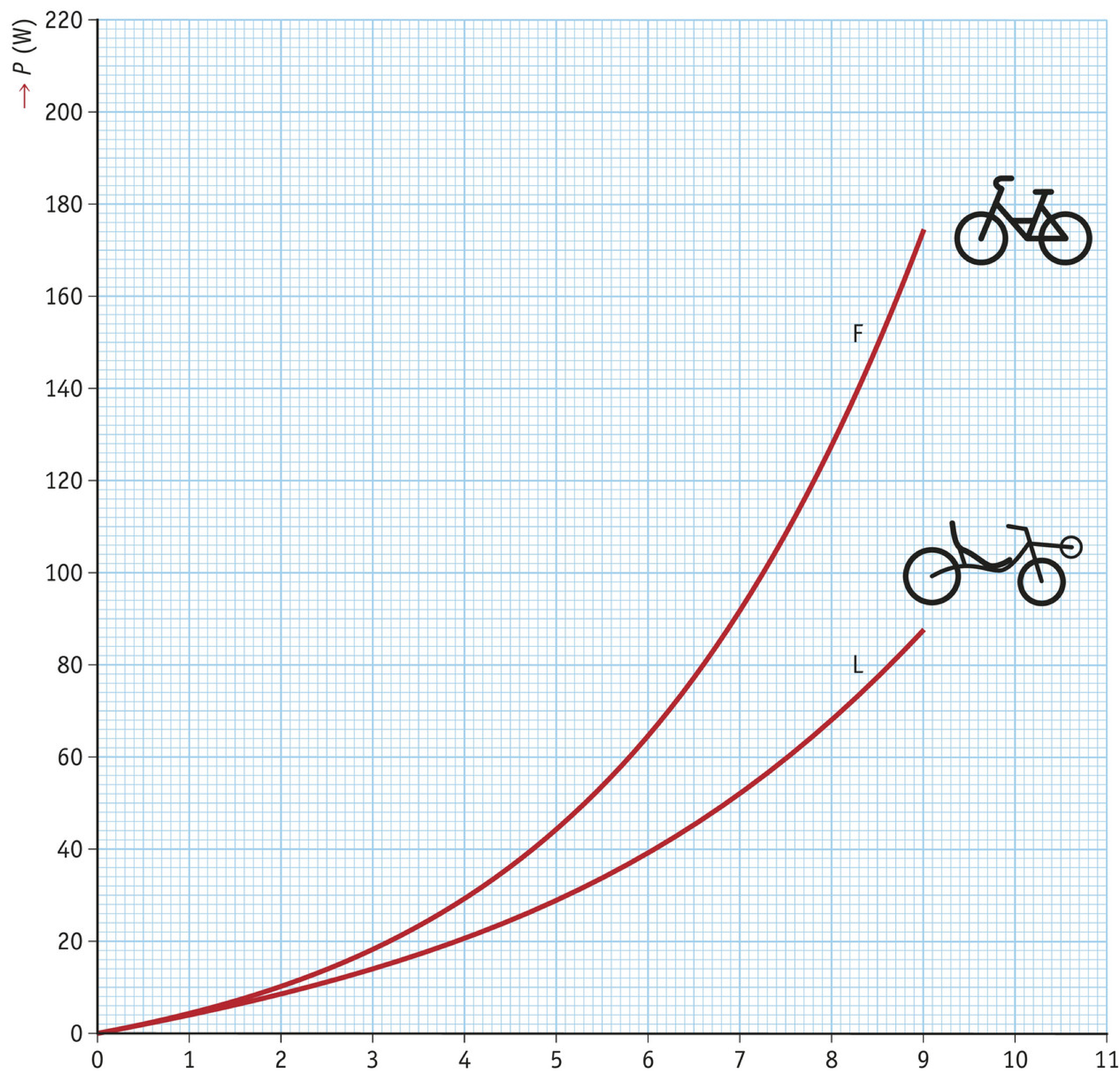
Om een wedstrijd te winnen is niet alleen de verrichte arbeid belangrijk. Bij een bepaalde wedstrijd hebben twee wielrenners A en B precies dezelfde arbeid verricht. Toch was A eerder bij de finish dan B.

c Leg uit hoe dat kan. Gebruik bij je uitleg een formule waarin het symbool *W* voor de grootheid arbeid voorkomt.

13 Fietsen (II)

Fietsen kost energie. Als je met een hoge snelheid fietst, kost dat meer energie dan wanneer je met een lage snelheid fietst. Lijn F in figuur 13 geeft weer hoe het vermogen dat een fietser op een gewone fiets moet leveren, afhangt van de snelheid waarmee hij fietst.
Er is een bepaalde hoeveelheid energie nodig om met een gewone fiets een afstand af te leggen van 7,5 km met een constante snelheid van 18 km h^{-1}.

a Bepaal deze hoeveelheid energie met behulp van figuur 13. Geef je uitkomst in twee significante cijfers.



▲ **figuur 13** (P,v)-diagram van een fietser en van een ligfietser

b Bepaal voor de gewone fiets de grootte van de wrijvingskracht als de fietser met een constante snelheid van 7,2 m s^{-1} rijdt. Geef je uitkomst in twee significante cijfers.

c Lijn L in figuur 13 laat zien dat een ligfietser bij een bepaalde snelheid minder vermogen hoeft te leveren dan een gewone fietser. Noem daarvan een oorzaak.

bron: examen 2001-I

14 Superbus

Op de TU Delft is de Superbus ontwikkeld (figuur 14). De bus wordt elektrisch aangedreven, biedt plaats aan ongeveer twintig personen en heeft een kruissnelheid van 250 km h^{-1}. De massa van de bus inclusief passagiers is $8{,}1 \cdot 10^3$ kg.

In figuur 15 is het (v,t)-diagram van het optrekken van de Superbus weergegeven. Van het optrekken van de bus is ook een (F,t)-diagram gemaakt (figuur 16). Hierin is F_{motor} de kracht waarmee de motor de bus aandrijft en F_{res} de resulterende kracht op de bus. Tussen $t = 0$ s en $t = 10$ s is F_{res} constant.

De waarde van F_{res} kun je aflezen in het (F,t)-diagram. Die waarde kun je ook bepalen met behulp van het (v,t)-diagram.

a Laat zien dat beide waarden van F_{res} met elkaar overeenstemmen.

De wrijvingskracht op de bus bestaat uit de constante rolwrijvingskracht $F_{w,rol}$ en de luchtwrijvingskracht $F_{w,lucht}$ waarvan de grootte van de snelheid afhangt. Voor de Superbus geldt: $F_{w,rol} = 1{,}3 \cdot 10^3$ N.

b Leg uit hoe uit figuur 16 blijkt dat $F_{w,rol} = 1{,}3 \cdot 10^3$ N.

Na $t = 104$ s is de motorkracht constant.

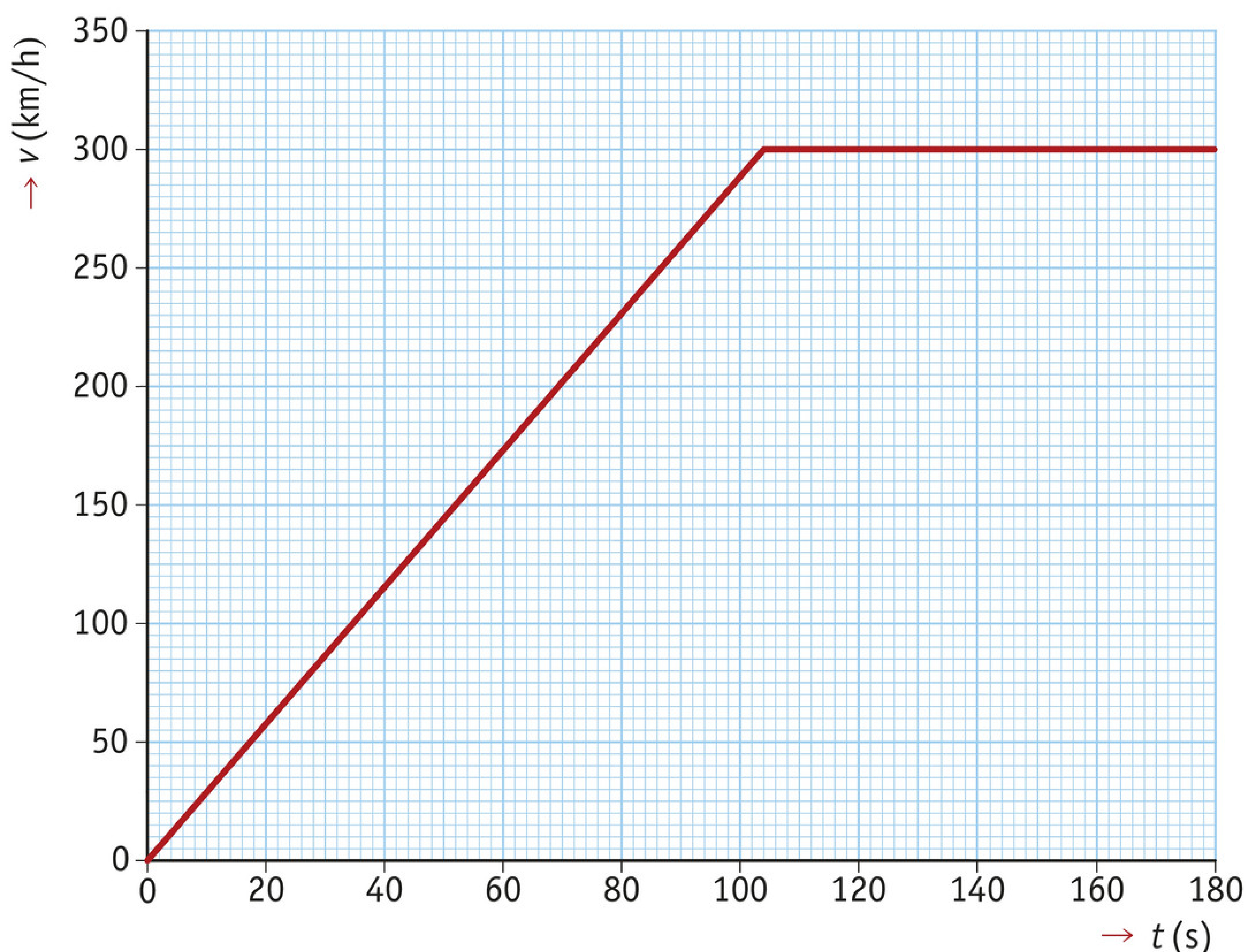
c Bepaal het vermogen dat de motor dan levert.

De actieradius van de Superbus is de afstand die hij bij gemiddeld energieverbruik kan afleggen als de accu's helemaal zijn gevuld. De Superbus heeft 324 accu's; in elke accu kan 0,74 kWh energie worden opgeslagen. De bus verbruikt gemiddeld 0,83 kWh per kilometer.

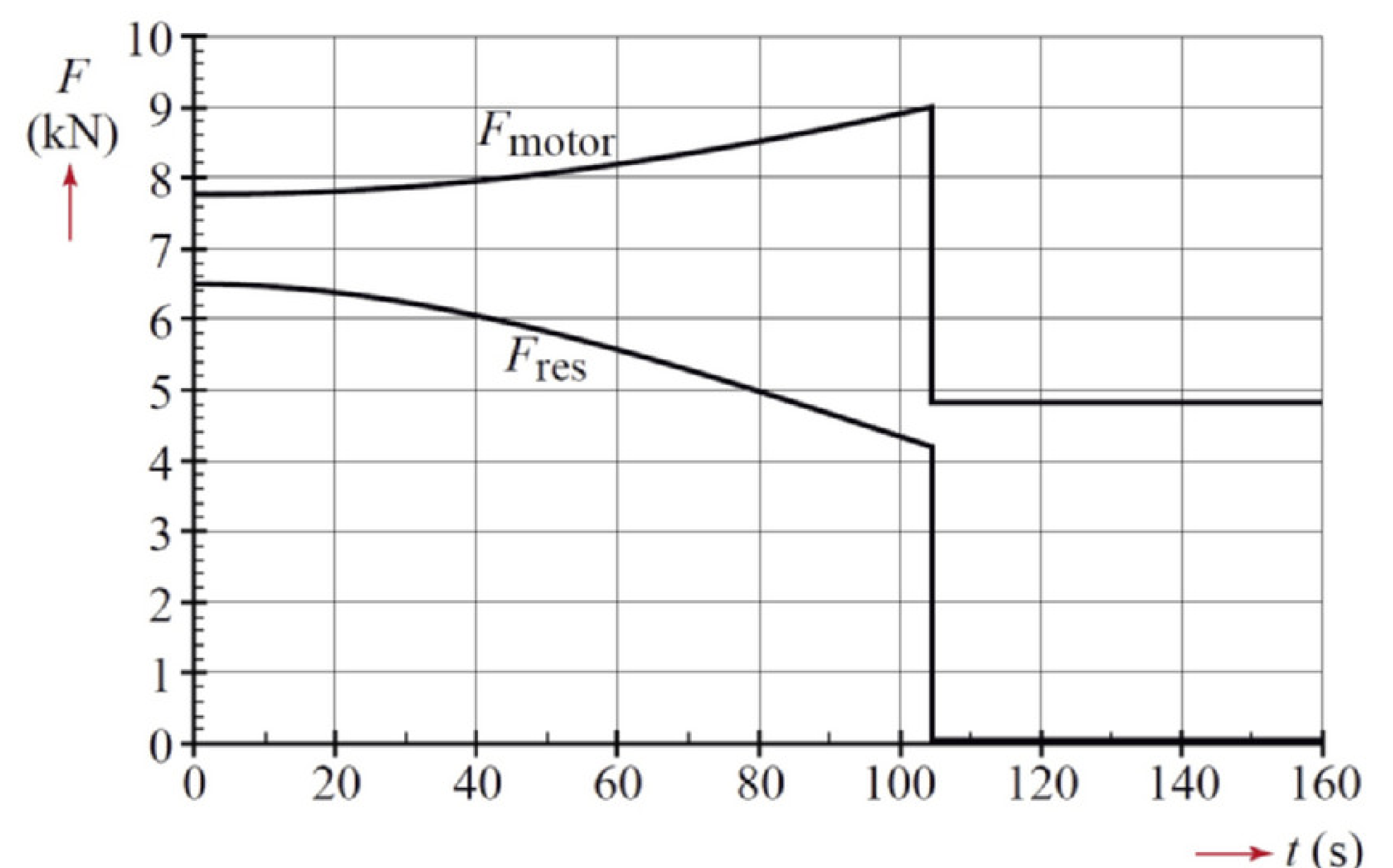
d Bereken de actieradius van de Superbus. Neem daarbij aan dat alle opgeslagen energie wordt verbruikt.



▲ **figuur 14** de Superbus



▲ **figuur 15** (v,t)-diagram van het optrekken van de Superbus



▲ **figuur 16** (F,t)-diagram van het optrekken van de Superbus

Als de accu's leeg zijn, worden ze tegelijk opgeladen. De spanning over elke accu is 4,2 V. De laadstroom door één accu is 200 A.

e Bereken de tijd die nodig is om een accu helemaal op te laden. Neem daarbij aan dat er tijdens het opladen geen energieverliezen optreden.

naar: examen 2009-II

15 Elektroscooter

Elektroscooters worden aangedreven door een elektromotor waarvoor de elektrische energie is opgeslagen in een accu. De accu wordt opgeladen met een lader die is aangesloten op het lichtnet (figuur 17).



▲ **figuur 17** Een elektroscooter wordt opgeladen.

Een bepaald type elektroscooter wordt volledig opgeladen. Er is dan 1,7 kWh elektrische energie in de accu opgeslagen. Bij een snelheid van 25 km h^{-1} kan de scooter 70 km afleggen. Het elektrisch vermogen van de elektromotor is bij een snelheid van 25 km h^{-1} gelijk aan 0,61 kW.

a Toon dat aan met een berekening.

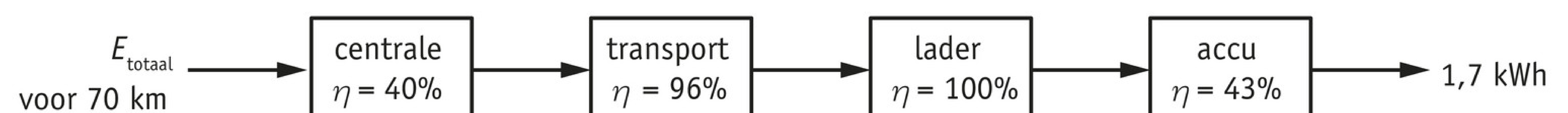
De actieradius is de afstand die je met een volle accu kunt afleggen. De actieradius wordt kleiner als je met een hogere snelheid rijdt.

b Leg dat uit. Gebruik daarbij $W = F \cdot s$.

Een bepaald type benzinescooter gebruikt 1,0 liter benzine (99 octaan) per 42 km bij een snelheid van 25 km h^{-1}. Deze benzinescooter verbruikt ongeveer 9× zo veel energie als de elektroscooter.

c Toon dit aan met een berekening. Gebruik hierbij Binas tabel 28B.

In de praktijk is de elektroscooter echter niet 9× zo zuinig als de benzinescooter. In het energieverbruik van de elektroscooter is nog geen rekening gehouden met energieverliezen bij de elektriciteitsopwekking, het elektriciteitstransport, de lader en de accu.
In figuur 18 staan de rendementen hiervan in een stroomdiagram weergegeven.



▲ **figuur 18** rendementen

d Bereken de totale hoeveelheid energie die de elektrische scooter echt nodig heeft om 70 km af te leggen.

bron: examen 2015-I

+16 Luchtweerstand

De grootte van de luchtweerstand op een bewegend voorwerp kun je berekenen met de formule:

$$F_{w,lucht} = ½ \cdot c_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$$

Hierin is:

- $F_{w,lucht}$ de luchtweerstand in newton (N);
- c_w de luchtwrijvingscoëfficiënt;
- ρ de dichtheid van de lucht in kilogram per kubieke meter ($kg\,m^{-3}$);
- A de frontale oppervlakte in vierkante meter (m^2);
- v de snelheid in meter per seconde ($m\,s^{-1}$).

a In welke SI-eenheid wordt c_w in deze formule uitgedrukt?

b Leg aan de hand van de formule uit hoe een wedstrijdschaatser een zo klein mogelijke luchtweerstand kan bereiken.

Een auto heeft een topsnelheid van 200 $km\,h^{-1}$ en bij deze snelheid een vermogen van 92 kW.

c Bereken de kracht die de motor levert als de auto op topsnelheid rijdt.

d Hoe groot is de totale weerstand als de auto op topsnelheid rijdt?

De c_w-waarde van de auto is 0,290 en het frontale oppervlak is 2,30 m^2.

e Bereken de grootte van de rolweerstand op de auto als hij op topsnelheid rijdt.

3 Opwekking van elektrische energie

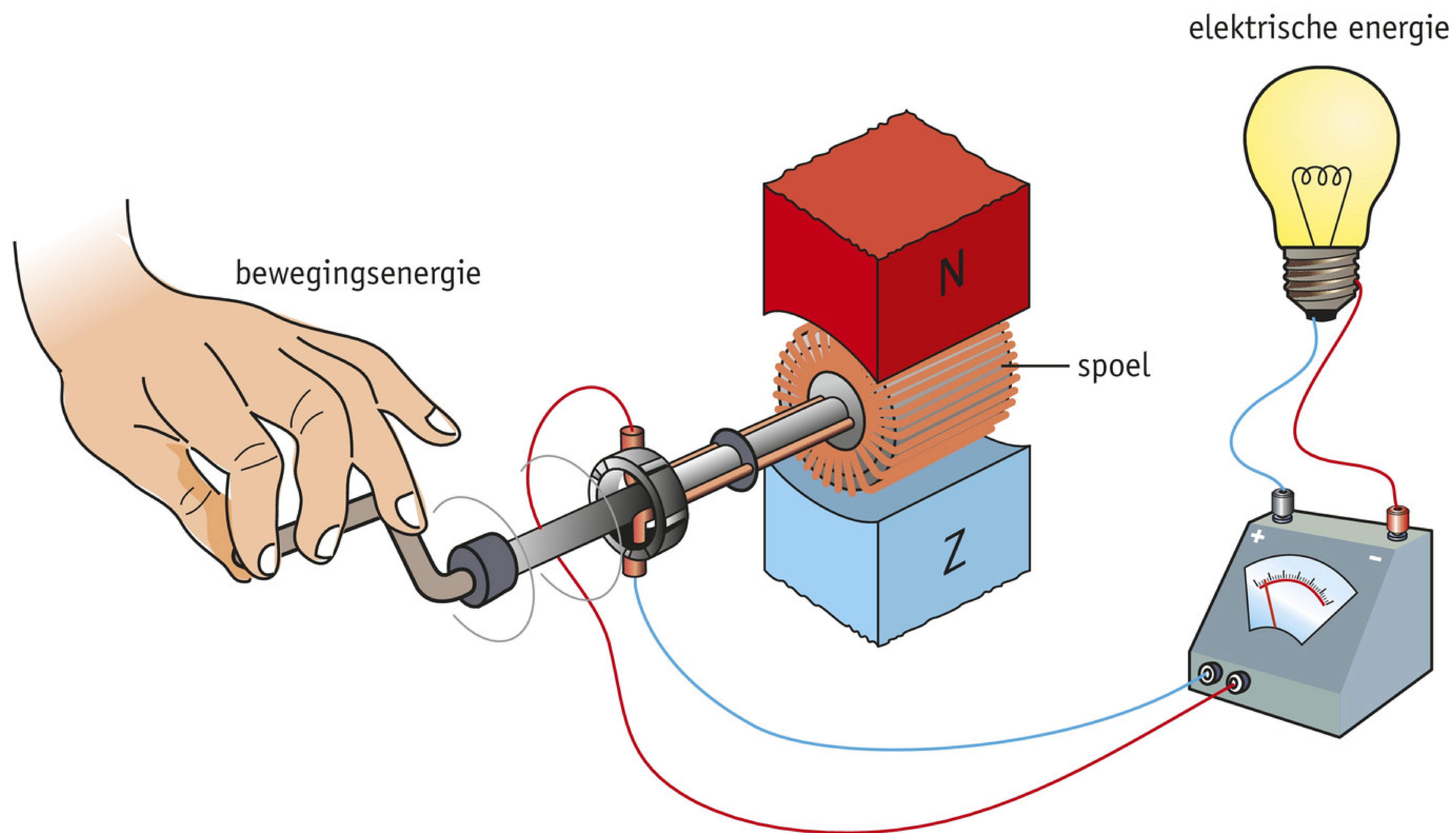
In deze paragraaf leer je:

- hoe een generator elektriciteit opwekt;
- hoe verschillende soorten elektriciteitscentrales werken.

Om een lamp te laten branden is elektrische energie nodig. De lamp brandt op energie die afkomstig is van een elektriciteitscentrale, waar kinetische energie wordt omgezet in elektrische energie. De elektrische energie waarop je mobieltje werkt, komt uit een batterij (accu). In de batterij vindt een elektrochemische reactie plaats. Bij deze chemische reactie komt elektrische energie vrij. Er zijn dus verschillende manieren om elektrische energie op te wekken.

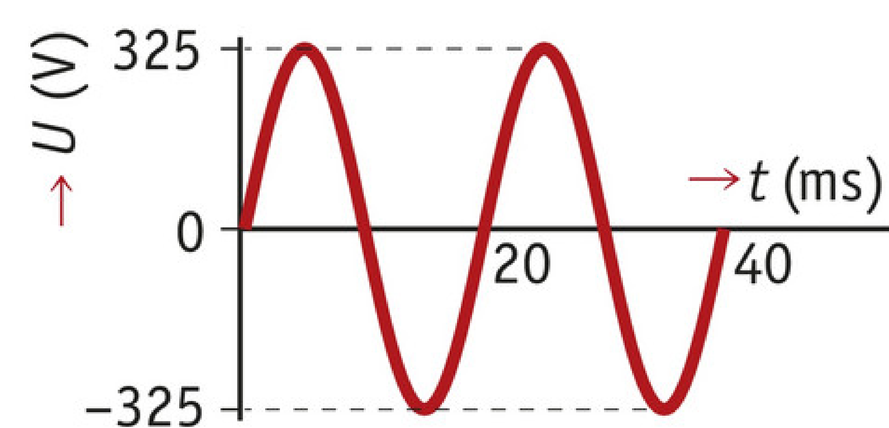
De generator

In een elektriciteitscentrale of energiecentrale wordt kinetische energie met behulp van een generator omgezet in elektrische energie. Je kunt de werking van de generator met een dynamo vergelijken. Een eenvoudige generator zie je in figuur 19.



▲ **figuur 19** Een eenvoudige generator: kinetische energie wordt omgezet in elektrische energie.

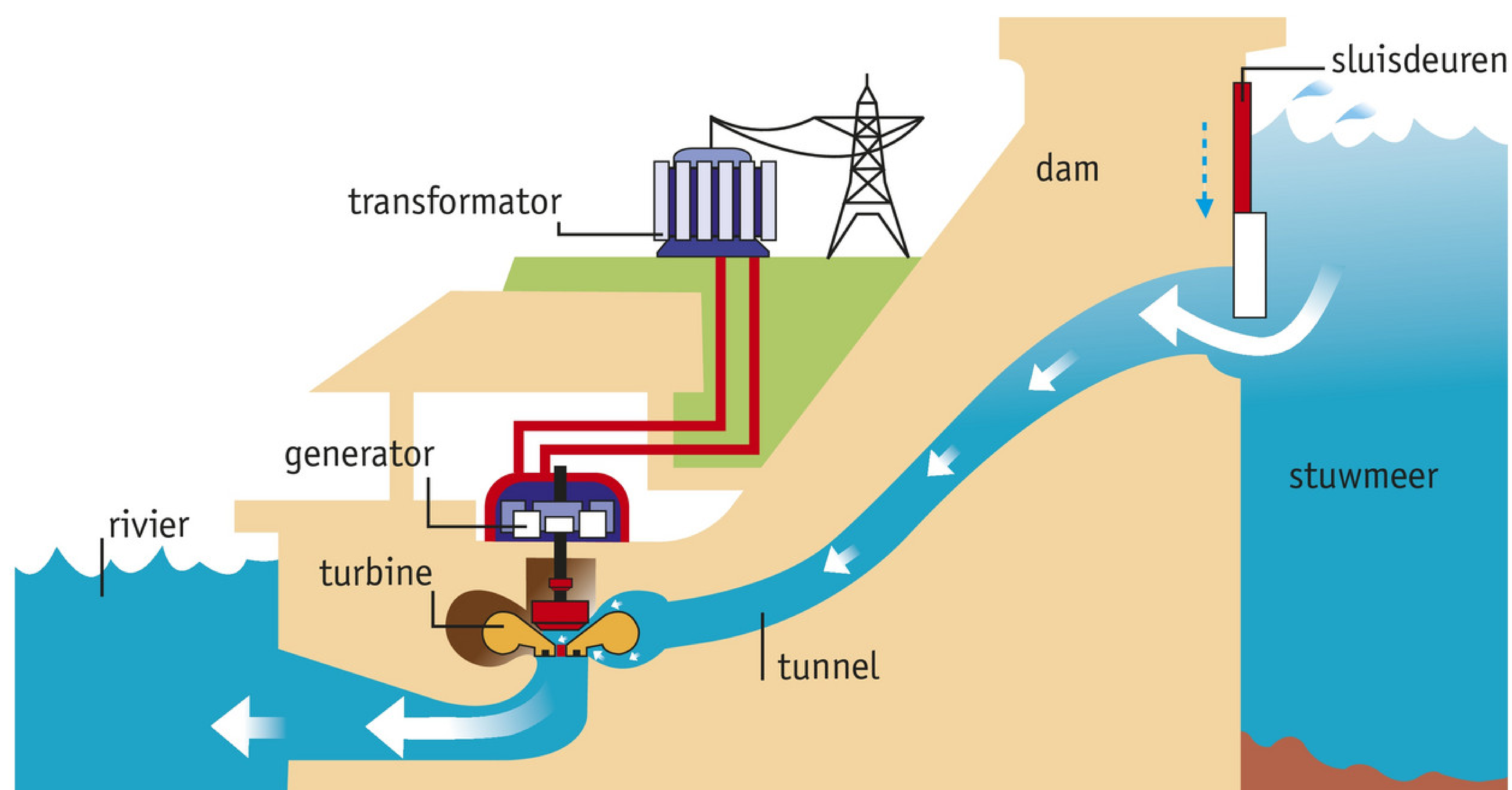
In een generator wordt wisselspanning opgewekt. Bij wisselspanning verandert de grootte van de spanning voortdurend (figuur 20). Daarbij krijgt de spanning afwisselend een positieve en negatieve waarde. Dit betekent dat de stroom heen en weer gaat als de stroomkring is gesloten.



▲ **figuur 20** wisselspanning

Werking van een elektriciteitscentrale

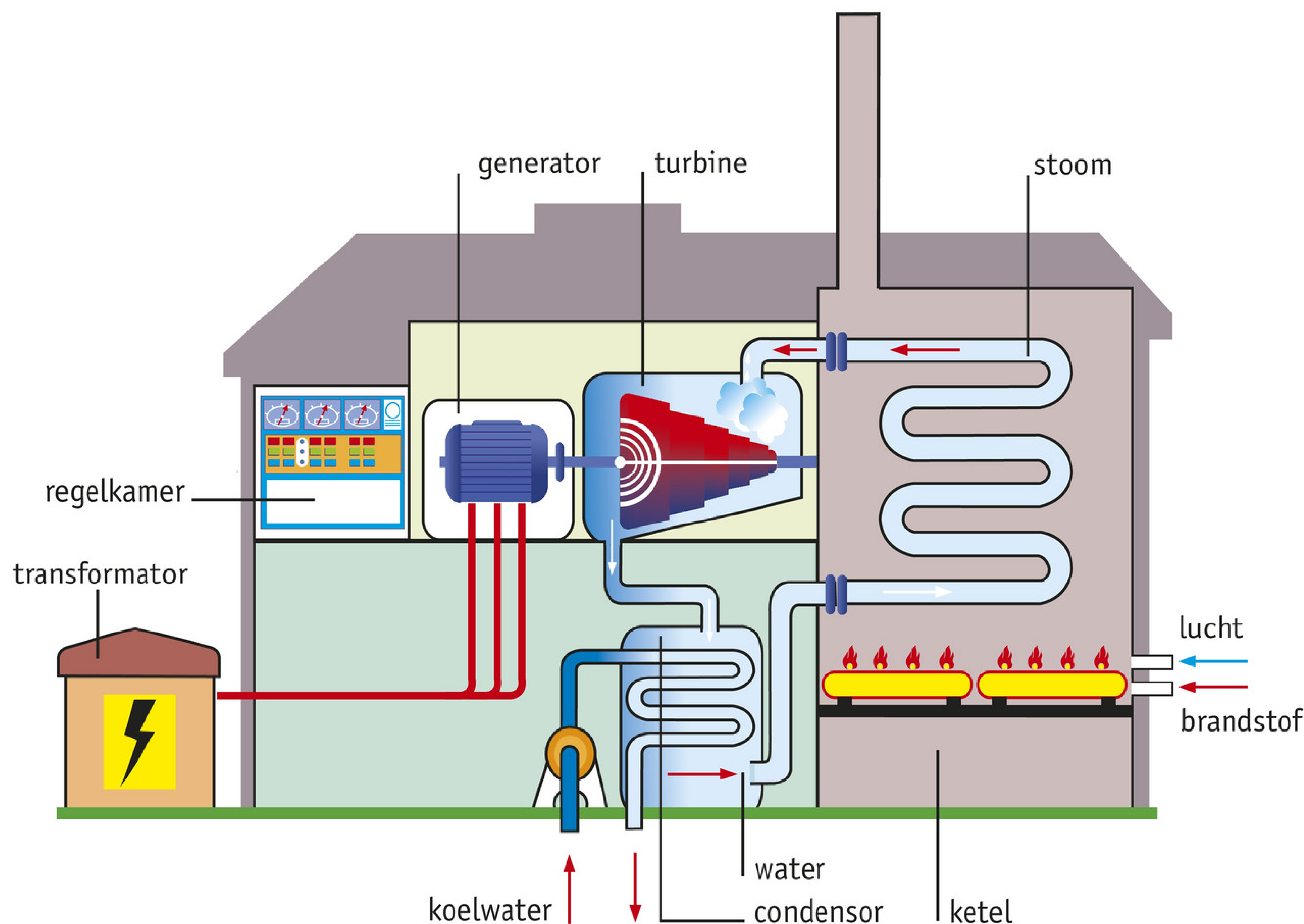
De kinetische energie die in een elektriciteitscentrale wordt omgezet in elektrische energie kun je op verschillende manieren opwekken. Een voorbeeld is stromend water dat van een stuwmeer in een lagergelegen rivier stroomt. Het stromende water drijft daarbij een **turbine** (waterrad) aan die via een as is verbonden met de generator (figuur 21). Dit type energiecentrale heet



▲ **figuur 21** een waterkrachtcentrale

een **waterkrachtcentrale**. Omdat Nederland een vlak land is, komen waterkrachtcentrales hier nauwelijks voor en worden de generatoren van elektrische centrales door een andere vorm van bewegingsenergie aangedreven.

De meest gebruikte vorm van kinetische energie is bewegende stoom die ontstaat door water te verhitten. Het water kun je verhitten door het verbranden van fossiele brandstoffen, zoals kolen en gas, of (huishoudelijk) afval. Zo'n centrale noem je een **verbrandingscentrale** of **conventionele centrale** (figuur 22). In de ketel vindt de verbranding plaats en wordt het water tot stoom verhit. In een turbine brengt de stoom vervolgens een schoepenrad in beweging. Deze beweging wordt met een generator omgezet in elektrische energie.

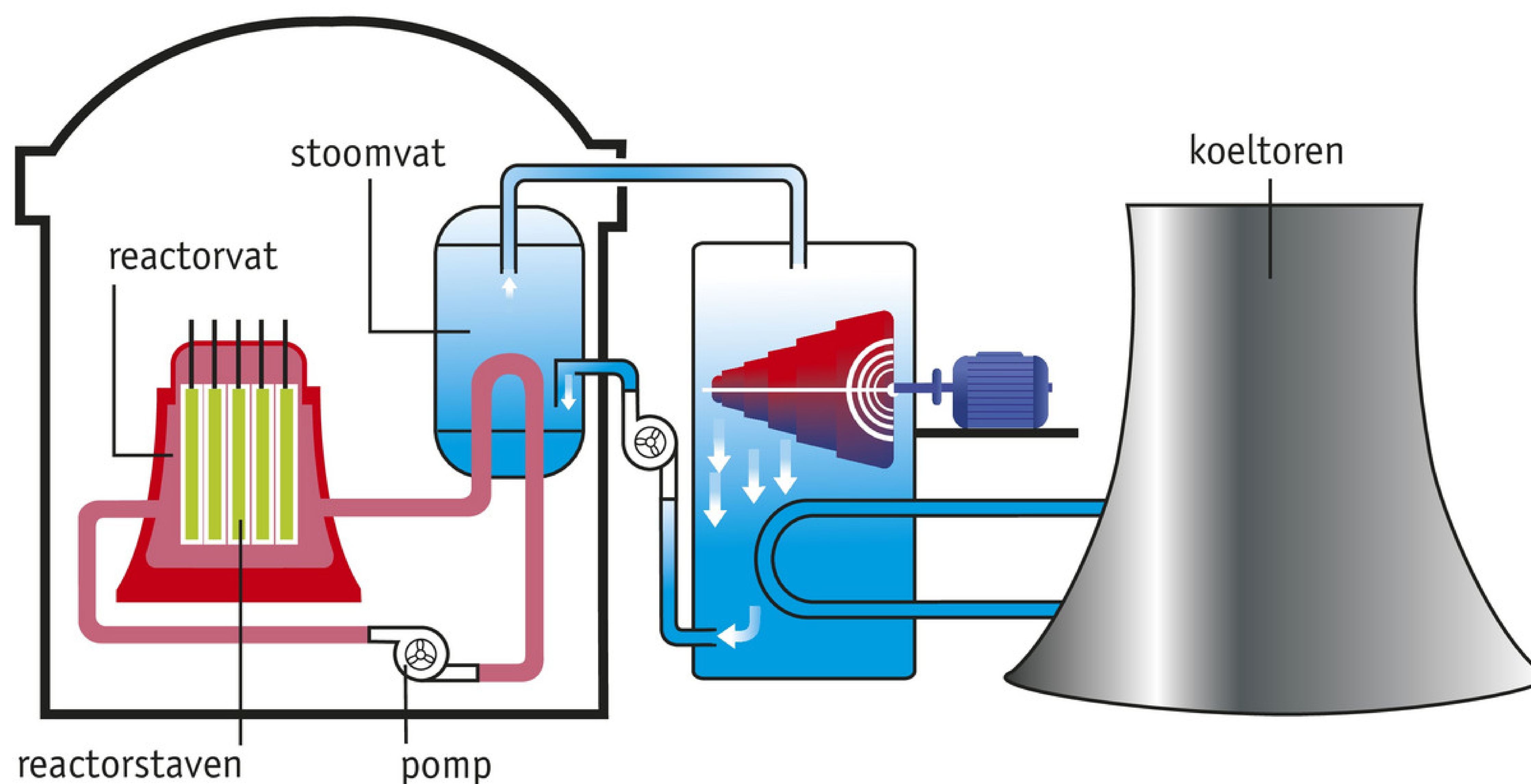


▲ **figuur 22** een verbrandingscentrale

Als de stoom de turbine verlaat, is hij nog steeds gasvormig, maar wel lager van temperatuur. Het verder afkoelen van de stoom gebeurt in een condensor met behulp van koelwater. Dit koelwater kan afkomstig zijn van een rivier of koeltoren. Om het water opnieuw in de ketel te krijgen, is een pomp nodig.

Kerncentrale

In de jaren zeventig en tachtig van de vorige eeuw was er veel verzet tegen kernenergie. Dodewaard (gesloten in 1997) en Borssele riepen in Nederland veel weerstand op. Toch is kernenergie een relatief schone vorm van energie met een CO_2-uitstoot die zelfs lager is dan die van zonnepanelen. De opslag van kernafval blijft echter een probleem.
In een **kerncentrale** worden geen brandstoffen verbrand voor het maken van stoom, maar vinden kernreacties plaats. In de centrale worden atoomkernen gespleten door middel van neutronen. Bij deze kernreacties komt warmte vrij, die wordt gebruikt om water tot stoom te verhitten (figuur 23). In de figuur zijn twee watercircuits getekend: één in het rood (1) en het andere in het blauw (2).



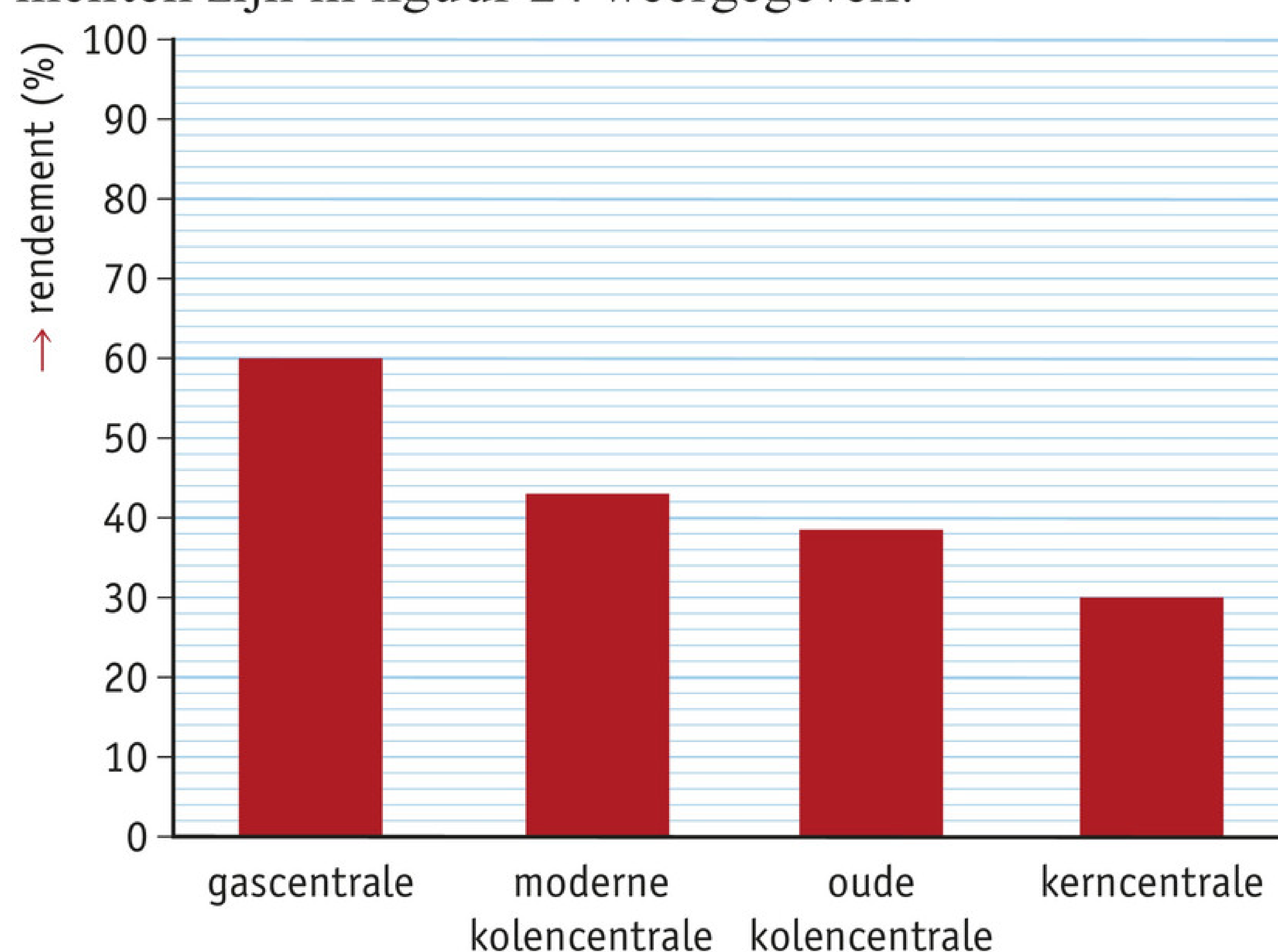
▲ **figuur 23** een watergekoelde kerncentrale

Het water in het rode circuit wordt ten gevolge van kernreacties in het reactorvat opgewarmd. Via een buizensysteem wordt het water naar een **warmtewisselaar** gepompt. De warmtewisselaar geeft de warmte af aan het tweede circuit. In het tweede circuit wordt het water verhit tot stoom en drijft de stoom de turbine met generator aan. Ook hier zijn een condensor en een pomp nodig om het water weer terug naar de warmtewisselaar te brengen. Als er geen warmtewisselaar zou zijn, zou de stoom in aanraking kunnen komen met de uraniumstaven en dat is gevaarlijk. In Nederland wordt nu weer nagedacht over het bouwen van een aantal kleine kerncentrales.

Rendement

In elektriciteitscentrales gaat warmte en dus energie verloren. De stoom wordt afgekoeld totdat hij weer een vloeistof is. Zodra het water weer vloeibaar is, wordt het teruggepompt. De turbine drijft een **generator** aan die de bewegingsenergie omzet in elektrische energie. Hierbij treedt wrijving op waardoor de generator warm wordt.

Bij een gasgestookte centrale wordt 60% van de energie van het aardgas omgezet in bruikbare elektrische energie. Een kolencentrale heeft een rendement van tussen de 37% en 46% afhankelijk van het bouwjaar. Een kerncentrale heeft een wat lager rendement (circa 30%) omdat deze wat meer vermogen nodig heeft om de processen in de centrale op gang te houden. De rendementen zijn in figuur 24 weergegeven.



▲ **figuur 24** rendementen van een aantal soorten elektriciteitscentrales

Voorbeeldopgave 5

In een kolencentrale wordt bruinkool verbrand om elektrische energie op te wekken.
Het rendement van de kolencentrale is 45%.
Bereken hoeveel nuttige energie je uit 1,0 kg bruinkool kunt halen.

Uitwerking
Gegevens:
m = 1,0 kg
η = 45%

Formule: $\eta = \frac{E_{\text{nuttig}}}{E_{\text{in}}} \cdot 100\%$

In Binas tabel 28B vind je dat de stookwaarde van bruinkool $r_m = 21 \cdot 10^6 \text{ J kg}^{-1}$ is.
Een kilogram bruinkool bevat dus $21 \cdot 10^6$ J. Hiervan wordt 45% nuttig omgezet.
Dus $E_{\text{in}} = 21 \cdot 10^6$ J

De formule $\eta = \frac{E_{\text{nuttig}}}{E_{\text{in}}} \cdot 100\%$ invullen geeft $45 = \frac{E_{\text{nuttig}}}{21 \cdot 10^6} \cdot 100\%$.

Dus $\frac{45}{100} = \frac{E_{\text{nuttig}}}{21 \cdot 10^6}$ waaruit volgt E_{nuttig} is $\frac{45}{100} \times 21 \cdot 10^6 = 9{,}5 \cdot 10^6$ J.

Onthoud!

- Een generator zet bewegingsenergie (kinetische energie) om in elektrische energie.
- Een wisselspanning is een spanning die in de tijd verandert van grootte en teken.
- Een verbrandingscentrale is een elektriciteitscentrale waarin de vrijgekomen warmte van een verbrandingsproces via bewegingsenergie van een turbine wordt omgezet in elektrische energie.
- In een turbine wordt de bewegingsenergie van stoom omgezet in bewegingsenergie van een schoepenrad.
- In een kerncentrale vinden kernreacties plaats. De daarbij vrijgekomen warmte wordt uiteindelijk omgezet in elektrische energie.

Opdrachten

17 Energievoorziening
Beantwoord de volgende vragen.
a Wat is het verschil tussen gelijk- en wisselspanning?
b Noem een verschil tussen een kerncentrale en een gasgestookte centrale.

18 Elektriciteitscentrales
In een elektriciteitscentrale vinden meerdere energieomzettingen plaats. Beschrijf de energieomzettingen in de volgende centrales.
a waterkrachtcentrale
b conventionele centrale
c kerncentrale

19 Energie uit afval
Bij het verbranden van huishoudelijk afval komt warmte vrij. Deze warmte kun je gebruiken voor het opwekken van elektrische energie. De stookwaarde van huishoudelijk afval is gemiddeld $8{,}9 \text{ MJ kg}^{-1}$. Een bepaalde centrale heeft een elektrisch vermogen van 25 MW en een rendement van 50%.

a Toon met een berekening aan dat er per seconde 5,6 kg afval wordt verbrand.
b Bereken hoeveel warmte hierbij per seconde verloren gaat.
c Bereken de elektrische energieopbrengst per jaar in kilowattuur.

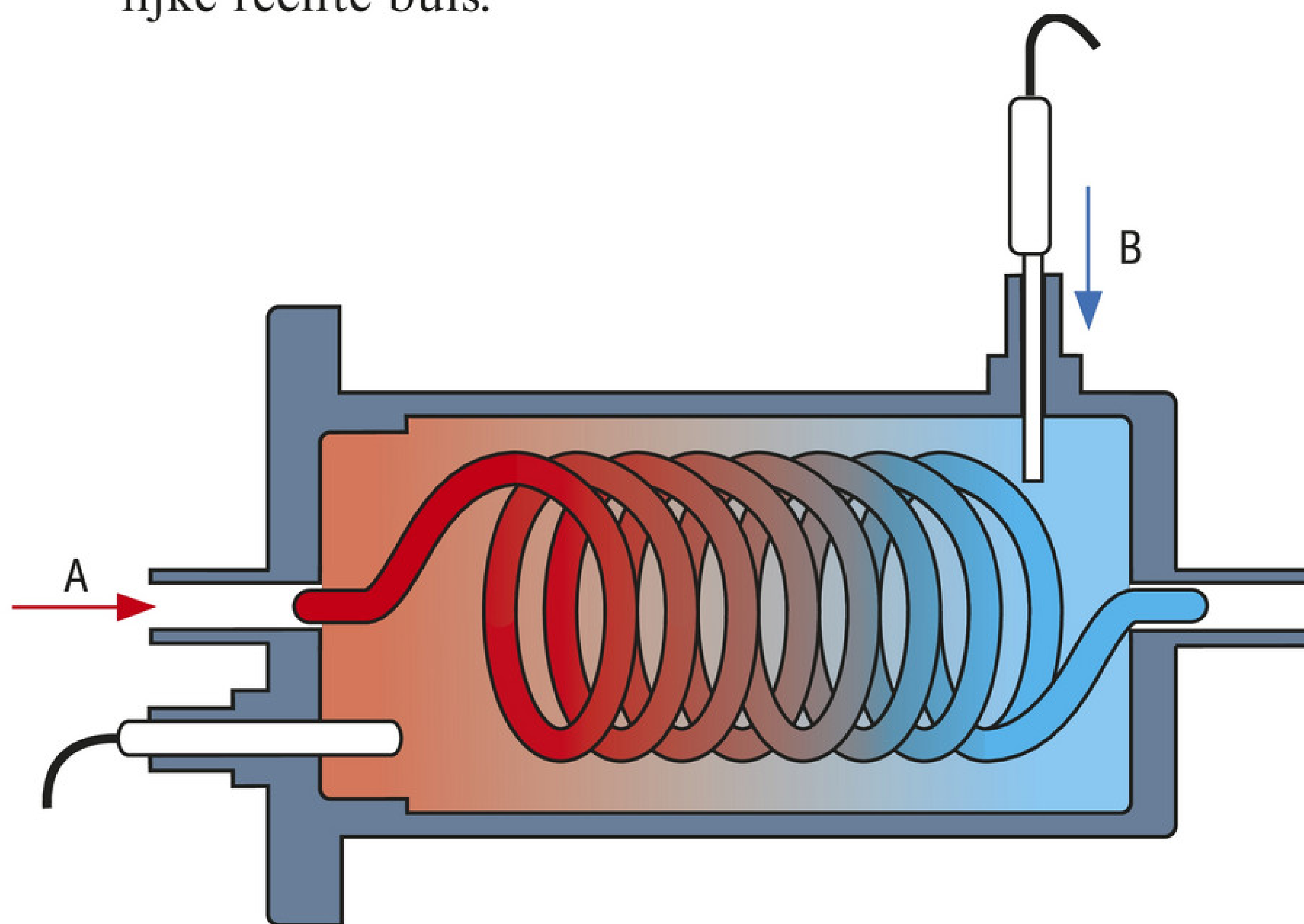
Een gemiddeld huishouden heeft een elektrische energiebehoefte van 4000 kWh per jaar.
d Bereken hoeveel huishoudens per jaar door deze centrale kunnen worden voorzien van elektrische energie.
e Bereken hoeveel kilogram huishoudelijk afval daar per gezin, per dag, voor nodig is.

20 Elektrische energie van wind
Een windmolen haalt een vermogen van $4{,}0 \cdot 10^3$ W uit de wind. Het rendement bij het opwekken van elektrische energie bedraagt 45%. Bereken hoeveel elektrische energie de windmolen in een week kan leveren als hij 15 uur per dag draait.

21 Kerncentrale Borssele
Het rendement van de watergekoelde kerncentrale in Borssele is 35%. Borssele bevindt zich in de provincie Zeeland. Het elektrisch vermogen van de kerncentrale is 485 MW.
a Waarom ligt de kerncentrale in Zeeland en bijvoorbeeld niet in Drenthe?
b Hoe groot is het vermogen dat vrijkomt bij de kernreacties in de centrale van Borssele?
c Bereken de hoeveelheid elektrische energie in GWh die deze centrale per jaar produceert.
d Waarom zal de centrale in werkelijkheid minder produceren?

Per jaar is er $8{,}4 \cdot 10^4$ kg uranium nodig om de bij opgave c berekende energie te produceren.
e Bereken de energie die vrijkomt per kilogram vervallen uranium.

+22 Warmtewisselaar
In figuur 25 zie je een opengewerkte warmtewisselaar. In de warmtewisselaar bevinden zich twee circuits, één voor het warme water (rode pijlen) en één voor het koude water dat het warme water afkoelt (blauwe pijlen). In deze warmtewisselaar is het eerste circuit een spiraalvormige buis met daarin het af te koelen water. Het tweede circuit B is het vat met het koelwater waarin zich de spiraalvormige buis bevindt. Leg uit dat er een betere warmteoverdracht plaatsvindt als je:
a een koperen leiding voor de spiraalvormige buis gebruikt in plaats van een kunststof leiding;
b een spiraalvormige buis gebruikt voor het warme water in plaats van een zo kort mogelijke rechte buis.



▲ **figuur 25** een warmtewisselaar

4 Duurzame energie

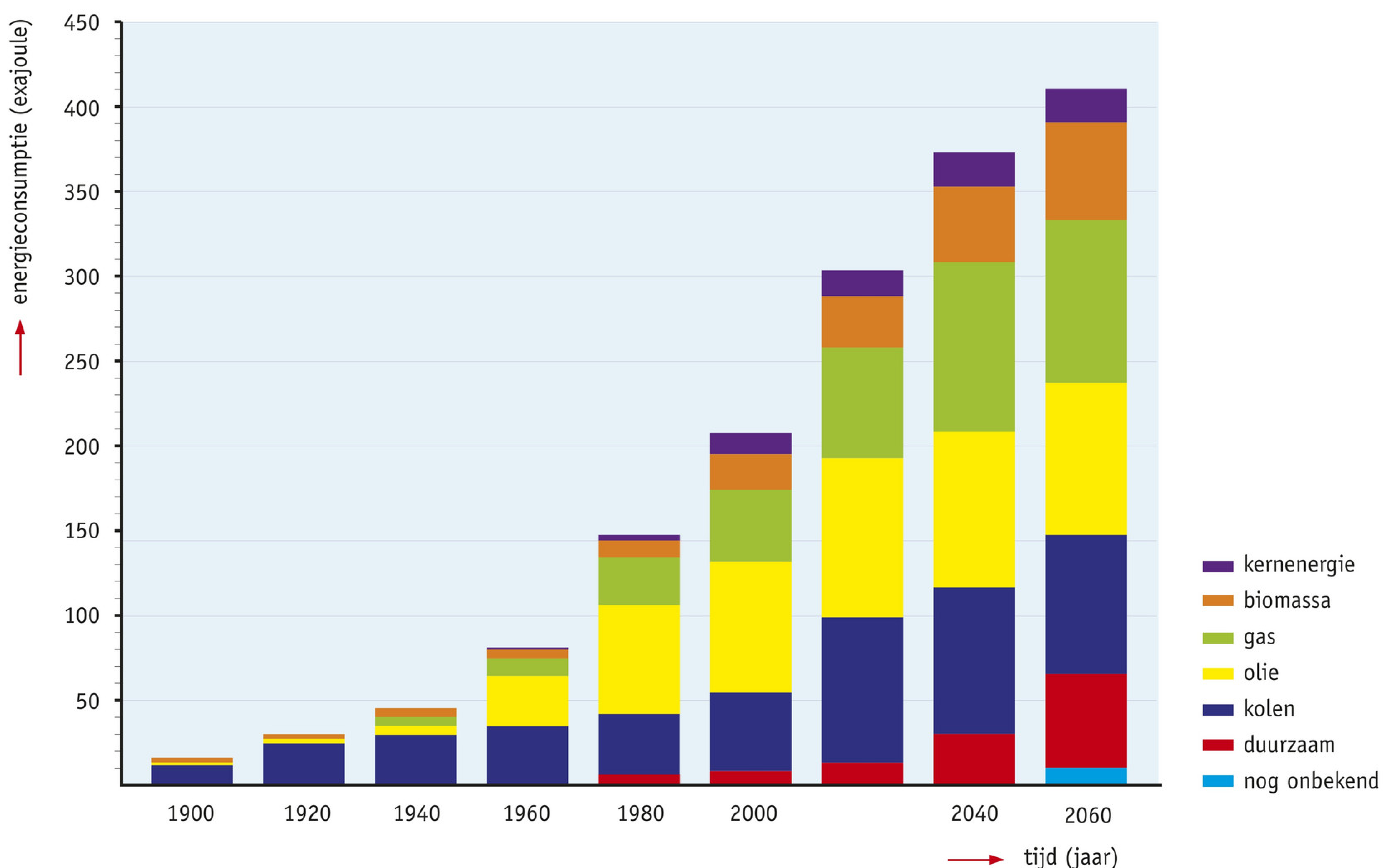
In deze paragraaf leer je:
- nadelen van fossiele brandstoffen kennen;
- alternatieve vormen van energie kennen;
- met het begrip energiedichtheid werken.

Als je elektrische energie uit aardgas opwekt, raakt de fossiele brandstof aardgas uiteindelijk op. De voorraden fossiele brandstoffen zijn eindig. Elektrische energie kun je ook opwekken zonder gebruik te maken van fossiele brandstoffen. In deze paragraaf komen enkele duurzame energiebronnen aan bod. Duurzame energiebronnen zijn onuitputtelijk en ze belasten het milieu minder.

Nadelen van fossiele brandstoffen

Een nadeel van fossiele brandstoffen is dat ze uiteindelijk zullen opraken; ze zijn dus niet duurzaam. Een bijkomend nadeel is dat bij het verbranden van een fossiele brandstof koolstofdioxide (CO_2) vrijkomt. Koolstofdioxide wordt via fotosynthese door planten omgezet in onder andere zuurstof. Er komt echter meer CO_2 vrij dan planten kunnen opnemen, waardoor de concentratie van CO_2 in de lucht toeneemt. CO_2 is een van de broeikasgassen die ervoor zorgen dat de temperatuur op aarde geschikt is voor leven. Door een toename van broeikasgassen neemt echter de gemiddelde temperatuur op aarde toe. Hierdoor zal het klimaat op aarde op den duur veranderen. De CO_2-toename versterkt dus het zogenoemde broeikaseffect.

De wereldbevolking is tussen 2000 en 2017 gestaag gegroeid van zes miljard naar zeven en een half miljard bewoners. De voorspelling is dat de aarde in 2050 negen miljard bewoners zal hebben. Dit betekent dat er voor steeds meer mensen elektrische energie beschikbaar moet zijn.



▲ **figuur 26** verbruik van elektrische energie in exajoule (EJ) per jaar per energiebron

Per persoon neemt de vraag naar elektrische energie voortdurend toe. Nog niet zo lang geleden was er één computer en tv per gezin, nu heeft vaak ieder gezinslid zijn eigen computer. Maar vooral het gebruik van aircosystemen zal naar verwachting de komende tijd een grote vlucht nemen en juist deze systemen gebruiken veel energie.

In figuur 26 is de geschatte toename van het verbruik van elektrische energie als gevolg van de toename in bevolking en behoefte per persoon weergegeven. Aan het begin van de vorige eeuw was de energieconsumptie redelijk constant, maar vanaf 1960 neemt ze flink toe. In figuur 26 kun je ook zien van welke energiebronnen elektrische energie afkomstig is. Als elektrische energie nog honderdvijftig jaar op deze manier wordt opgewekt, wordt de voorraad gas, olie en kolen zo klein dat deze fossiele brandstoffen onbetaalbaar worden. De inzet van meer duurzame energiebronnen zou hiervoor een oplossing kunnen zijn.

Geen aardgas meer

Nederland heeft zijn welvaart voor een deel te danken aan de grote aardgasbel die in ons land onder de grond lag. Maar om een aantal redenen wil de overheid nu van het aardgas af. Een van de redenen is het aantal aardbevingen waarmee het noorden van Nederland vanaf 2012 als gevolg van aardgaswinning kreeg te maken. Als Nederland aardgas importeert uit het buitenland, worden we afhankelijk van regeringen in landen als Rusland en Oekraïne die de gaskraan dicht kunnen draaien als ze hun zin niet krijgen. Op dit moment is 95% van de huizen in Nederland aangesloten op het aardgasnet. Huizen worden ermee verwarmd en er wordt op gekookt. Het huidige kabinet streeft ernaar dat Nederland hier in 2050 geen aardgas meer voor gebruikt. Het wordt een enorme operatie Nederland duurzaam te maken.

Duurzame energie wordt zodanig opgewekt dat er geen uitputting van fossiele brandstoffen optreedt en er geen extra belasting voor het milieu is. Voorbeelden van duurzame energie zijn windenergie, waterkracht, zonne-energie en brandstofcellen. Toch heeft ook duurzame energie nadelen. Het is bijvoorbeeld vaak moeilijk om de energieproductie constant te houden. Zo is windenergie alleen beschikbaar als het waait en is zonne-energie alleen overdag beschikbaar. ’s Nachts en tijdens windstille perioden is er dan een alternatieve energiebron nodig. Het ‘teveel’ aan energie dat in zonnige of winderige perioden is opgewekt, kun je opslaan in een grote accu.

Windenergie

Een windmolen die via wieken een generator aandrijft noem je een **windturbine**. De generator zet de kinetische energie van wind gedeeltelijk om in elektrische energie. Wind ontstaat doordat lucht van een hogedrukgebied naar een lagedrukgebied stroomt. Het verschil in luchtdruk ontstaat vooral door een verschil in zonne-instraling op het aardoppervlak. De mate van zonne-instraling is afhankelijk van de bewolking en de afstand tot de evenaar.
Het vermogen van de wind blijkt evenredig met de derde macht van de windsnelheid. Hoe harder het waait, hoe meer energie je kunt opwekken. Een manier om meer elektrische energie uit wind te halen, is door de rotordiameter te vergroten. De rotordiameter is de diameter van de cirkel die de toppen van de wieken van de windmolen beschrijven.

Voorbeeldopgave 6

Nederland telt 7,7 miljoen huishoudens die gemiddeld 1500 m^3 Gronings aardgas per jaar verstoken.
Een windmolen levert in Nederland gemiddeld 1,0 MW vermogen gedurende de $2{,}2 \cdot 10^3$ uren dat de windmolen per jaar draait.
De Nederlandse regering wil dat we in 2050 geen aardgas meer gebruiken, maar dat deze energie wordt geleverd door duurzame energiebronnen. Stel dat de energie uit het aardgas volledig door windmolens moet worden geleverd.

a Bereken hoeveel windmolens er dan moeten worden bijgebouwd.
b Denk je dat dit een reële mogelijkheid is als vervanging van aardgas?

Uitwerking
a Gegevens:
7,7 miljoen huishoudens = $7{,}7 \cdot 10^6$ huishoudens
$P_{\text{windmolen}} = 1{,}0$ MW
$V = 1500$ m^3
$t = 2{,}2 \cdot 10^3$ h
Formules: $E_{\text{ch}} = r_{\text{v}} \cdot V$, $E = P \cdot t$
Alle huishoudens van Nederland samen verstoken per jaar $7{,}7 \cdot 10^6 \times 1500 = 1{,}155 \cdot 10^{10}$ m^3 aardgas.
In Binas tabel 28B vind je de stookwaarde van aardgas: $r_{\text{v}} = 8{,}9 \cdot 10^6$ kWh m^{-3}
Alle huishoudens van Nederland halen per jaar dus:
$E_{\text{ch}} = r_{\text{v}} \cdot V = 1{,}155 \cdot 10^{10} \times 8{,}9 \cdot 10^6 = 1{,}028 \cdot 10^{17}$ kWh energie uit Gronings aardgas.
Een windmolen levert per jaar $E = P \cdot t = 1{,}0 \times 2{,}2 \cdot 10^3 = 2{,}2 \cdot 10^3$ MWh $= 2{,}2 \cdot 10^6$ kWh.

Er zijn dus $\dfrac{1{,}028 \cdot 10^{17}}{2{,}2 \cdot 10^6} = 4{,}7 \cdot 10^{10}$ windmolens extra nodig.

b Dit is zo'n enorm aantal extra windmolens, dat het vervangen van aardgas door windenergie geen reële optie is.

Zonne-energie

Je kunt op twee manieren zonne-energie gebruiken: met behulp van zonnepanelen (figuur 27) of met een zonnecollector op het dak. Een zonnepaneel bestaat uit meerdere zonnecellen. Zo'n **zonnecel** zet stralingsenergie van de zon om in elektrische energie. Een zonnecel wordt ook wel **fotovoltaïsche cel** genoemd. De meeste zonnecellen zijn gemaakt van silicium. In 2015 werden er op de hele wereld zonnepanelen geïnstalleerd die evenveel elektrische energie leveren als 75 grote kolencentrales. In 2021 werd in Nederland 13,6% van de elektrische energie opgewekt door zonnepanelen. Dat percentage neemt de komende tijd nog verder toe. Zonnepanelen leveren het hoogste rendement als ze zijn gericht op het zuiden en een hoek van 35° met het horizontale vlak maken. De beste zonnepanelen hebben onder deze optimale omstandigheden op dit moment een rendement van 22%.



▲ **figuur 27** een aantal zonnepanelen geïnstalleerd op het dak

Je kunt de straling van de zon ook gebruiken om warmte op te wekken. Met een **zonnecollector** wordt de zonne-energie in warmte omgezet (figuur 28). Je kunt een zonnecollector vergelijken met een zwarte tuinslang waarin zich water bevindt. Door instraling van de zon op de slang warmt het water op. De zonnecollector bevat een donkergekleurd buizenstelsel waarop het zonlicht invalt. Hierdoor wordt het water in de buizen opgewarmd. Het buizenstelsel is verbonden met een voorraadvat waarin het warme water wordt opgeslagen. In het voorraadvat bevindt zich een warmtewisselaar die de warmte van het opgewarmde water aan bijvoorbeeld douchewater afgeeft. Dit systeem kom je vooral in landen als Spanje en Italië tegen. In Nederland wordt een zonnecollector vaak gecombineerd met een boiler of cv-ketel. Ook worden collectoren voor de verwarming van zwembaden gebruikt. Door de zonnecollector is er dan minder gas nodig voor het op temperatuur brengen van het water.



▲ **figuur 28** een zonnecollector

▶ **EXPERIMENT 3** (U,I)-karakteristiek van een zonnepaneel (onderzoekspracticum)

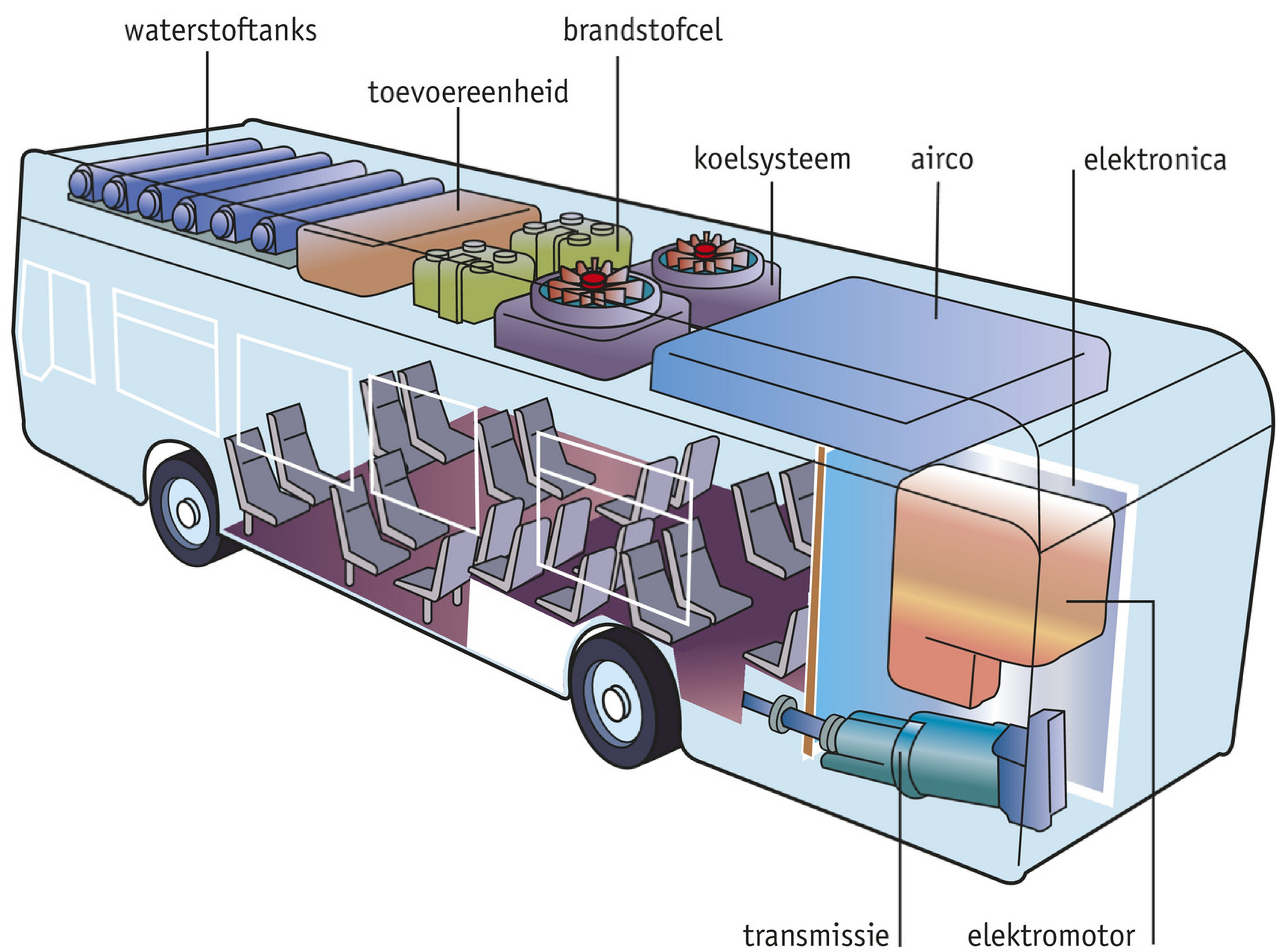
Waterstofcel

In een **waterstofcel** reageert een continue stroom van waterstof met zuurstof, afkomstig uit de lucht. Bij deze chemische reactie ontstaat naast zuiver water elektrische stroom. Een voordeel van deze reactie is dat er geen CO_2 vrijkomt. Het waterstofatoom komt in de natuur niet los voor. Om waterstof te maken moet het waterstofatoom van andere atomen worden losgemaakt. Hier is net iets meer energie voor nodig dan er door de waterstofcel aan elektrische energie kan worden geproduceerd. Waterstof wordt daarom geen energiebron genoemd, zoals aardolie en wind, maar een energiedrager. In een energiedrager wordt energie opgeslagen. Andere voorbeelden van energiedragers zijn batterijen en accu's.

Een waterstofcel kan een goede vervanger zijn van een oplaadbare batterij, zoals een accu van een auto. Met de dynamo in de auto wordt elektrische energie opgewekt, die vervolgens wordt gebruikt om waterstofgas te maken. In een waterstoftank wordt dit waterstofgas opgeslagen, totdat je bijvoorbeeld een lamp in de auto aanzet. Dan wordt waterstofgas via de waterstofcel in elektrische energie omgezet.

Een auto die op waterstofgas rijdt, tankt waterstofgas dat via een waterstofcel wordt omgezet in elektrische energie. Een accu is dan niet meer nodig. In figuur 29 zie je een schematische weergave van een bestaande waterstofbus. Het dak is volgebouwd met componenten die nodig zijn om de waterstofbus te laten rijden. Bij een bus die op diesel rijdt, zitten de tank en de

dieselmotor achter in de bus. Het dak blijft zo vrij en kan worden gebruikt voor bijvoorbeeld bagagerekken. Er is meer ruimte nodig in een waterstofbus om hetzelfde te presteren als een gewone bus.



▲ **figuur 29** een bus die op waterstof rijdt

Energiedichtheid

Met een volle tank waterstofgas kan een stadsbus ongeveer 300 km afleggen. Een stadsbus op diesel kan met een volle tank diesel ongeveer 1200 km rijden. Het volume van een dieseltank is ongeveer 300 L en dat van een waterstoftank ongeveer 1200 L. Met 1 L waterstofgas rijdt de bus dus ongeveer 0,3 km, terwijl je met 1 L diesel ongeveer 4 km kunt afleggen. Als je ervan uitgaat dat het rendement ongeveer even groot is, betekent dit dat diesel per liter meer energie bezit dan waterstof.

Diesel heeft een hogere energiedichtheid dan waterstof. De **energiedichtheid** is de energie die is opgeslagen per kilogram of per liter. Als je kijkt naar de hoeveelheid chemische energie per kilogram vaste stof, heet dit ook wel de stookwaarde. Deze kun je opzoeken in Binas tabel 28B.

In elektrische auto's kun je verschillende soorten accu's monteren (tabel 2).

▼ **tabel 2** de energiedichtheid van verschillende accu's

type accu	energiedichtheid (10^5 J kg^{-1})
lood	1,1
NiCd	1,4
Li-ion	2,2
Li-po	5,8
Li-S	13

Voorbeeldopgave 7

Elke brandstof heeft een bepaalde energiedichtheid.
Bepaal de energiedichtheid in $\mathrm{J\,kg^{-1}}$ van:

a turf;
b spiritus.

Uitwerking

a De energiedichtheid is de energie die in 1 kg brandstof zit opgeslagen. Voor vaste stoffen is dat hetzelfde als de stookwaarde. Turf is een vaste stof en dus vind je de energiedichtheid in Binas tabel 28B (stookwaarden): $11 \cdot 10^6\ \mathrm{J\,kg^{-1}}$.

b Formule: $m = V \cdot \rho$
Zoek in Binas tabel 28B de stookwaarde van spiritus op: $r_v = 18 \cdot 10^9\ \mathrm{J\,m^{-3}}$.
Dat betekent dat er in een kubieke meter spiritus $18 \cdot 10^9$ J energie zit opgeslagen. Reken de massa uit van deze kubieke meter spiritus.
In Binas tabel 11 vind je de dichtheid van spiritus: $\rho = 0{,}85 \cdot 10^3\ \mathrm{kg\,m^{-3}}$.
$V = 1{,}0\ \mathrm{m^3}$
$m = V \cdot \rho = 1{,}0 \times 0{,}85 \cdot 10^3 = 0{,}85 \cdot 10^3$ kg
Dus $0{,}85 \cdot 10^3$ kg spiritus bevat $18 \cdot 10^9$ J energie.

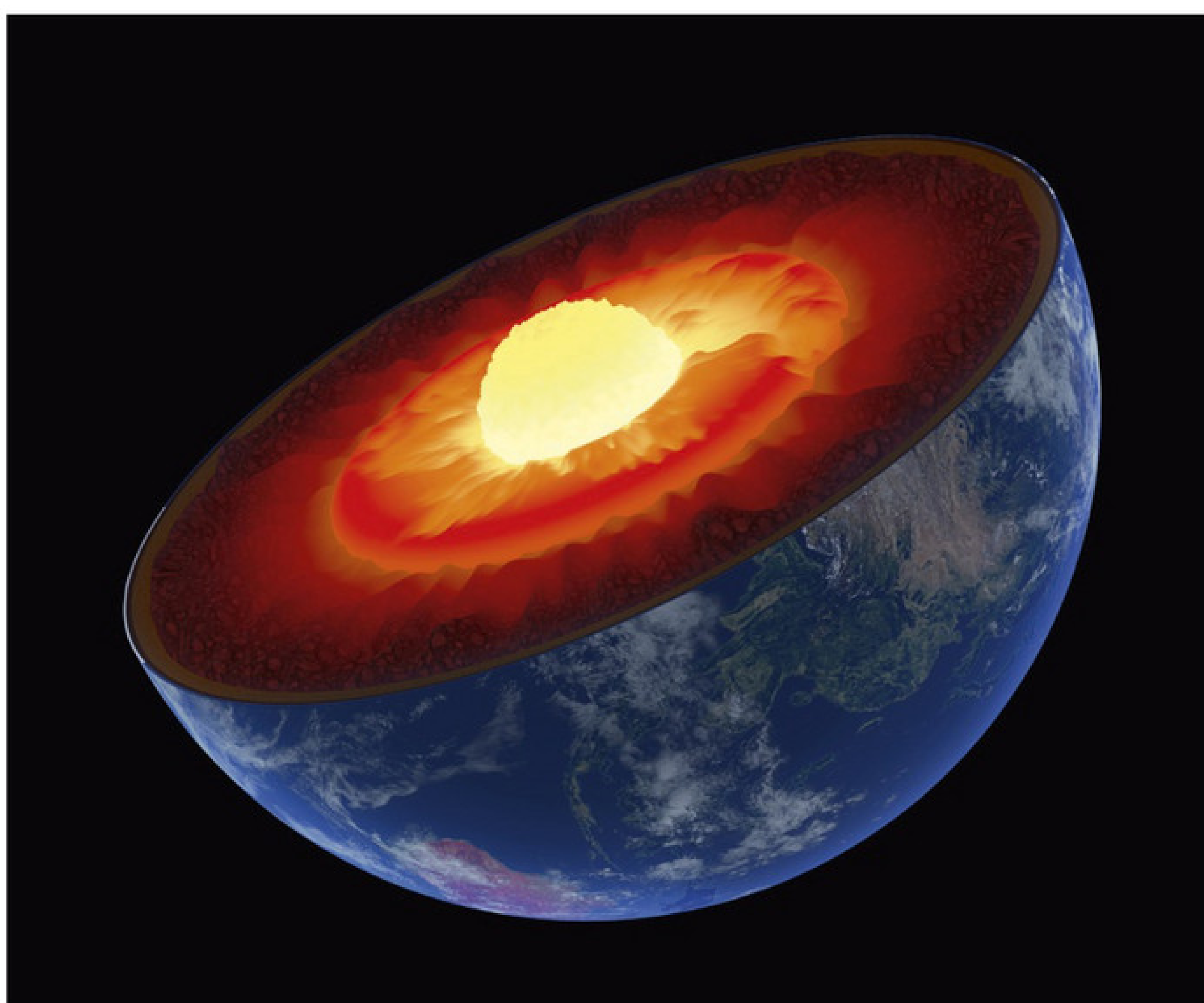
1,0 kg spiritus bevat dan $\dfrac{18 \cdot 10^9}{0{,}85 \cdot 10^3} = 2{,}1 \cdot 10^7$ J energie.

De energiedichtheid van spiritus is $2{,}1 \cdot 10^7\ \mathrm{J\,kg^{-1}}$.

▶ **EXPERIMENT 4** Rendement van een propellerwagen (onderzoekspracticum)

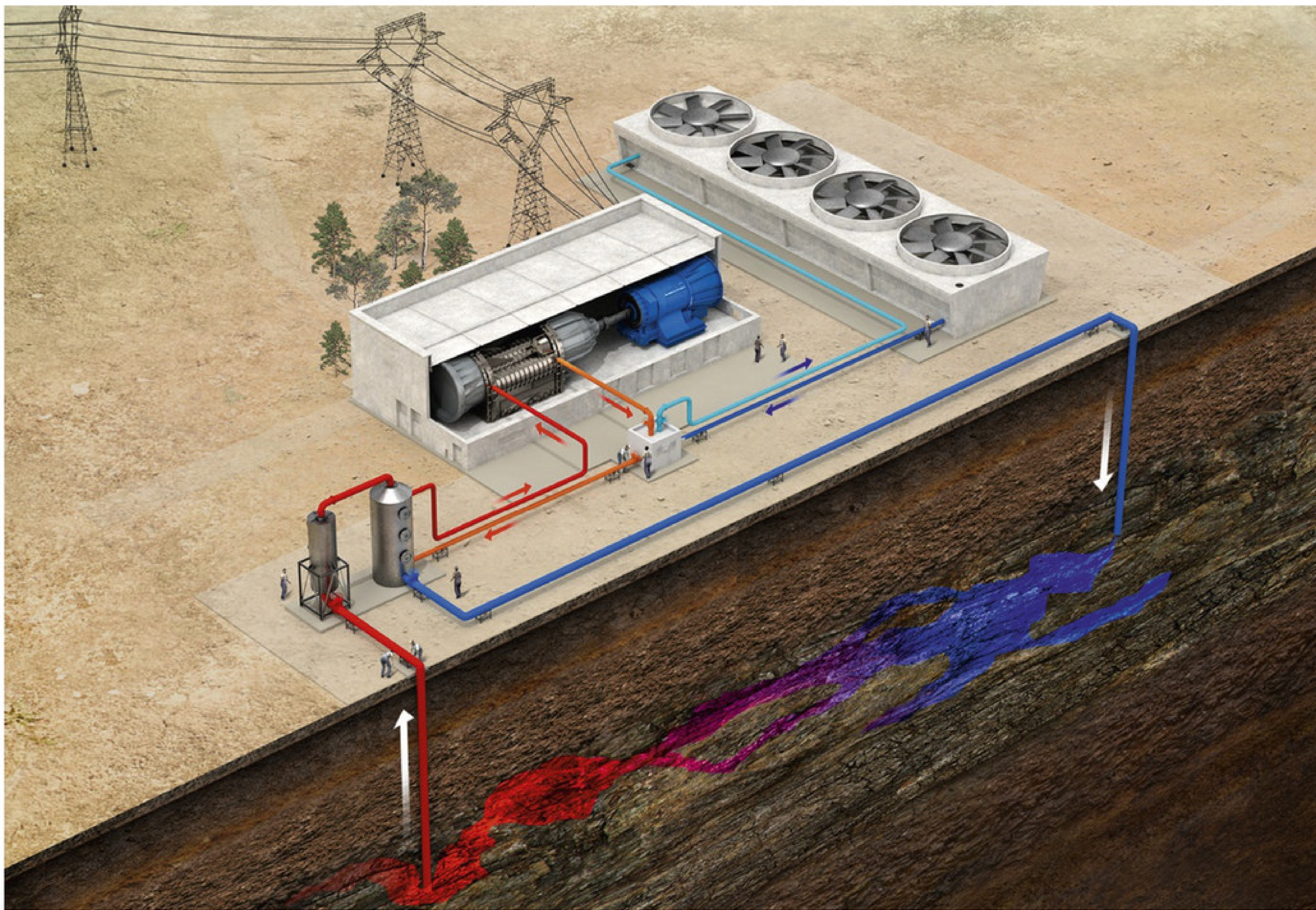
Aardwarmte en bodemwarmte

Het binnenste van de aarde heeft een hoge temperatuur en is vloeibaar (figuur 30). Hoe dieper je graaft in de aarde, des te hoger wordt de temperatuur. In Nederland neemt de temperatuur toe met ongeveer 30 °C per km diepte. Aardwarmte, die in het binnenste van de aarde ontstaat, is een duurzame energiebron: ze zorgt niet voor vervuiling en raakt niet op, maar in Nederland zit aardwarmte erg diep, is moeilijk bereikbaar en dus duur. In IJsland zit de aardwarmte veel minder diep. Dat zie je alleen al aan de geisers die heet water de lucht inspuiten. Meer dan de helft van de energie op IJsland wordt in geothermische centrales uit aardwarmte gehaald (figuur 31). *Geo* betekent aarde en *thermos* warmte. In een geothermische centrale worden gaten in de aarde geboord waarin pijpen worden aangebracht. Uit deze pijpen komt een mengsel van heet water en stoom. De stoom wordt gescheiden van het water en spuit met hoge druk



▲ **figuur 30** Het binnenste van de aarde heeft een hoge temperatuur.

tegen een schoepenrad dat een turbine aandrijft. Het hete water wordt gebruikt om steden te verwarmen. Ook in andere vulkanische gebieden zit aardwarmte dicht onder het aardoppervlak waardoor het betaalbaar is om de energie te gebruiken die erin zit.



▲ **figuur 31** een geothermische centrale

In Nederland wordt wel bodemwarmte gebruikt. Bodemwarmte ontstaat niet in de kern van de aarde, maar komt van de zon. Bodemwarmte wordt tot ongeveer 100 m diepte uit de bodem gehaald en gebruikt voor de verwarming van gebouwen en kassen.

Onthoud!

- Duurzame energie is zó opgewekt dat er geen uitputting optreedt en er geen extra belasting voor het milieu is.
- Zonne-energie kan op twee manieren worden ingezet: voor het opwekken van elektrische energie of om warm water te produceren.
- Waterstof is een energiedrager.
- De energiedichtheid is de energie die is opgeslagen per kilogram of per liter.

Opdrachten

23 Energie
Beantwoord de volgende vragen.
a Waarom is kernenergie geen voorbeeld van duurzame energie?
b Waarom wordt waterstof een energiedrager genoemd?

24 Energiedichtheid
Elke brandstof heeft een energiedichtheid.
Bepaal de energiedichtheid van:
a alcohol (ethanol);
b hout.

25 Uranium versus huishoudelijk afval
De stookwaarde van huishoudelijk afval is gemiddeld 8,9 MJ kg^{-1}. Per kg uranium komt er 0,14 GWh energie vrij.
Waaruit is de meeste energie per kg te halen? Ofwel, wat heeft de grootste energiedichtheid?

26 Elektrische auto

Een autofabrikant heeft in 2012 een bijzonder model elektrische auto op de markt gebracht: de tweepersoons Twizy. In figuur 32 staan enkele technische gegevens van de Twizy die je bij de vragen kunt gebruiken.



▲ **figuur 32** technische gegevens van de Twizy

De actieradius van een elektrische auto is de afstand die een auto met een volle accu kan afleggen.

a Bereken de actieradius van de Twizy bij gemiddeld energieverbruik.

Auto's worden vaak met elkaar vergeleken op basis van het energieverbruik. Een kleine benzineauto gebruikt gemiddeld 1 liter benzine om een afstand van 20 km af te leggen.

b Leg met behulp van een berekening uit of de Twizy zuiniger of minder zuinig rijdt dan deze benzineauto. Gebruik Binas tabel 28B.

Als een auto met topsnelheid rijdt, is het energieverbruik groter dan gemiddeld. Het rendement van de elektromotor van de Twizy is bij topsnelheid 87%.

c Bereken het energieverbruik per km (in kWh km^{-1}) van de Twizy bij topsnelheid.

d Bereken de grootte van de totale wrijvingskracht bij topsnelheid.

Als de accu leeg is, wordt hij aan het stopcontact (230 V) opgeladen.

e Bereken de gemiddelde stroomsterkte die het elektriciteitsnet tijdens het opladen levert.

In tabel 3 staat een overzicht van verschillende types accu's die je in elektrische auto's kunt gebruiken.

f Bepaal welk type accu in de Twizy is toegepast. Licht je antwoord toe.

bron: examen 2016-I

▼ **tabel 3** de energiedichtheid van verschillende accu's

type accu	energiedichtheid (10^5 J kg^{-1})
lood	1,1
NiCd	1,4
Li-ion	2,2
Li-po	5,8
Li-S	13

27 Aardwarmte

Hoe dieper je de aarde ingaat, hoe hoger de temperatuur wordt. Er is studie verricht naar de bruikbaarheid van aardwarmte voor het verwarmen van kassen in het Westland. Op een diepte van 2,3 km bevindt zich daar water met een temperatuur van 89 °C. De temperatuur aan het aardoppervlak is in het Westland gemiddeld 8,1 °C.

a Bereken de gemiddelde temperatuurstijging per meter diepte in het Westland.

Door het warme water op te pompen en af te koelen komt warmte vrij. Er is echter ook energie nodig om het water op te pompen.

b Bereken hoeveel warmte vrijkomt als $1{,}0 \cdot 10^3$ kg water afkoelt van 89 °C tot 8,1 °C.

c Bereken de energie die minimaal nodig is om $1{,}0 \cdot 10^3$ kg water 2,3 km omhoog te pompen.

De studie heeft opgeleverd dat je met het verwarmen van 40 hectare tuinbouwkassen door aardwarmte per jaar $7{,}5 \cdot 10^6$ m^3 aardgas kunt besparen.

d Geef twee argumenten waarom aardwarmte de voorkeur heeft boven het verbranden van aardgas.

bron: examen 2002-I

28 Draagbare windmolen

Je bent op wandelvakantie en hebt een kleine, draagbare windmolen bij je om elektrische energie op te wekken. Je wilt je mobieltje opladen (3,6 V; 200 mA). Op dat moment is de windsnelheid 20 $m\,s^{-1}$. Het rendement van de gebruikte generator is 75%.

a Hoe groot is het vermogen dat de wind moet leveren om het mobieltje op te laden?

Het vermogen dat een windmolen levert is bij benadering te berekenen met de formule: $P = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A \cdot v^3$.

Hierin is:

- ρ de dichtheid van de lucht in $kg\,m^{-3}$;
- A de oppervlakte van de cirkel die de wieken beschrijven in m^2;
- v de snelheid van de lucht in $m\,s^{-1}$.

b Bereken met behulp van deze formule hoe groot de rotordiameter dan minimaal moet zijn.

c Leg uit dat het niet uitmaakt of je een windmolen met één, twee of meer wieken gebruikt.

+29 Elektrische auto

Een elektrische auto heeft een tank waarin 6,00 kg waterstof is opgeslagen. Dit is voldoende voor een actieradius van 650 km. De opgeslagen energie van 1,00 kg waterstof is 120 MJ.

a Bereken hoeveel kilogram benzine nodig is om evenveel chemische energie te produceren als 6,00 kg waterstof. Gebruik hiervoor de dichtheid en stookwaarde van benzine.

b Bereken het volume van de waterstoftank. Gebruik hiervoor de dichtheid van waterstofgas.

c Hoe komt het dat het werkelijke volume van de waterstoftanks kleiner is dan je antwoord op opgave b?

Het totale vermogen van een elektrische auto is 50 kW bij een snelheid van 30 $m\,s^{-1}$. Het rendement van de waterstofcel is 100%.

d Bereken het waterstofverbruik van de auto in liter per 100 km.

Als in deze auto een dieselmotor had gezeten, was het brandstofverbruik 4,0 L/100 km geweest.

e Verklaar het verschil in brandstofverbruik en gebruik hierbij de term energiedichtheid.

Eindopdracht

30 Airbus E-fan
De airbus E-fan is een klein tweepersoons elektrisch vliegtuig (figuur 33). Het vliegtuig heeft twee motoren met een vermogen van 4,0 kW per motor. Elke motor heeft een eigen accu, met een spanning van 250 V. De E-fan maakte zijn eerste vlucht op 11 maart 2014 op een luchtshow in Engeland. Het vliegtuig, waarvan de massa met piloot 500 kg bedraagt, kwam los van de grond bij een snelheid van 32 knopen.



▲ **figuur 33** airbus E-fan

a Bereken de kinetische energie van de E-fan bij het loskomen van de grond.
b Bereken de stroomsterkte die elke accu aan zijn motor levert.

Bij een maximaal vermogen van 4,0 kW kan een motor maximaal 1 uur en 10 minuten werken. De massa van een accu is 40 kg.
c Bereken de energiedichtheid in $J\,kg^{-1}$ van een accu.

Omdat het vliegtuig op de twee volle accu's slechts korte vluchten kan maken, wil de fabrikant een hybride model op de markt brengen dat langere vluchten kan maken. In deze variant worden de accu's opgeladen door een verbrandingsmotor op benzine. Deze variant kan 2,5 uur *langer* in de lucht blijven dan de E-fan. Het rendement van de verbrandingsmotor is 35%.
d Bereken hoeveel liter benzine deze variant minimaal tijdens zijn vlucht verbruikt.

Airbus wil het toestel duurzamer maken. Er zijn twee opties:
Optie 1: het installeren van een zonnepaneel op het toestel.
Optie 2: een kleine kernreactor aan boord nemen zoals ook onderzeeërs ze gebruiken.
e Geef van beide opties aan of ze het vliegtuig duurzamer maken.
naar: examen 2016-II

5 Practicum

EXPERIMENT 1 Het rendement van een elektromotor (onderzoekspracticum)

Inleiding
Met een elektromotor kun je een massa omhooghijsen. Daarbij wordt elektrische energie omgezet in zwaarte-energie. Bij dit experiment zoek je uit hoeveel energie daarbij verloren gaat.

Onderzoeksvraag
Hoe groot zijn het vermogen en het rendement van een elektromotor?

Benodigdheden
elektromotor; touw; statief; gewichtje; katrol; variabele spanningsbron; spanningsmeter; stroommeter; stopwatch

Uitvoering
- Bevestig de katrol boven in het statief.
- Maak een uiteinde van het touw aan de elektromotor vast en hang het touw over de katrol, zodat het naar beneden hangt.
- Hang het gewicht aan het losse uiteinde van het touw.
- Hijs het gewicht omhoog.
- Meet tijdens het hijsen de stroom door de elektromotor en de spanning over de elektromotor.
- Meet ook hoelang het hijsen duurt.
- Meet de hoogte waarover het gewicht naar boven is gehesen.
- Verander de spanning over de elektromotor en herhaal het experiment.

Verwerking

1 Bereken voor de twee metingen het vermogen van de spanningsbron.
2 Bereken voor de twee metingen de elektrische energie die de elektromotor heeft omgezet.
3 Bereken voor de twee metingen de zwaarte-energie van het gewicht als het is opgehesen.
4 Bereken het rendement bij beide metingen.

Conclusie
5 Beantwoord de onderzoeksvraag.

Je docent beslist of je de volgende experimenten uitvoert volgens de instructies of dat je de uitgebreide omschrijving krijgt.

EXPERIMENT 2 Het rendement van een verwarmingsproces (onderzoekspracticum)

Inleiding
Als je op een gasfornuis een pan water verhit, komt niet alle warmte ten goede aan het water. Bij dit experiment onderzoek je hoeveel procent van de vrijgekomen warmte wordt gebruikt om het water in temperatuur te laten stijgen.

Onderzoeksvraag
Hoe groot is het rendement bij het verwarmen van een pan water?

EXPERIMENT 3 (*U*,*I*)-karakteristiek van een zonnepaneel (onderzoekspracticum)

Inleiding
Een zonnecel is een bron van elektrische energie. De energie die het zonnepaneel levert hangt af van de hoeveelheid zonlicht en de aangesloten weerstand. Je kunt dus niet zomaar elke spanning en stroom opwekken. In dit experiment wordt de zon door een gloeilamp nagebootst. De hoeveelheid licht kun je veranderen door de lamp feller of minder fel te laten branden. De spanning en stroom die het zonnepaneel bij een bepaalde hoeveelheid licht levert kun je veranderen door de waarde van de aangesloten weerstand te veranderen. De hoeveelheid licht meet je met een luxmeter. Lux is de eenheid van hoeveelheid licht.

Onderzoeksvraag
Hoe ziet de (*U*,*I*)-karakteristiek van een zonnepaneel bij verschillende lichtsterkten eruit?

EXPERIMENT 4 Rendement van een propellerwagen (onderzoekspracticum)

Inleiding
Op een propellerwagen (figuur 34) bevindt zich een elektromotor die een propeller aandrijft. De elektromotor is verbonden met een batterij zodat het autotje geen hinder ondervindt van snoeren die naar een voeding gaan. De elektrische energie die de batterij levert zorgt ervoor dat de auto gaat rijden.

Onderzoeksvraag
Hoe groot is het rendement van de propellerwagen?



▶ **figuur 34** een propellerwagen

ONDERZOEK Energieverbruik van diverse lampen

Inleiding
Een lamp geeft naast licht ook warmte. Niet elke lamp geeft evenveel warmte. In dit onderzoek zoek je uit waar het rendement van een lamp van afhangt.

Onderzoeksvraag
Welk soort lamp heeft het hoogste rendement?

Praktisch
Ga na wat voor lampen er te koop zijn. Er zijn lampen met verschillende vermogens, spanningen en formaten, maar ook verschillende soorten (ledlamp, spaarlamp, enzovoort). Maak een plan waarin je beschrijft wat je wilt onderzoeken. Bedenk hoe je ervoor kunt zorgen dat je de lampen eerlijk kunt vergelijken. Zoek op hoe je het rendement van een lamp uitrekent. Je kunt het energieverbruik van een lamp bijvoorbeeld ook meten met een kWh-meter.

Conclusie
Beantwoord de onderzoeksvraag.

Maak de online diagnostische toets (Test jezelf).



HOOFDSTUK 9

Trillingen en golven

Een beweging die zich steeds rondom een bepaalde plaats herhaalt noem je een trilling. Als trillingen worden doorgegeven, ontstaan er golven. Trillingen en golven komen in alle soorten en maten voor: van trillingen bij een trampoline tot die van een aardbeving. Voorbeelden van golven zijn watergolven, maar ook geluid.

Introductie

Praktijk

Theorie

Maatschappij

Wat weet je al over trillingen en golven?

Leerdoelen

1 Je kunt werken met een (x,t)-diagram.
2 Je kunt werken met een (v,t)-diagram.
3 Je kunt rekenen aan trillingstijd en frequentie.
4 Je kunt werken met een oscilloscoop.
5 Je kunt uitleggen hoe geluid zich verspreidt.

In de vorige leerjaren van Nova Natuurkunde heb je al een aantal dingen geleerd over trillingen en golven. Je hebt deze kennis weer nodig wanneer je aan dit hoofdstuk begint. Wil je snel controleren wat je nog weet? Maak dan de volgende opdrachten.

Opdrachten voorkennis

1 Hoe bepaal je de snelheid uit een (x,t)-grafiek?
- ☐ A Dat doe je door de oppervlakte onder de grafiek te bepalen.
- ☐ B Dat doe je door een raaklijn aan de grafiek te tekenen en daarvan de steilheid te bepalen.
- ☐ C Deze is niet te bepalen uit een (x,t)-grafiek.
- ☐ D Deze is direct af te lezen aan de x-as.

2 Hoe bepaal je de verplaatsing uit een (v,t)-grafiek?
- ☐ A Dat doe je door de oppervlakte onder de grafiek te bepalen.
- ☐ B Dat doe je door een raaklijn aan de grafiek te tekenen en daarvan de steilheid te bepalen.
- ☐ C Deze is niet te bepalen uit een (v,t)-grafiek.
- ☐ D Deze is direct af te lezen aan de v-as.

3 Een blokje voert 12 trillingen uit in 8,0 s.
Bereken de trillingstijd van dit blokje in twee significante cijfers.

De trillingstijd bedraagt ________s.

4 Een blokje voert 25 trillingen uit in 9,0 s.
Bereken de frequentie waarmee het blokje trilt in twee significante cijfers.

De frequentie bedraagt ________Hz.

5 Een trilling heeft een trillingstijd van 0,40 ms.
Bereken de frequentie in Hz. Geef antwoord in twee significante cijfers.

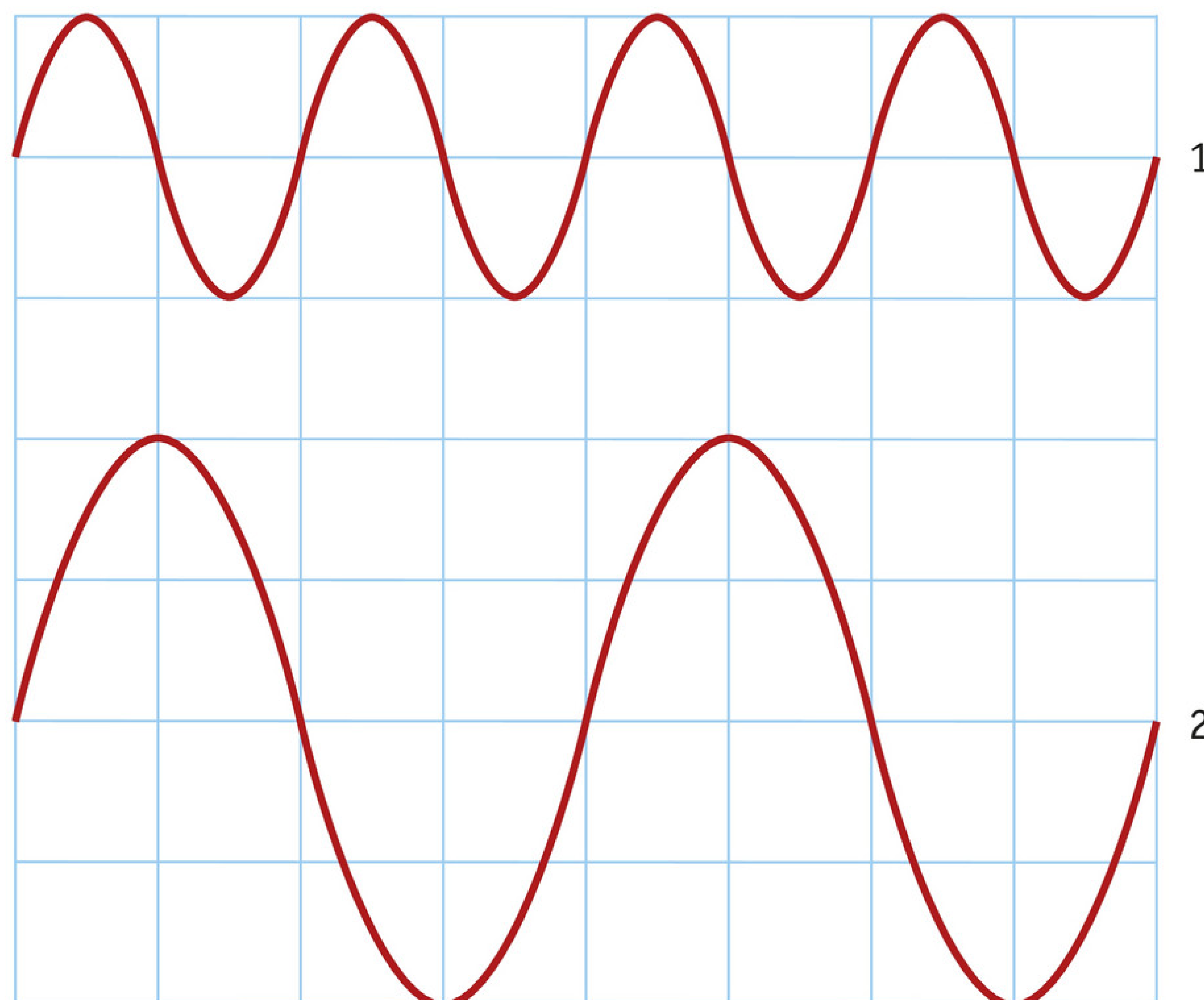
De frequentie bedraagt ________ $\cdot 10^3$ Hz.

6 Een trilling heeft een frequentie van 725 Hz.
Bereken de trillingstijd in ms. Geef antwoord in drie significante cijfers.
De trillingstijd bedraagt ________ ms.

7 Twee stemvorken produceren elk een toon. In afbeelding 1 zie je twee beelden hiervan op een oscilloscoopscherm (met dezelfde instelling).
Vul twee van de vier volgende woorden in op de juiste plaats in de zinnen.
harder – hoger – lager –zachter

Het geluid van toon 1 is ____________ dan van toon 2.

De toonhoogte van toon 1 is ____________ dan van toon 2.



▲ **afbeelding 1**

8 Bij een voordracht praat de spreker in een microfoon. De aanwezigen horen de spreker via een geluidsbox in de zaal.
Kies bij elke zin het juiste antwoord.
De stem van de spreker wordt via de lucht aan de microfoon doorgegeven.

Lucht is hier de *geluidsbron* / *tussenstof* / *ontvanger.*
De spreker is hier de *geluidsbron* / *tussenstof* / *ontvanger.*
De microfoon is hier de *geluidsbron* / *tussenstof* / *ontvanger.*
In de zaal is de geluidsbox de *geluidsbron* / *tussenstof* / *ontvanger.*
Iemand in de zaal hoort de spreker. Deze persoon is de *geluidsbron* / *tussenstof* / *ontvanger.*

 Wil je weten of je voldoende voorkennis hebt voor dit hoofdstuk, maak dan online de *Voorkennistoets*.

Praktijk

Aardbevingen

Dagelijks vinden er op aarde veel aardbevingen plaats. De meeste zijn licht en veroorzaken weinig of geen schade. Ze vinden plaats als er in de aardkorst plotseling veel energie vrijkomt. Die energie plant zich dan voort in een golfbeweging vanuit het centrum naar de omgeving. Het denkbeeldige punt waar een aardbeving ontstaat, heet het hypocentrum (figuur 1). Het punt aan het aardoppervlak daar loodrecht boven is het epicentrum.

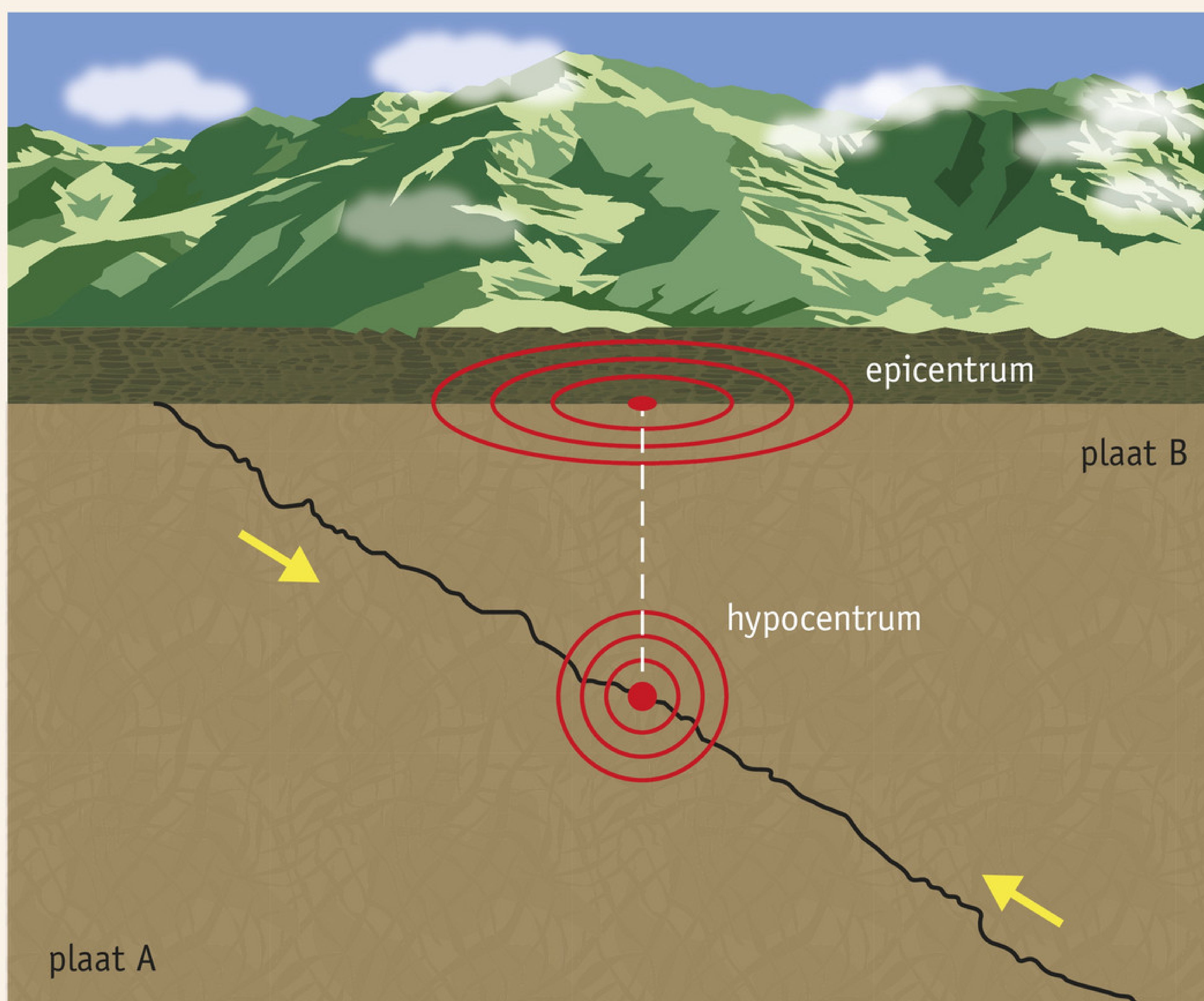


Het ontstaan van aardbevingen

De bodem waarop je staat bestaat uit platen die op het binnenste van de aarde drijven (figuur 2). Deze platen bewegen enkele centimeters per jaar ten opzichte van elkaar. Op sommige plekken bewegen de platen van elkaar af, op andere plaatsen tegen elkaar aan, of langs elkaar. Als platen langs elkaar schuiven, gaat dat niet geleidelijk, maar in één keer schiet de ene plaat een stukje verder. Er komt dan ineens veel energie vrij, wat je waarneemt als een aardbeving. Ongeveer 90% van de aardbevingen ontstaat op deze manier op plaatsen waar platen tegen elkaar aan liggen, de breuklijnen. Aardbevingen kunnen ook door andere oorzaken ontstaan. Zo trilt de aarde in Groningen als gevolg van de aardgaswinning.
De duur van een aardbeving varieert meestal van een paar seconden tot enkele minuten. Vaak vinden er in de dagen erna nog een aantal naschokken plaats. Bij een flinke aardbeving ontstaan er ook vaak scheuren of spleten in de aardbodem. De sterkte van een aardbeving wordt aangeduid met behulp van de schaal van Richter (Binas tabel 30A) en uitgedrukt in een getal tussen 1 en 9. Deze schaal werd in 1935 opgesteld door de Californische seismoloog Charles Francis Richter (1900–1985). Als de sterkte op de schaal van Richter met 1 toeneemt, is een aardbeving tienmaal zo sterk. Bij krachtige aardbevingen met een sterkte van 7 of meer kan de aarde als geheel in trilling komen. Dan trilt het aardoppervlak als een staande golf. Maar dat komt gelukkig zelden voor.

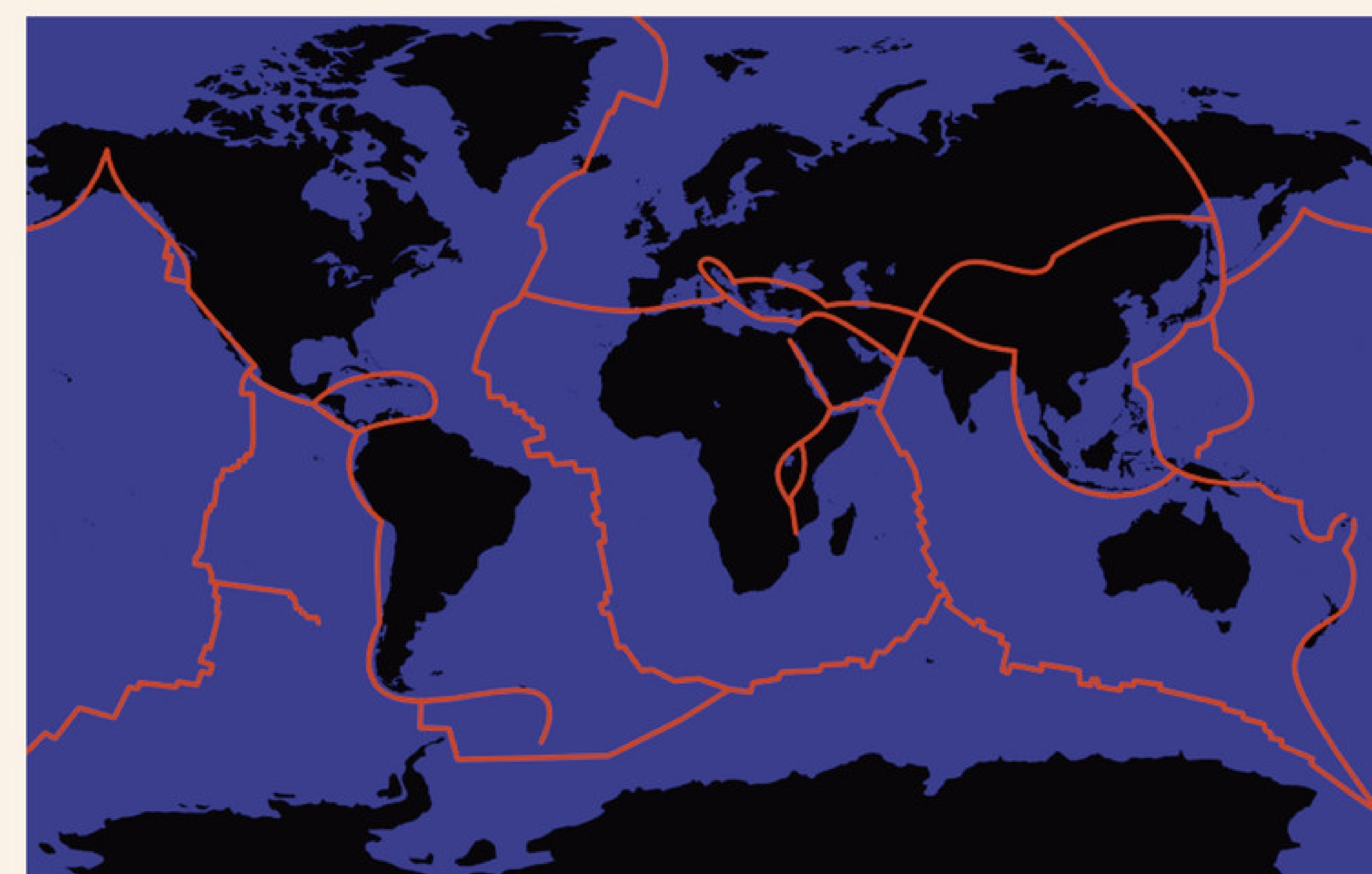
Seismologie

De trillingen die door een aardbeving worden opgewekt bewegen zich als

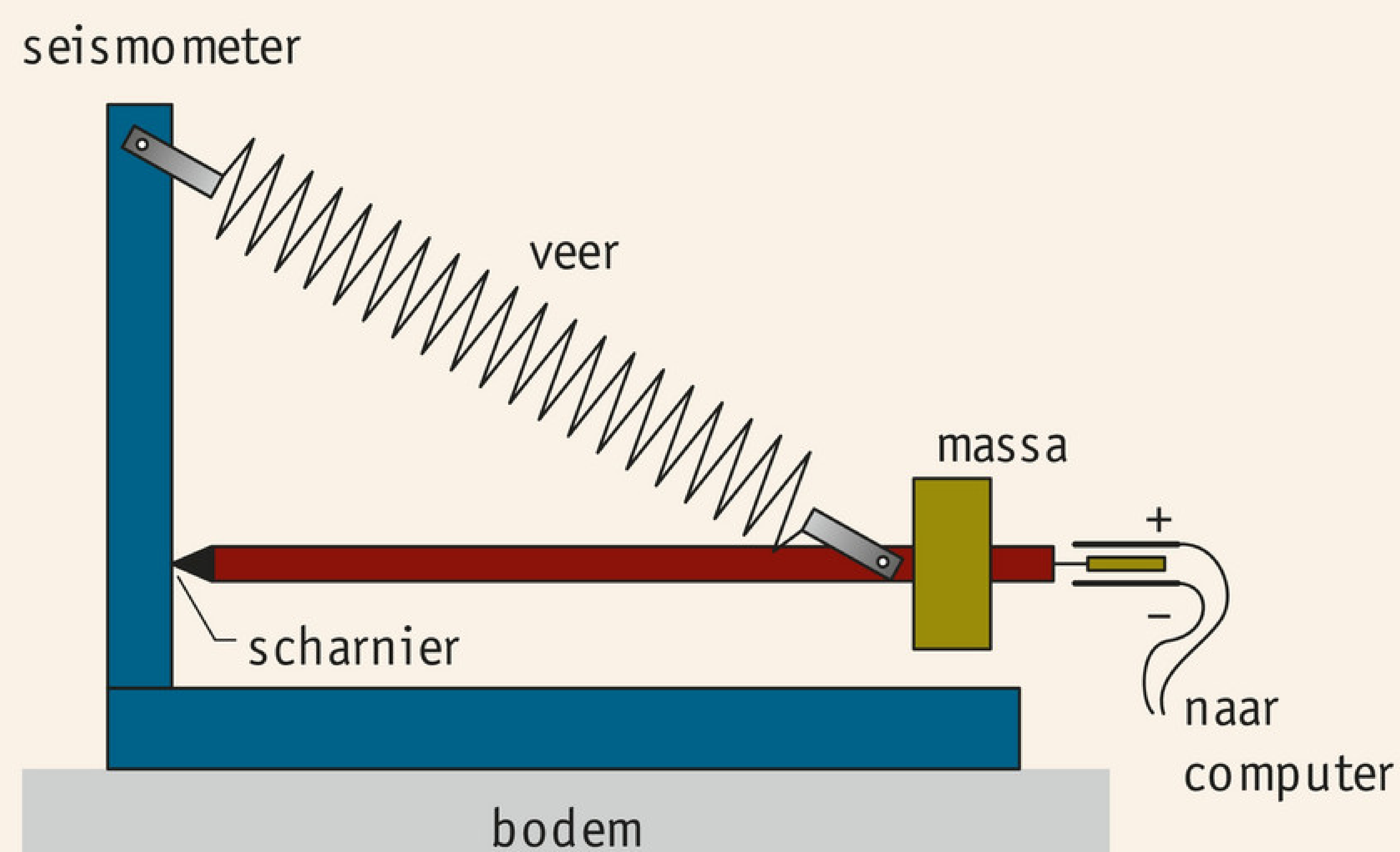


▲ **figuur 1** hypocentrum en epicentrum

'In risicolanden wordt steeds vaker aardbevingbestendig gebouwd.'



▲ **figuur 2** Het aardoppervlak bestaat uit platen die op de aardmantel rusten.

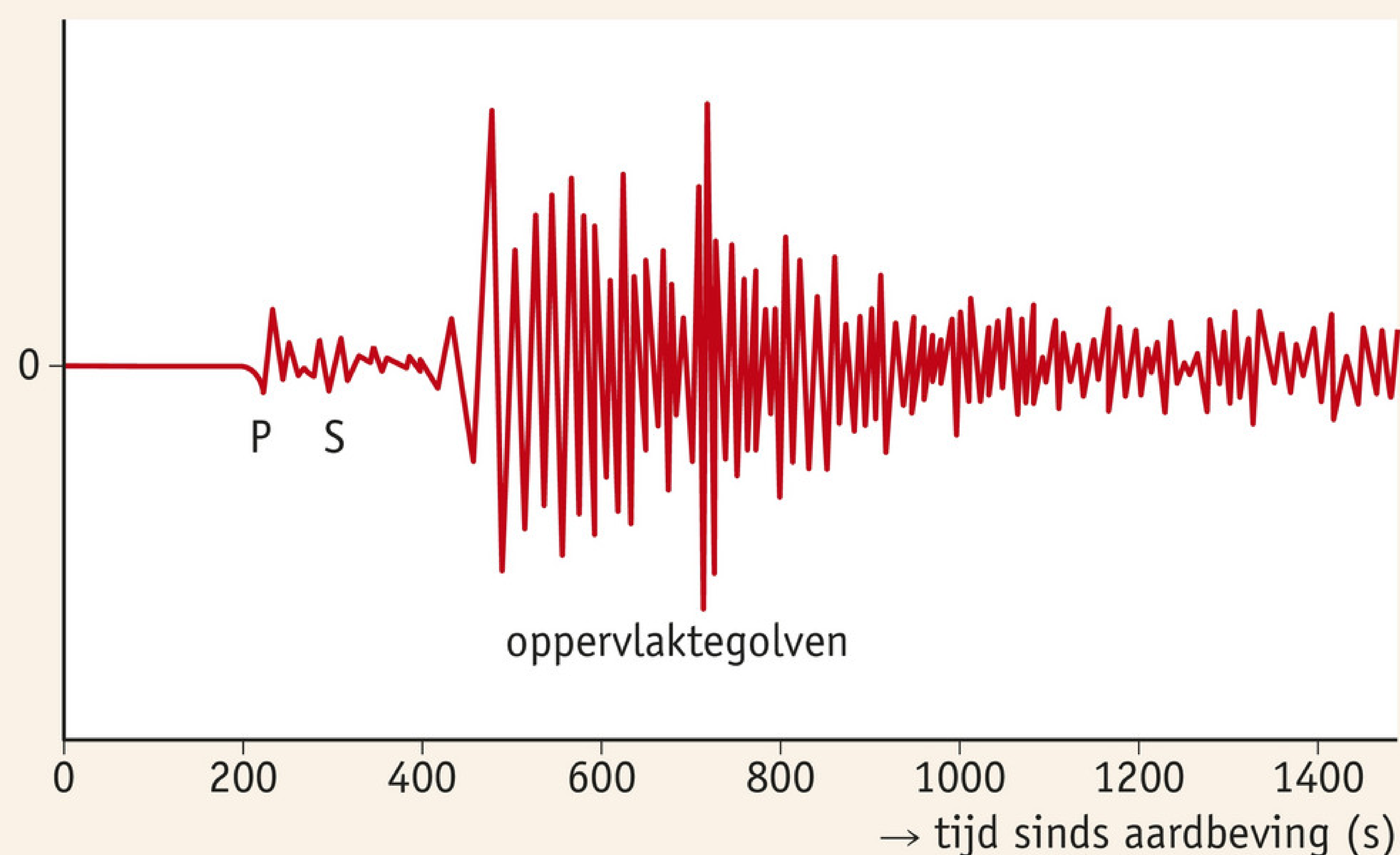


◀ **figuur 3** een seismometer

lopende golven door de aarde en zijn op andere plekken met seismometers op te meten. Een seismometer bestaat uit een massa die los van het aardoppervlak hangt (figuur 3). Door zijn traagheid blijft de massa op dezelfde plek, terwijl het aardoppervlak beweegt. Door de beweging van het aardoppervlak ten opzichte van de massa te registreren krijg je een seismogram dat de beweging van het aardoppervlak laat zien. De bewegingen die je in een seismogram kunt zien zijn meestal zó klein dat je ze niet kunt voelen.

Soorten golven

De trillingen die door een aardbeving worden opgewekt planten zich als verschillende soorten golven voort. De belangrijkste zijn P-golven, S-golven en oppervlaktegolven. De longitudinale P-golven hebben de grootste snelheid en worden in een seismogram het eerst gedetecteerd. De P staat daarom voor *primary* ofwel eerste. De transversale S-golven hebben een kleinere snelheid en komen later aan. S staat voor *secondary* ofwel tweede. P- en S-golven zijn driedimensionale ruimtegolven. Ze planten zich niet alleen langs het aardoppervlak voort, maar gaan ook de aardbol in. De oppervlaktegolven komen het laatste aan, maar geven wel de grootste uitwijkingen in het



▶ **figuur 4** detail van een seismogram waarin een aardbeving wordt geregistreerd

seismogram (figuur 4). Uit het tijdsverschil tussen de aankomst van de P- en de S-golven bij een seismometer kun je de afstand van de plaats van de aardbeving tot de seismometer berekenen. De P- en S-golven gaan dwars door de aarde heen. Bij scheidingsvlakken tussen aardlagen in het binnenste van de aarde worden de golven gedeeltelijk teruggekaatst en gedeeltelijk doorgelaten. Een belangrijk verschil tussen P- en S-golven is dat P-golven wel door een vloeistof kunnen gaan en S-golven niet.

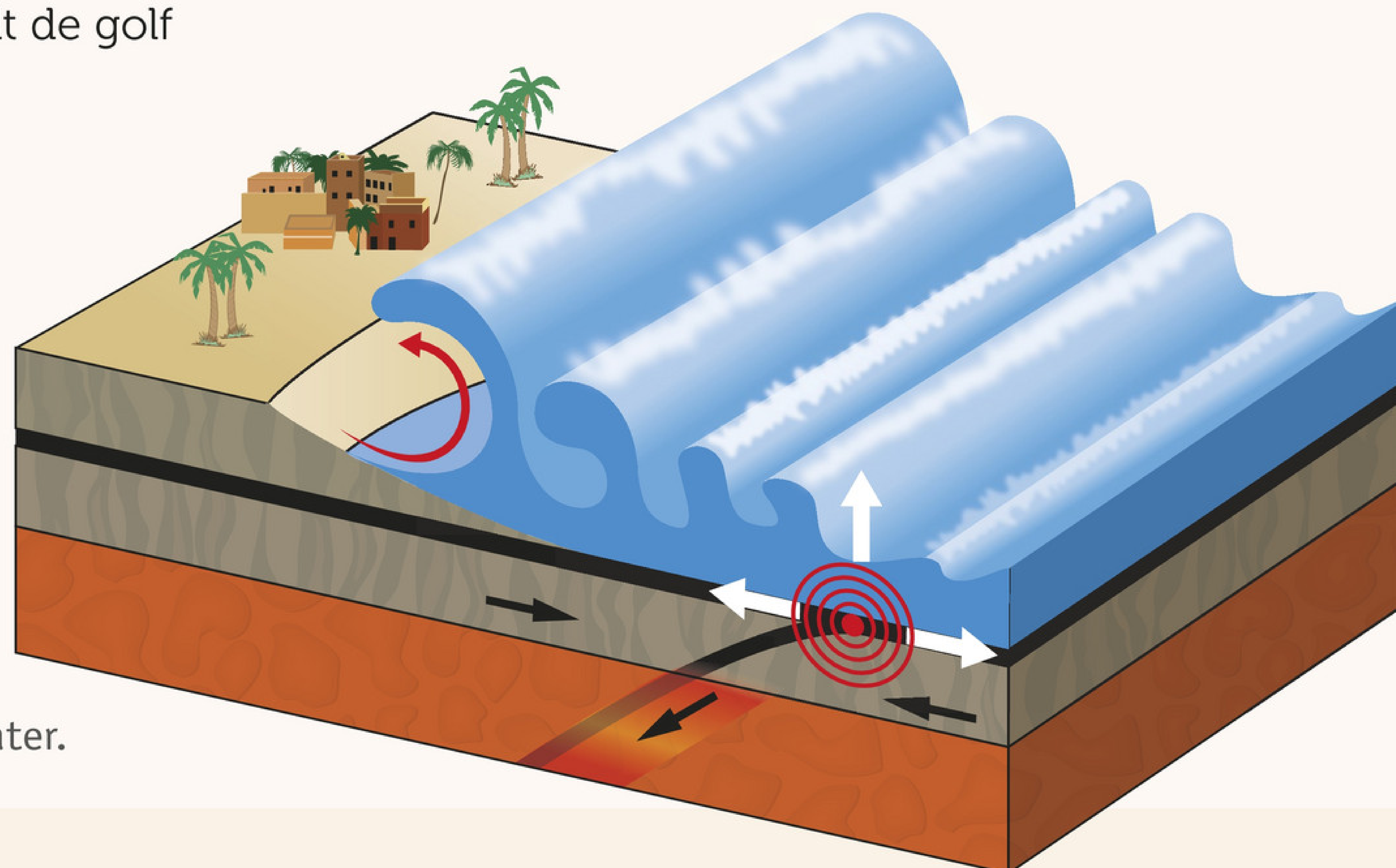
Aardbevingbestendig bouwen

Een van de hoogste gebouwen ter wereld, de wolkenkrabber Taipei 101, staat in Taiwan. Dit eiland ligt in een zone in de Grote Oceaan waar veel zware aardbevingen voorkomen. Om hoge gebouwen goed tegen aardbevingen te beveiligen zijn drastische maatregelen nodig. De gebouwen moeten zo min mogelijk met de aardbeving meetrillen. Om deze resonantie te voorkomen worden drie typen dempers gebruikt:

- Passieve dempers, bijvoorbeeld

Tsunami

Aardbevingen doen zich ook voor in de aarde onder de zeespiegel. Je spreekt dan van een zeebeving. Soms heeft een zeebeving een tsunami tot gevolg. Een tsunami is een vloedgolf die het land bereikt en dan alles onder water zet (figuur 5). Een tsunami veroorzaakt vaak grote schade en eist soms veel slachtoffers. Het woord tsunami komt van de Japanse woorden *tsu* (haven) en *nami* (golf). Een tsunamigolf die de kust bereikt gaat door steeds ondieper water. Daardoor neemt de voortplantingssnelheid van de golf af, maar wordt de golf steeds hoger. Soms bereikt eerst het dal van de tsunamigolf de kust. Dan trekt de zee zich terug en lijkt droog te vallen. Maar dat is verraderlijk, want achter het dal komt na een kwartier tot een halfuur een hoge waterberg die alles verwoest. Zo'n terugtrekkende zee is dus een waarschuwing voor een hoge vloedgolf. Als niet het dal, maar de top van de tsunamigolf het eerst de kust bereikt, is er geen waarschuwing. Dan komt onmiddellijk alles onder water te staan.



▶ **figuur 5** Een tsunami zet alles onder water.

hydraulische schokbrekers, vergelijkbaar met de schokbrekers in auto's. Een andere mogelijkheid is het aanbrengen van afwisselend rubberen en metalen platen in de fundering. Daardoor beweegt het gebouw bij een aardbeving nauwelijks met de trillende aarde.

- Semi-actieve dempers die de trillingen van een gebouw verminderen door tegen de trilling in te bewegen. Dat kan door boven in het gebouw een groot gewicht te hangen: een TMD (*Tuned Mass Damper*). Als sensoren een trilling registreren, wordt het gewicht door hydraulische armen in beweging gebracht, tegen de beweging van het gebouw in. De grootste TMD hangt in de Taipei 101 en heeft een massa van 730 ton.
- Dempers die werken met water: boven in een gebouw wordt een grote U-vormige bak met water geplaatst. Wanneer het gebouw in beweging komt, dempt de beweging van het water de trilling. Deze techniek noem je ook wel TLD (*Tuned Liquid Damper*). Het water kun je daarnaast als bluswater inzetten.

Je moet bij het bouwen van een huis in een aardbevingsgebied rekening houden met de soort bouwmaterialen. Sommige materialen zijn minder geschikt dan andere.

Opdrachten

Bestudeer eerst de theorie van dit hoofdstuk voordat je de volgende opdrachten uitvoert.

1 Aardbevingsonderzoek met een model
Bij een aardbeving in Mexico bleek dat alleen gebouwen van vijf tot acht verdiepingen werden verwoest, omdat deze gebouwen in resonantie kwamen. Beschouw het dak hierbij als een horizontaal vlak.

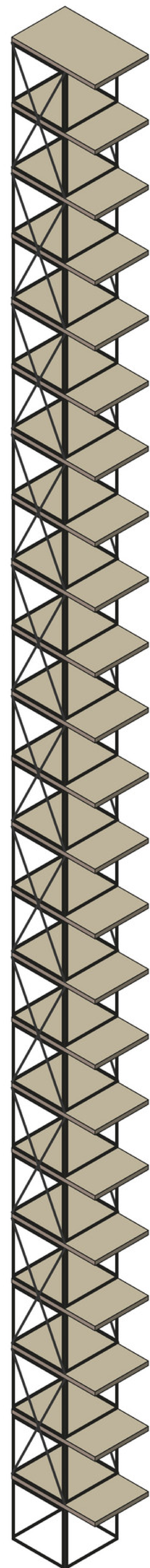
Het resonantiegedrag van gebouwen wordt onderzocht met modellen (figuur 6). Een model heeft een hoogte van 80 cm. De laagste frequentie waarbij het model in resonantie komt is 530 Hz. Ga ervan uit dat er in het model op dezelfde manier een staande golf ontstaat als in een koord met één los en één vast uiteinde. De onderkant van het model gedraagt zich als een vast uiteinde.

a Teken het model als een balkje en geef de ligging van de knopen en buiken aan bij de laagste frequentie waarbij het model in resonantie komt.
b Bereken de voortplantingssnelheid van de golven in dit model.
c Bereken de op één na grootste golflengte van golven die in staat zijn dit model in resonantie te brengen.

naar: examen 1993-I

2 Afstand van aardbeving bepalen
P-golven hebben een gemiddelde snelheid van $6{,}0 \cdot 10^3$ m s^{-1}. S-golven hebben een gemiddelde snelheid van $3{,}5 \cdot 10^3$ m s^{-1}. In een seismogram komen de S-golven 20 s later aan dan de P-golven.

a Bereken hoelang de P- en de S-golven erover doen om de seismometer te bereiken.
b Bereken op welke afstand van de seismometer de aardbeving plaatsvond.



▶ **figuur 6** model van een gebouw

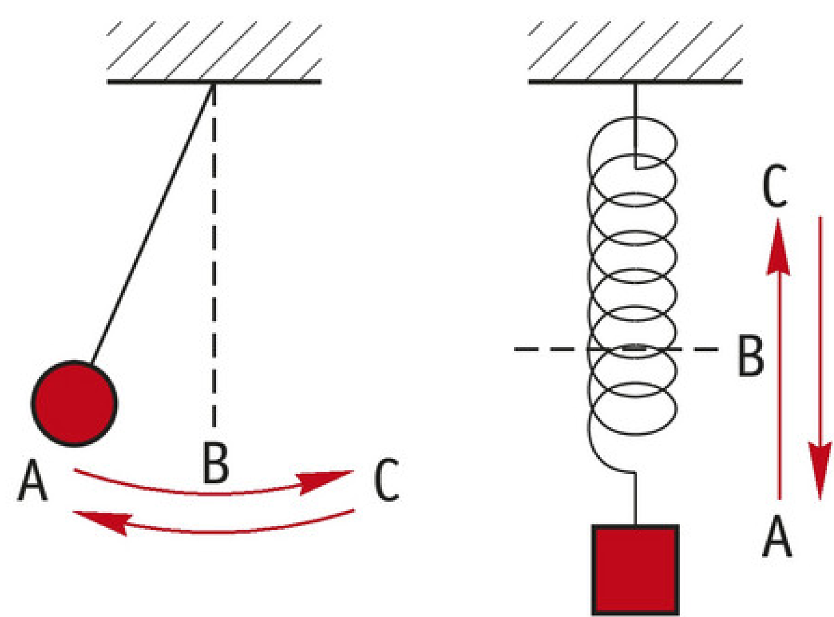
1 Trillingen

In deze paragraaf leer je:
- de eigenschappen van trillingen kennen;
- met de grootheden trillingstijd, frequentie, uitwijking en amplitude werken.

Overal om je heen voeren voorwerpen trillingen uit. Voorbeelden zijn de beweging van een schommelend kind, een bewegende massa aan een veer, een slinger en een pianosnaar die geluid voortbrengt.

Trillingstijd en frequentie

Een beweging die zich na een bepaalde tijd herhaalt heet een **periodieke beweging**. Vaak gaat bij een periodieke beweging het voorwerp heen en weer of op en neer. De beweging vindt dan plaats om een bepaalde stand die het voorwerp inneemt als het in rust is: de **evenwichtsstand**. Een periodieke beweging om een evenwichtsstand is een **trilling**.
Eén volledige trilling is de beweging heen en weer of op en neer: van de ene uiterste stand via de evenwichtsstand naar de andere uiterste stand en weer terug (in figuur 1: ABCBA).
De **trillingstijd** of **trillingsperiode** T is de tijdsduur die nodig is voor één volledige trilling.



▲ **figuur 1** voorbeelden van trillingen

In plaats van naar de tijdsduur van één trilling te kijken, kun je ook kijken naar het aantal trillingen per seconde. De **frequentie** f van een trilling is het aantal trillingen per seconde. De eenheid van frequentie is *per seconde* (1/s of s^{-1}). In plaats daarvan wordt ook wel de eenheid **hertz** (Hz) gebruikt. Er geldt dus: s^{-1} = Hz (zie ook Binas tabel 4).
Het verband tussen frequentie en trillingstijd luidt in formulevorm:

$$f = \frac{1}{T}$$

Hierin is:
- f de frequentie in hertz (Hz);
- T de trillingstijd in seconde (s).

Voorbeeldopgave 1

Een kind schommelt met een trillingstijd van 2,8 s.

a Bereken de frequentie van de trilling.
b Hoelang duurt de beweging van de ene uiterste stand tot de andere uiterste stand? Licht je antwoord toe.
c Waar bevindt het kind zich een halve trillingstijd nadat het de evenwichtsstand heeft gepasseerd?

Uitwerking

a Gegeven: $T = 2{,}8$ s

Formule: $f = \dfrac{1}{T}$

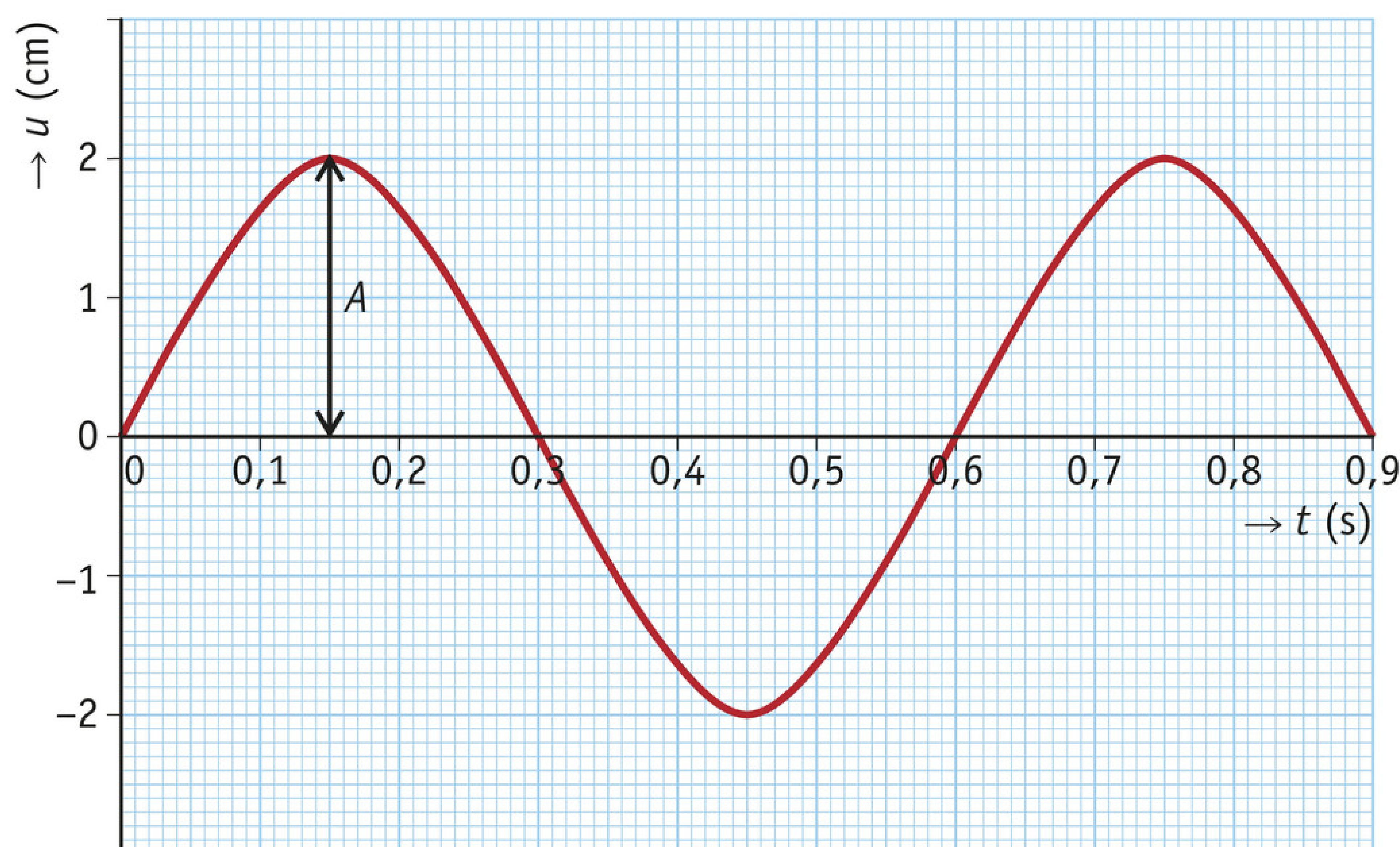
Invullen geeft: $f = \dfrac{1}{T} = \dfrac{1}{2{,}8} = 0{,}36$ Hz.

b De beweging van de ene naar de andere uiterste stand is een halve trilling; daarvoor is een halve trillingstijd nodig: $\Delta t = ½ \times 2{,}8 = 1{,}4$ s.

c Het kind voert in een halve trillingstijd een halve trilling uit. Het kind beweegt vanaf de evenwichtsstand naar één van de uiterste standen en weer terug naar de evenwichtsstand. Het kind bevindt zich dus weer in de evenwichtsstand.

Uitwijking en amplitude

De **uitwijking** u is de afstand van het trillende voorwerp tot de evenwichtsstand. Bij een trilling in verticale richting is een uitwijking boven de evenwichtsstand positief; de uitwijking onder de evenwichtsstand heeft een negatieve waarde. Bij trillingen in horizontale richting is een uitwijking naar rechts positief en naar links negatief. Als het voorwerp zich in de evenwichtsstand bevindt, is de uitwijking nul; in de uiterste stand is de uitwijking maximaal. De **amplitude** A is de maximale uitwijking van een trillend voorwerp. De amplitude is altijd positief.
De uitwijking van een trillend voorwerp verandert voortdurend in de tijd. Om een trilling te kunnen onderzoeken is een weergave in een (uitwijking,tijd)-diagram, een (u,t)-diagram, handig. In figuur 2 is het (u,t)-diagram van een trillende slinger getekend. Op $t = 0$ bevindt de slinger zich in de evenwichtsstand. Hij beweegt vanuit deze evenwichtsstand naar rechts, want de uitwijking wordt eerst positief. De trillingstijd bedraagt 0,60 s en de amplitude is 2,0 cm.



▲ **figuur 2** (u,t)-diagram van een trillende slinger

Soms is het mogelijk de trillingstijd met een stopwatch te meten. Je start en stopt de stopwatch als het trillende voorwerp in een van de uiterste standen is, want daar verandert het voorwerp van richting en staat het even stil. Vooral als de frequentie van een trilling groot is, is het nauwkeurig meten van de trillingstijd lastig. Door dan niet de tijdsduur van één trilling op te meten, maar de tijdsduur van een aantal trillingen en het resultaat te delen door het betreffende aantal trillingen, vergroot je de nauwkeurigheid van het meetresultaat.

Onthoud!

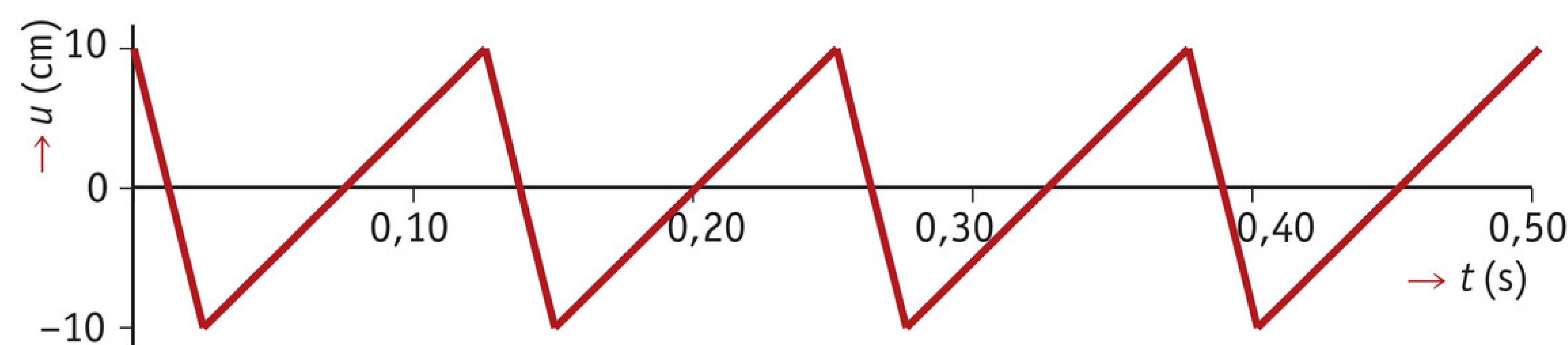
- Een trilling is een periodieke beweging om een evenwichtsstand.
- De trillingstijd of -periode is de tijdsduur die nodig is voor één volledige trilling.
- Het aantal trillingen per seconde noem je de frequentie, waarvoor geldt: $f = \frac{1}{T}$
- De uitwijking van een trillend voorwerp is de afstand van het voorwerp tot de evenwichtsstand.
- De uitwijking van een trillend voorwerp is nul in de evenwichtsstand en maximaal in de uiterste stand.
- De amplitude is de maximale uitwijking.

Opdrachten

1 Eigenschappen van trillingen
Beantwoord de volgende vragen.
a Geef vier grootheden en de bijbehorende eenheden die bij het verschijnsel trillingen horen.
b Op welke plaats(en) heeft een trillend voorwerp snelheid 0 $m\,s^{-1}$?
c Leg het verschil tussen periode en frequentie uit.

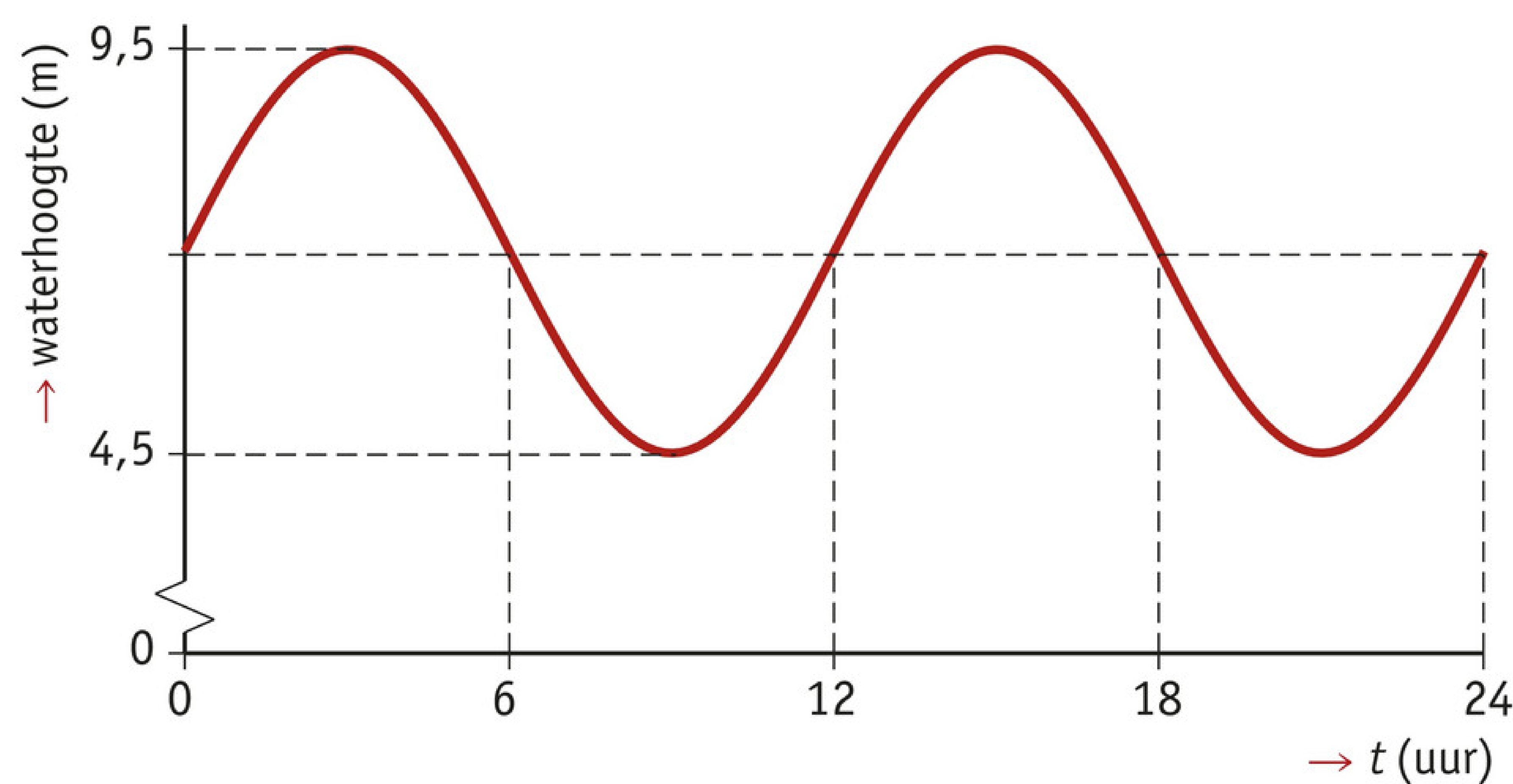
2 Kolibrie
Een kolibrie is een klein vogeltje dat vooral in de tropen voorkomt. De vleugeltjes van een kolibrie slaan met een frequentie van 80 Hz op en neer. Dat kost veel energie: de hartslag kan oplopen tot 1200 slagen per minuut.
a Bereken de trillingstijd van de vleugels.
b Bereken de maximale frequentie van het hart.

3 Het (u,t)-diagram van een trilling
Bekijk het (u,t)-diagram in figuur 3.
a Leg met behulp van het diagram uit dat het hier om een trilling gaat.
b Bepaal met behulp van figuur 3 de amplitude, de trillingstijd en de frequentie van deze trilling.
c Teken het (u,t)-diagram van een trilling met een 2× zo grote amplitude en een 2× zo kleine frequentie.



▲ **figuur 3** (u,t)-diagram van een trilling

4 Getijdenbeweging
Figuur 4 laat het verloop van de waterhoogte ten gevolge van de getijdenbeweging in een zeehaven zien.
a Bepaal de amplitude van de getijdenbeweging.
b Bepaal de frequentie van deze getijdenbeweging.
c Bepaal gedurende welk tijdsverloop in een etmaal een schip met een diepgang van 8,25 m in de haven kan liggen.



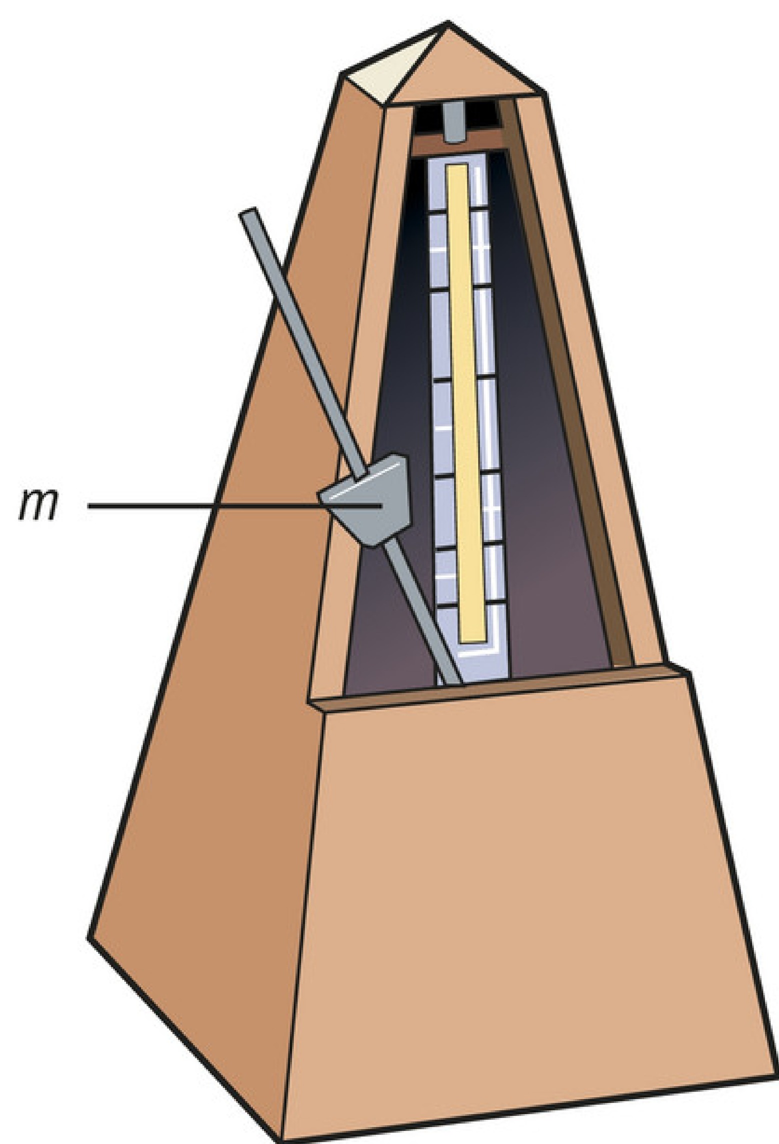
▲ **figuur 4** het verloop van de waterhoogte

5 Metronoom

Een metronoom is een instrument dat musici gebruiken om het tempo van een muziekstuk aan te geven (figuur 5). Het instrument bestaat uit een uurwerk met een omgekeerde slinger. De slinger beweegt regelmatig heen en weer en geeft steeds een duidelijke tik als het slingerende staafje van richting verandert. Het tempo kun je instellen door massa *m* te verschuiven.

Stel dat een metronoom is ingesteld op een trillingstijd of slingertijd van 0,75 s.

a Bereken de trillingsfrequentie van de metronoom.
b Leg uit of dat ook de frequentie van het tikgeluid is.
c Bereken de trillingstijd van het slingerende staafje als 47 tikken precies 10 s duren. Je start de tijd bij de eerste tik.



▲ **figuur 5** een metronoom

+6 Bungee-trampoline

Bij het springen op een bungee-trampoline krijgt een meisje een beweging die je een trilling mag noemen (figuur 6).



▶ **figuur 6** bungee-trampolinespringen

Een deel van de beweging is gemeten en van de meetresultaten is een (v,t)-diagram gemaakt (figuur 7). Daarbij is de snelheid naar boven een positieve snelheid. Bij het passeren van de evenwichtsstand is de snelheid van het meisje maximaal.

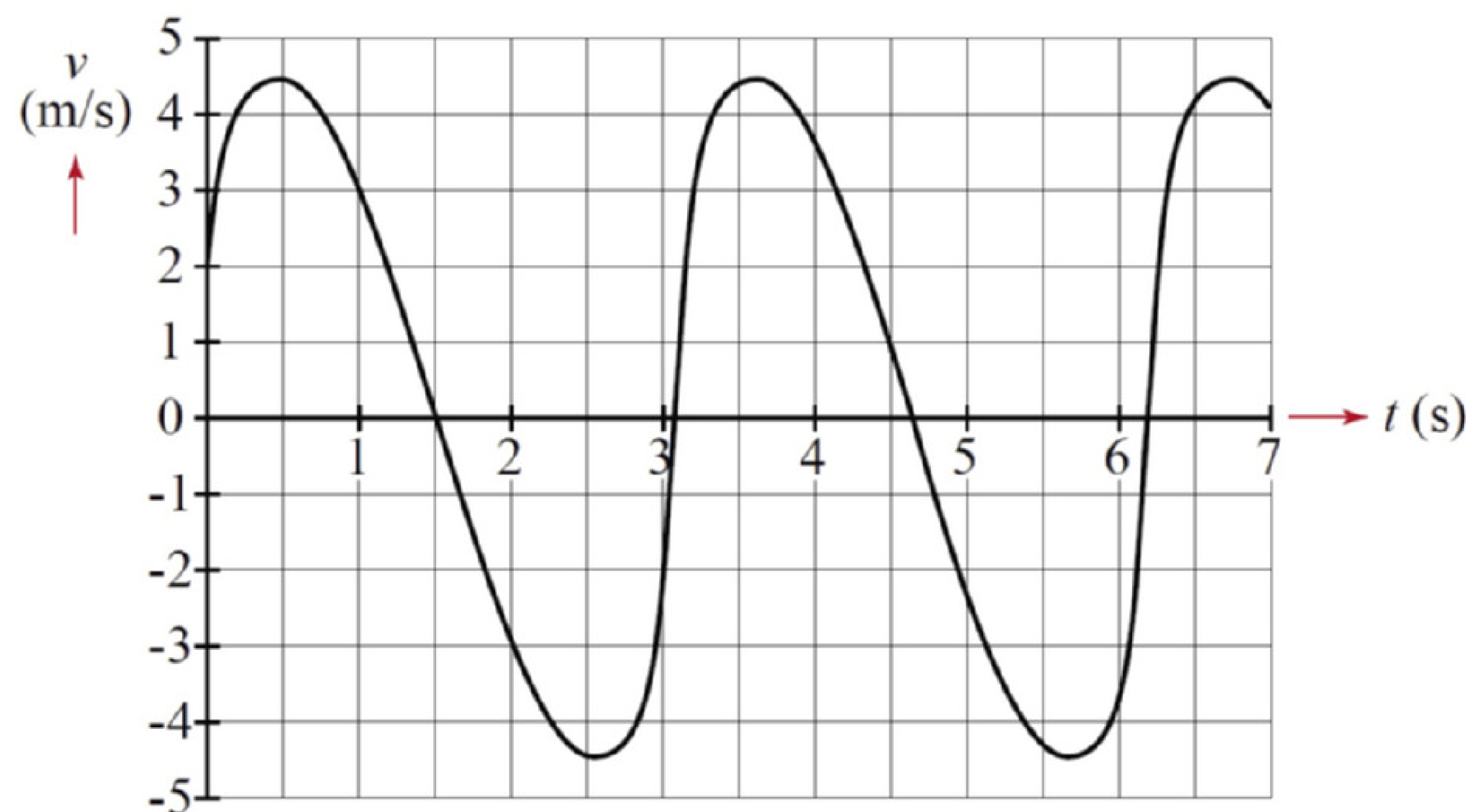
a Geef aan op welke tijdstippen het meisje door de evenwichtsstand gaat. Let op: dit is een (v,t)-diagram.

b Op welke tijdstippen is het meisje in het hoogste punt?

Het oppervlak onder het (v,t)-diagram is een maat voor de afstand, zie hoofdstuk 1.

c Bepaal bij deze beweging de afstand van het hoogste naar het laagste punt van het meisje.

naar: examen vwo 2011-I



▲ **figuur 7** (v,t)-diagram van de sprong van het meisje

2 Trillende systemen

In deze paragraaf leer je:

- een harmonische trilling kennen;
- werken met de formule voor de trillingstijd van een massa-veersysteem;
- het verschijnsel resonantie kennen.

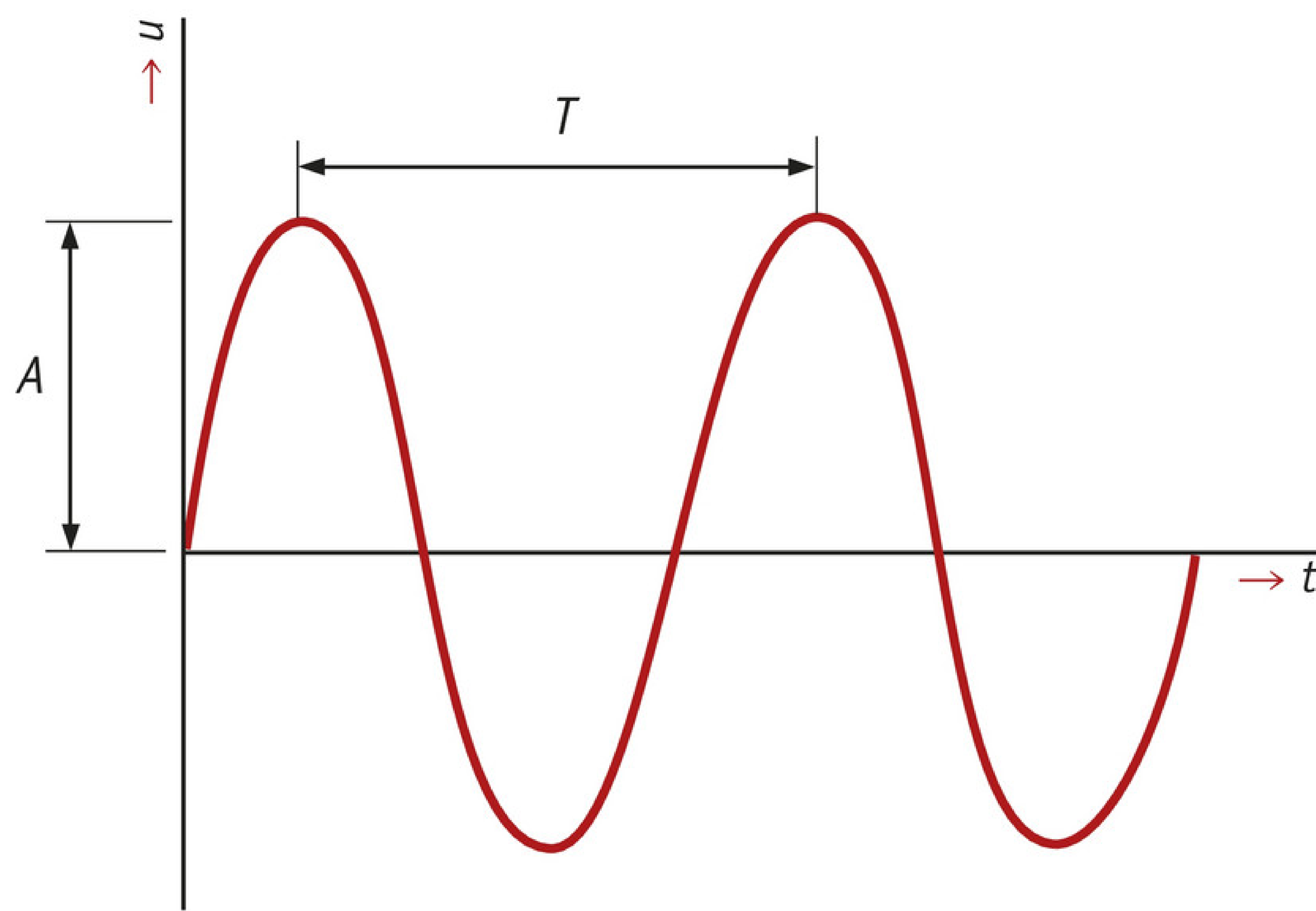
De meest voorkomende trillingen zijn samengestelde trillingen: een optelsom van verschillende trillingen. Om inzicht te krijgen in ingewikkelde trillingen moet je eerst de eenvoudigste vorm van trillen bekijken.

Harmonische trillingen

Het (u,t)-diagram van de benen van een trillende stemvork ziet eruit zoals in figuur 8. In de wiskunde wordt deze vorm een sinus genoemd. Een **harmonische trilling** is een trilling waarvan het (u,t)-diagram een sinusvorm heeft. Het geluid van een stemvork noem je daarom een zuivere toon. De lucht om de benen van de stemvork gaat op dezelfde manier als de stemvork meetrillen.

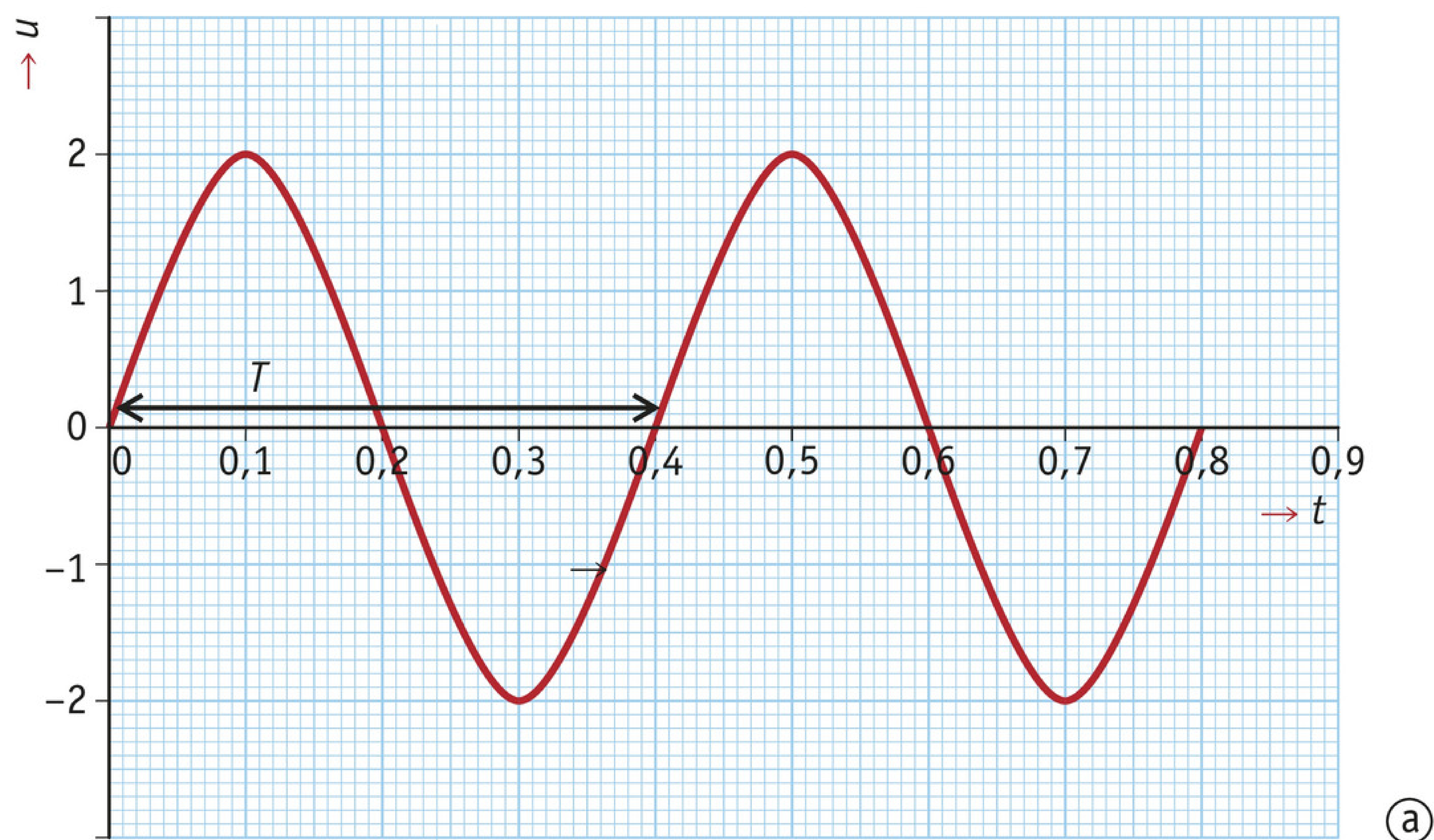
Gedempt en ongedempt

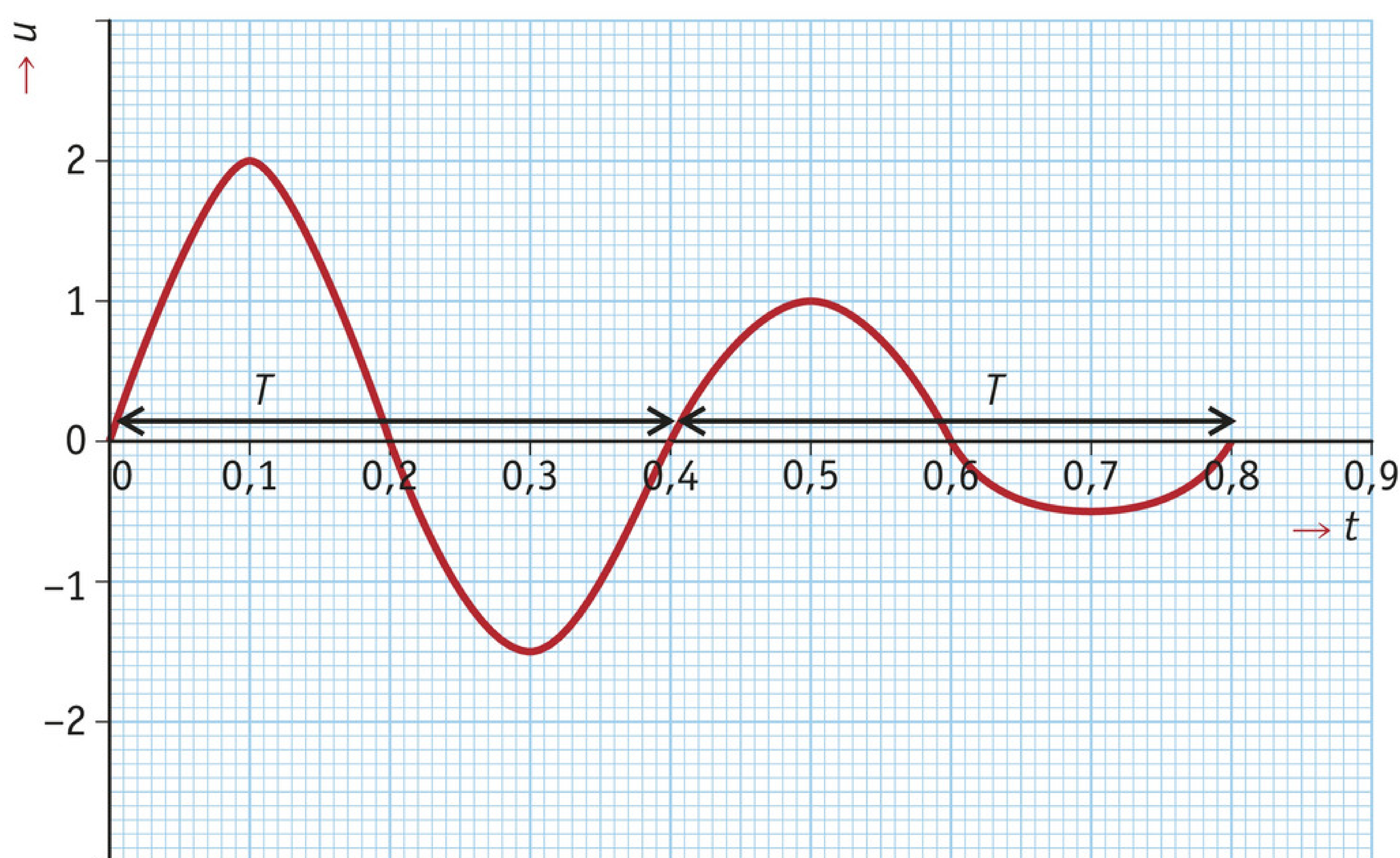
Een trilling waarbij de amplitude niet verandert is een ongedempte trilling. De meeste trillingen in het dagelijks leven zijn gedempt: de amplitude wordt steeds kleiner en het trillend



▲ **figuur 8** (u,t)-diagram van een harmonische trilling

voorwerp komt uiteindelijk tot stilstand. Door wrijvingseffecten in bijvoorbeeld een veer en de luchtweerstandskracht gaat trillingsenergie verloren. Daarom wordt de amplitude in de loop van de tijd kleiner. Let op: bij een ongedempte trilling verandert de amplitude niet, maar de uitwijking verandert wel voortdurend. Anders is er immers geen sprake van een trilling, maar staat het voorwerp stil. In figuur 9a zie je het (u,t)-diagram van een ongedempte trilling en in 9b van een gedempte trilling.

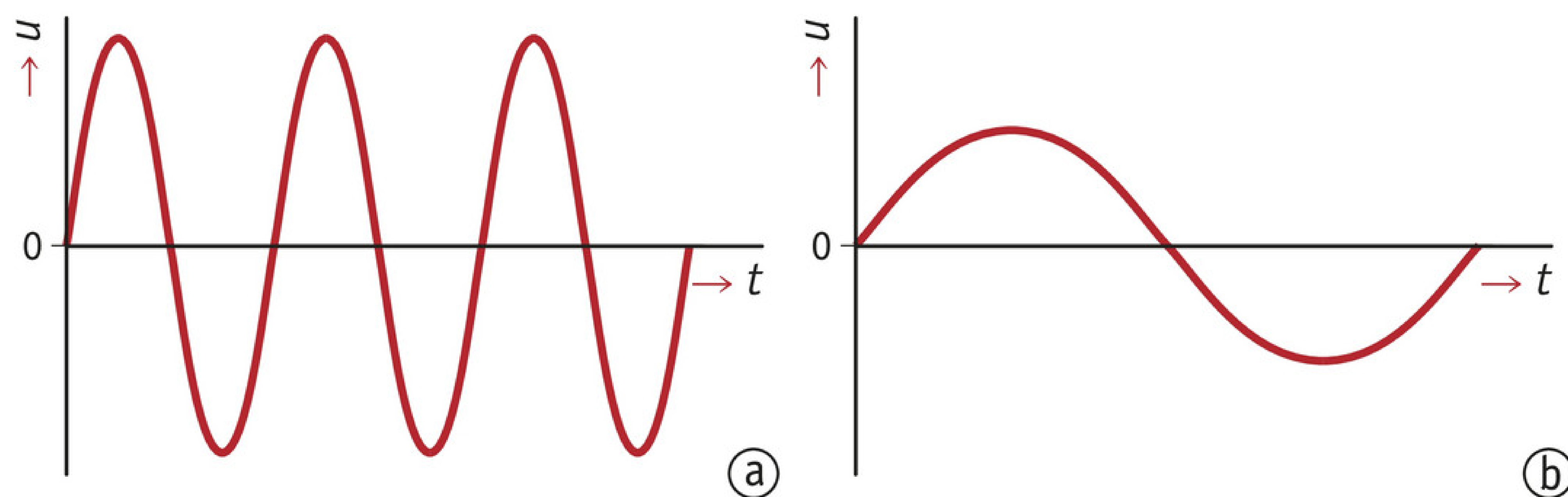




▲ **figuur 9** (u,t)-diagrammen van een ongedempte (a) en een gedempte (b) trilling

Bij een gedempte trilling verandert de trillingstijd niet. De trillingstijd blijft gelijk, of er nu een grote of kleine amplitude is (figuur 9b). Dat is het gevolg van een grotere gemiddelde snelheid bij een grote amplitude. Hoewel de af te leggen weg groter is, blijft vanwege de grotere gemiddelde snelheid de trillingstijd toch gelijk.

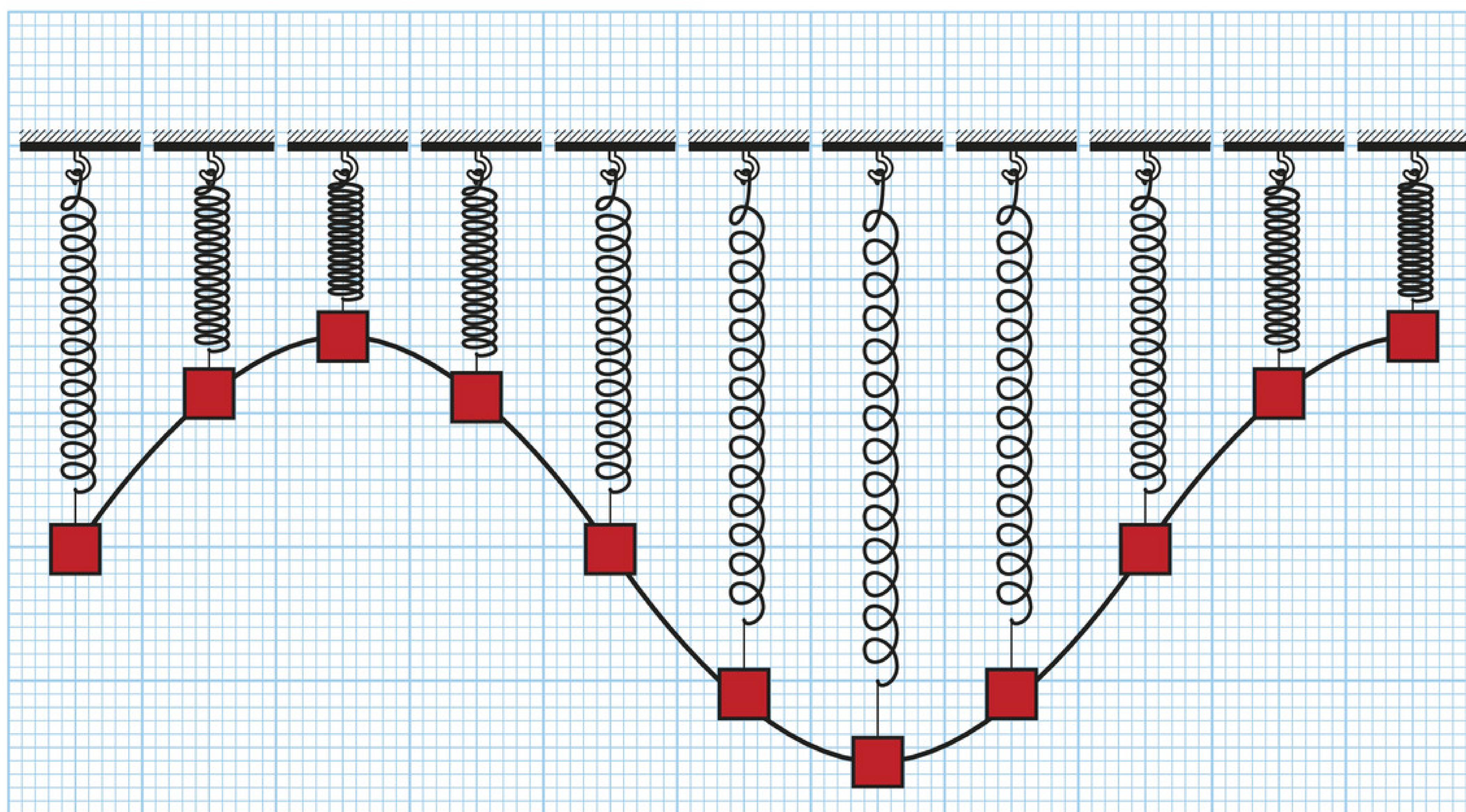
Ook geluid bestaat uit trillingen. De trillingstijd, dus ook de frequentie, bepaalt de hoogte van de toon. Een grotere frequentie veroorzaakt een hogere toon. De amplitude van de trilling bepaalt hoe hard het geluid is. Bij een grotere amplitude is de geluidssterkte groter (figuur 10). Als je een stemvork aanslaat, wordt het geluid steeds zachter, wat duidt op het afnemen van de amplitude. Maar de toonhoogte verandert hierbij niet, dus de trillingstijd en frequentie veranderen niet.



▲ **figuur 10** (u,t)-diagram van een harde, hoge toon (a) en van een zachtere, lagere toon (b)

Massa-veersysteem

De snelheid van een trillend voorwerp verandert steeds. Om de snelheid van een trillend voorwerp op een bepaald tijdstip uit een (u,t)-diagram af te leiden moet je naar de steilheid van de grafiek op dat tijdstip kijken. Net als in een (x,t)-diagram kun je de steilheid bepalen door bij dat tijdstip de raaklijn te tekenen. De steilheid van de raaklijn is de snelheid op dat tijdstip: de momentane snelheid. Bij een harmonische trilling is de snelheid maximaal bij het passeren van de evenwichtsstand en nul in de uiterste stand. Voorbeelden van harmonisch trillende systemen zijn een blokje aan een veer en een slinger. Een blokje aan een veer noem je ook wel een **massa-veersysteem**. Als je de massa van figuur 11 een stukje naar beneden trekt en dan loslaat, voert de massa een harmonische trilling uit.



▲ **figuur 11** een trillend massa-veersysteem

Als je de trilling van een massa-veersysteem verder onderzoekt, blijken de stugheid van de veer (de veerconstante) en de grootte van de trillende massa van invloed te zijn op de trillingstijd.

De trillingstijd van een massa-veersysteem kun je berekenen met de formule:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{C}}$$

Hierin is:
- T de trillingstijd in seconde (s);
- m de massa die trilt in kilogram (kg);
- C de veerconstante in newton per meter ($N\,m^{-1}$).

▶ **EXPERIMENT 1** De veerconstante (begripspracticum)

Voorbeeldopgave 2

Een veer met een veerconstante van 9,0 $N\,m^{-1}$ heeft een lengte van 15,0 cm als er geen kracht op wordt uitgeoefend. Er wordt een blokje van 75 g aan de veer gehangen. De massa van de veer mag je verwaarlozen.

a Bereken de lengte van de veer als het blokje tot rust is gekomen.

Het blokje wordt vanuit de evenwichtsstand 4,0 cm naar beneden getrokken en dan losgelaten.

b Bereken de frequentie van de trilling die dan ontstaat.

Uitwerking

a Gegevens:
m = 75 g = 0,075 kg
l = 15,0 cm
C = 9,0 $N\,m^{-1}$
Formules: $F_z = m \cdot g$ en $F_v = C \cdot u$
Op de massa werkt zwaartekracht: $F_z = m \cdot g = 0{,}075 \times 9{,}81 = 0{,}736$ N.
De veer oefent een even grote kracht uit op de massa, want de massa is in evenwicht. De veerkracht F_v bereken je met de wet van Hooke (zie hoofdstuk 4): $F_v = C \cdot u$. In deze formule is C de veerconstante en u de uitrekking van de veer.

Omzetten van deze formule levert: $u = \frac{F_v}{C} = \frac{0{,}737}{9{,}0} = 0{,}082$ m (ofwel 8,2 cm).

De nieuwe lengte van de veer is dus: 15,0 + 8,2 = 23,2 cm.

b Gegevens:
m = 75 g = 0,075 kg
C = 9,0 $N\,m^{-1}$

Formules: $T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{C}}$ en $f = \frac{1}{T}$

Invullen levert: $T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{0{,}075}{9{,}0}} = 0{,}57$ s.

Dan is de frequentie: $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0{,}57} = 1{,}7$ Hz.

Opmerking: dat het blokje 4,0 cm omlaag werd getrokken doet niet ter zake. Dat bepaalt alleen de amplitude van de trilling.

Resonantie

Als je een massa aan een veer een stukje naar beneden trekt en dan loslaat, gaat de massa uit zichzelf een trilling met één bepaalde frequentie uitvoeren. De trilling die ontstaat, noem je **eigentrilling**. De frequentie die hoort bij een eigentrilling is de **eigenfrequentie**. Elk voorwerp bezit minimaal één eigenfrequentie. Een massa-veersysteem heeft één eigenfrequentie, maar een luchtkolom in een orgel heeft meer eigenfrequenties. Eigenfrequenties zijn de (vaste) frequenties waarmee een voorwerp kan gaan trillen, zonder dat het daartoe wordt gedwongen.
Als je de veer van het massa-veersysteem van figuur 11 regelmatig op en neer beweegt, ontstaat er een gedwongen trilling. In de meeste gevallen voert de massa aan de veer dan een trilling uit waarbij de amplitude soms wat groter en dan weer kleiner is. Herhaal je dit experiment bij andere frequenties, dan merk je dat bij een bepaalde frequentie de massa aan de veer een regelmatige trilling met een veel grotere amplitude gaat uitvoeren.

Als de massa aan de veer steeds op het juiste moment met dezelfde frequentie als de eigenfrequentie van het systeem een zetje krijgt, wordt de amplitude van de trilling steeds groter. Dit heet resonantie. **Resonantie** is het verschijnsel dat een voorwerp gaat meetrillen als de gedwongen frequentie, dus de frequentie waarmee het op en neer wordt bewogen, even groot is als de eigenfrequentie. Het trilt dan met zijn eigenfrequentie.

In het dagelijks leven kan resonantie zowel gewenst als hinderlijk of zelfs verwoestend zijn. Zo trilt de lucht in de klankkast van een akoestische gitaar mee met de snaren. Dat is gewenste resonantie, want daardoor wordt het geluid van een akoestische gitaar harder. Het meetrillen van het dashboard van een auto met de trillingen van de motor is hinderlijk. Het meetrillen van gebouwen bij een aardbeving is vaak verwoestend.

Voorbeeldopgave 3

Aan een veer met veerconstante 0,10 N cm^{-1} wordt een blokje gehangen. Epke pakt de veer bovenaan vast en beweegt hem heen en weer met een frequentie van 1,5 Hz. Het blokje blijkt met een steeds grotere amplitude te gaan trillen.
Bereken de massa van het blokje.

Uitwerking
Gegevens:
$C = 0{,}10\ \text{N cm}^{-1}$
$f = 1{,}5\ \text{Hz}$
Formules: $f = \frac{1}{T}$ en $T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{C}}$

Er treedt resonantie op, dus de gedwongen frequentie van 1,5 Hz is ook de eigenfrequentie van het massa-veersysteem.
Reken de veerconstante om naar N m^{-1}: 0,10 N cm^{-1} = 10 N m^{-1}

Invullen in $f = \frac{1}{T}$ geeft $1{,}5 = \frac{1}{T}$, waaruit volgt: $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{1{,}5} = 0{,}67$ s.
Invullen in $T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{C}}$ geeft: $0{,}67 = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{10}}$

Links en rechts delen door 2π geeft: $\frac{0{,}67}{2 \cdot \pi} = \sqrt{\frac{m}{10}}$ oftewel $0{,}106 = \sqrt{\frac{m}{10}}$

Links en rechts kwadrateren geeft: $0{,}106^2 = \frac{m}{10}$ oftewel $0{,}0113 = \frac{m}{10}$
Hieruit volgt $m = 0{,}0113 \times 10 = 0{,}11$ kg.
Let erop dat je bij tussenuitkomsten steeds met de onafgeronde waarde verder rekent.

▶ **EXPERIMENT 2** Dobberen (onderzoekspracticum)

Onthoud!

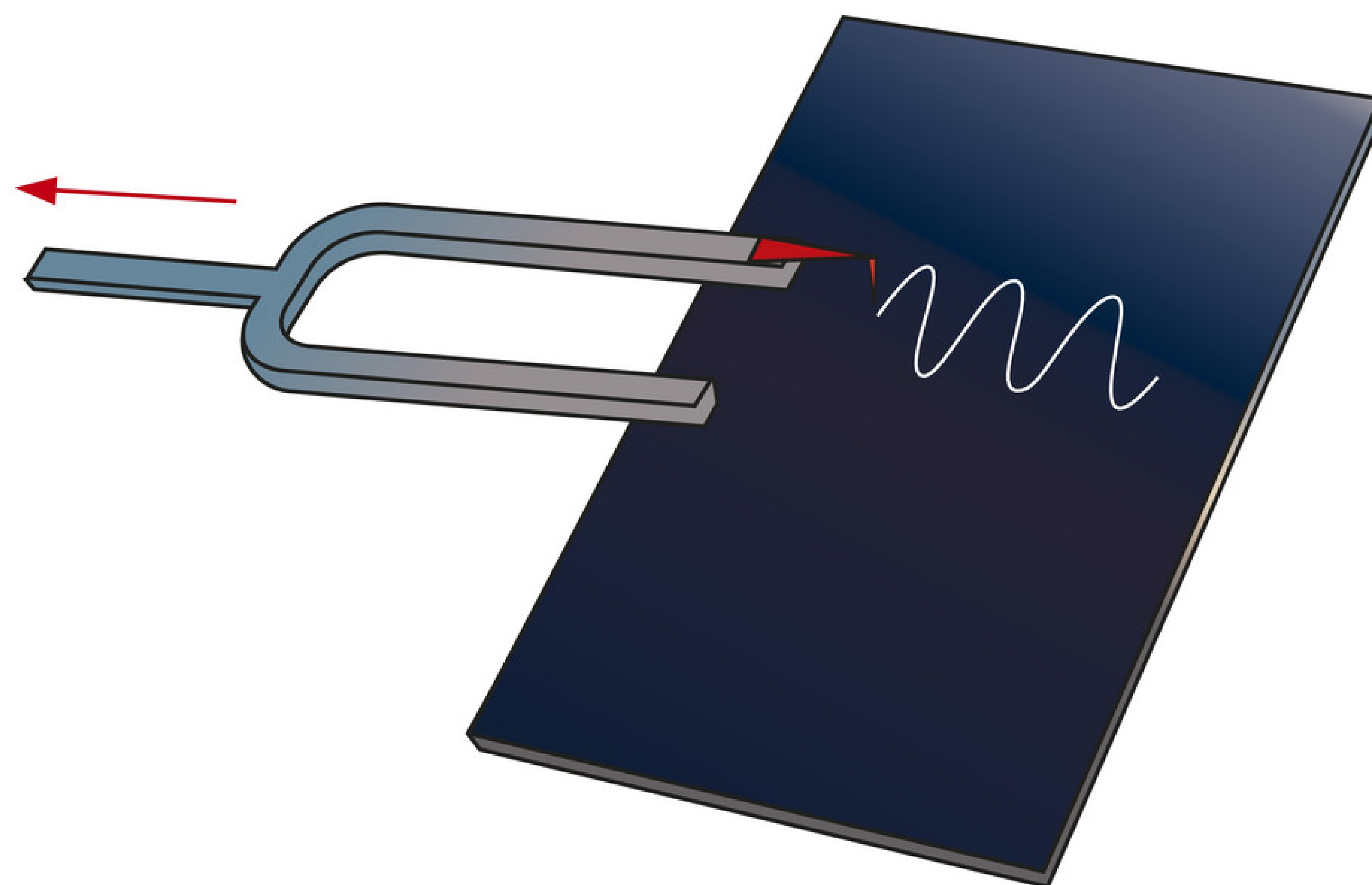
- Het (u,t)-diagram van een harmonische trilling heeft de vorm van een sinus.
- Voor de trillingstijd van een massa-veersysteem geldt: $T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{C}}$
- Een eigentrilling is de trilling die een voorwerp gaat uitvoeren als het uit zijn evenwichtsstand is gebracht.
- De eigenfrequentie is de frequentie van de eigentrilling.
- Resonantie ontstaat als een voorwerp wordt gedwongen te trillen met een frequentie die overeenkomt met zijn eigenfrequentie.

Opdrachten

7 Eigenschappen van trillingen
In het dagelijks leven komen veel verschillende trillingen voor.
a Wanneer is een trilling een harmonische trilling?
b Leg uit wat een eigentrilling is.
c Welke grootheden bepalen de trillingstijd bij een massa-veersysteem?
d Leg uit wat resonantie is.

8 Slinger
Johan bepaalt met een stopwatch de trillingstijd van een slinger.
a Leg uit hoe Johan zo nauwkeurig mogelijk de trillingstijd kan bepalen.
b Waarom zal Johan ervoor kiezen de stopwatch in te drukken op het moment dat de slinger zich in een van de uiterste standen bevindt en niet als de slinger door de evenwichtsstand gaat?

9 Trillende stemvork
In figuur 12 zie je hoe een naald aan een trillende stemvork over een beroete plaat wordt getrokken. De stemvork heeft een constante snelheid van 5,0 m s^{-1}. Het stukje spoor dat op de beroete plaat ontstaat, is 12,5 cm lang en toont elf volledige trillingen.
a Bereken hoelang de naald over de plaat bewoog.
b Bereken de eigenfrequentie van de stemvork.

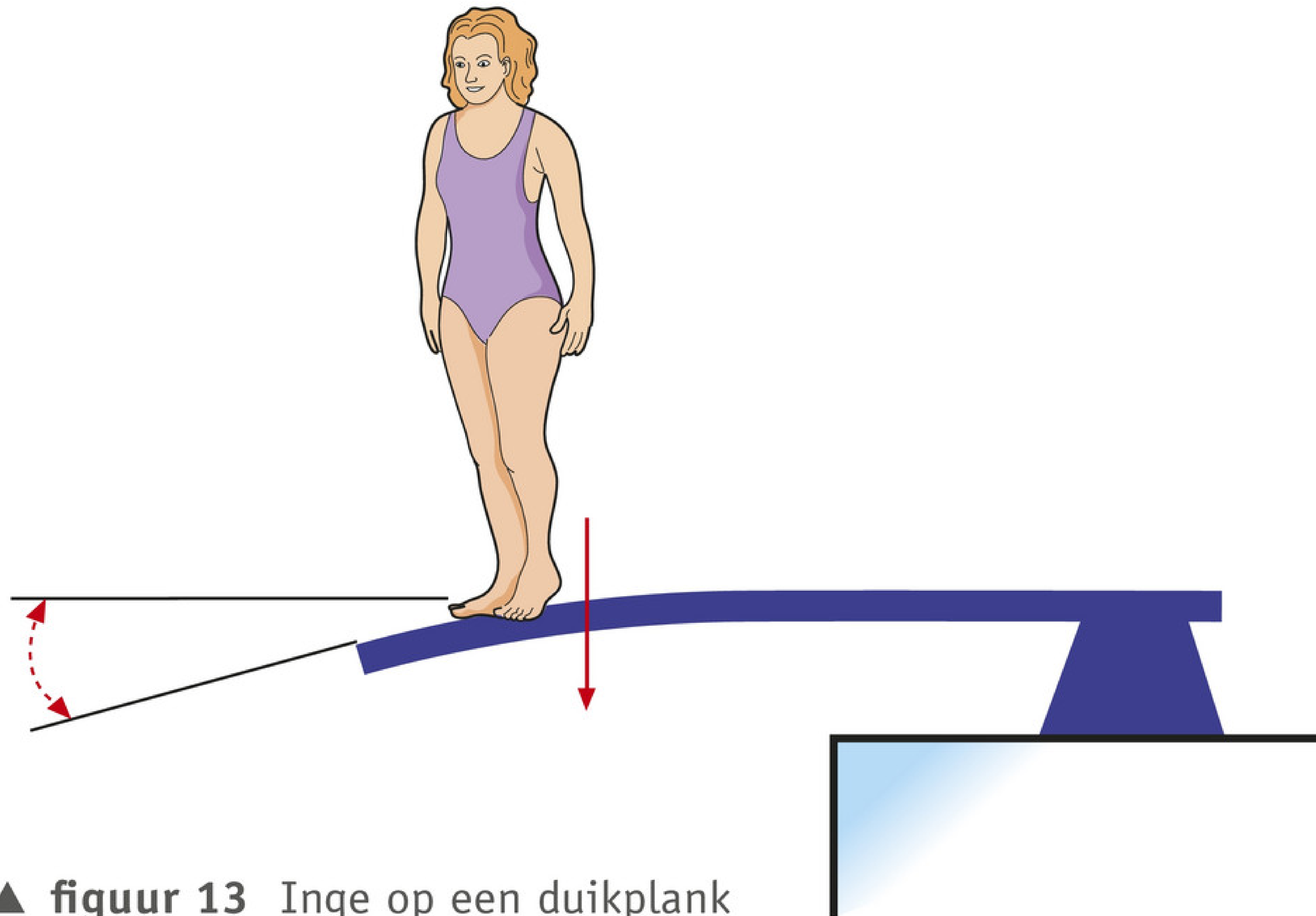


▲ **figuur 12** stemvork over beroete plaat

10 Duikplank

Inge heeft een massa van 52,0 kg. Ze staat op het uiteinde van een duikplank. Daardoor is het uiteinde van de plank 12,9 cm doorgezakt (figuur 13).

a Bereken de veerconstante van de duikplank.

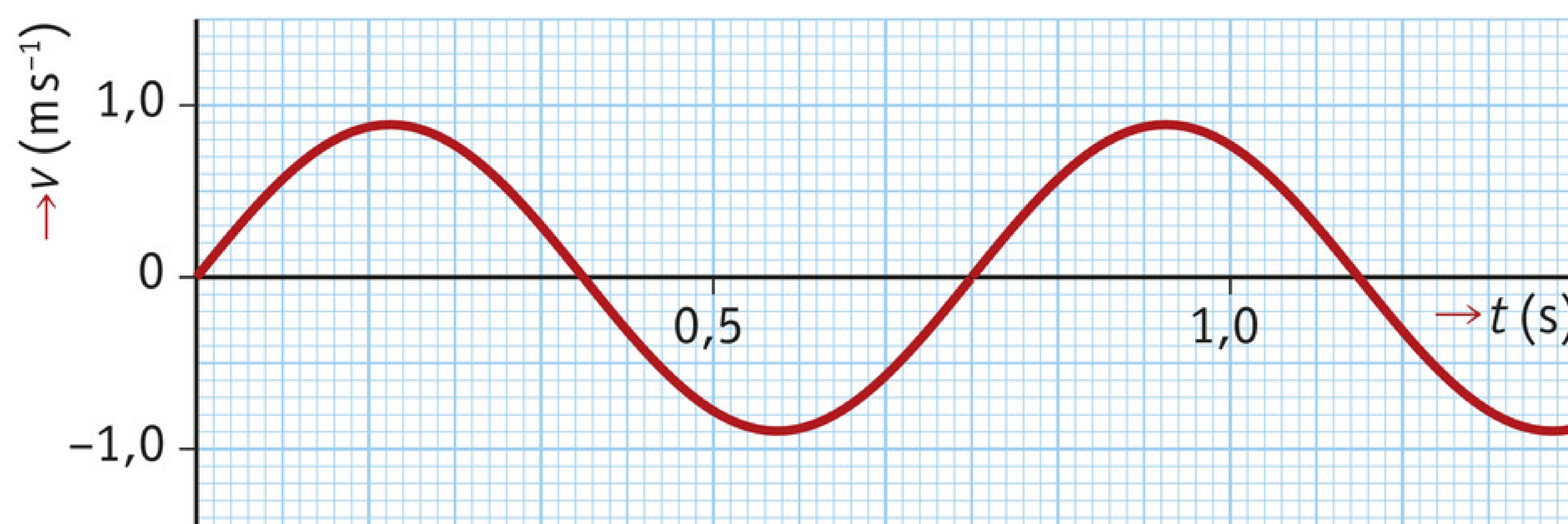


▲ **figuur 13** Inge op een duikplank

Inge brengt zichzelf in een verticale trilling door met haar benen afwisselend buig- en strekbewegingen te maken. Na een tijdje stopt zij hiermee. Zij voert dan in verticale richting een harmonische trilling uit, waarbij zij niet loskomt van de plank. In figuur 14 is haar snelheid als functie van de tijd weergegeven. Het tijdstip $t = 0$ correspondeert met haar laagste positie.

b Leg uit op welke tijdstippen in het aangegeven tijdsinterval Inge bij haar trilling door de evenwichtsstand ging.

c Bepaal de eigenfrequentie van de duikplank plus Inge.



▲ **figuur 14** (v,t)-diagram van Inge

11 Motor

De vier veren van een motorfiets dragen samen het chassis van de motorfiets, met een massa van 140 kg. Een motorrijder met een massa van 90 kg stapt op de motor. Als de motor is uitgetrild, is die 5,0 cm gezakt.

a Bereken de veerconstante van de vier veren samen.

b Bereken de veerconstante per veer.

c Bereken de trillingstijd van de motorfiets plus motorrijder.

De schokdempers blijken niet al te best te werken, want pas na 2,1 s trilt de motorfiets niet meer.

d Schets het (u,t)-diagram van de motorfiets met motorrijder.

e Leg uit of de trillingstijd verandert als er een passagier achter op de motor plaatsneemt. Zo ja, hoe verandert de trillingstijd?

f Als de motorrijder over een golvend stuk weg rijdt, deint de motor bij een bepaalde snelheid krachtig mee. Hoe heet dit verschijnsel?

12 Model van een trillende bol

Bekijk het model van een trillende bol van 0,30 kg die aan een veer hangt met een veerconstante van 4,0 N m^{-1} (figuur 15).

Op de bol werken twee krachten: de zwaartekracht en de veerkracht. De resulterende kracht F_{res} van deze twee krachten is evenredig aan de uitwijking van de bol. Deze resulterende kracht is altijd naar de evenwichtsstand gericht. Als de bol zich boven de evenwichtsstand bevindt, is de uitwijking positief. Als de bol zich onder de evenwichtsstand bevindt, is de uitwijking negatief. Ook een snelheid, versnelling en resulterende kracht omhoog zijn positief en omlaag negatief.

a Op welke plaats begint de bol de trilling op $t = 0$ s?
b Hoe zie je dat de resulterende kracht naar de evenwichtsstand toe is gericht?
c Reken de eerste rekenslag van het model handmatig door.
d Bereken de trillingstijd van deze bol.

modelregels	startwaarden en constanten
Fres = -C*u	m = 0,30
a = Fres/m	v = 0
dv = a*dt	u = -0,030
v = v + dv	t = 0
du = v*dt	dt = 0,002
u = u + du	C = 4,0
t = t + dt	

▲ **figuur 15** model van een trillende bol

+13 Slinger

Een massa van 50 g hangt aan een touw. Iemand duwt de massa uit de evenwichtsstand waardoor de massa gaat trillen (slingeren). Voor de slingertijd van een slinger geldt:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Hierin is:
- l de lengte van de slinger in meter (m);
- g de valversnelling in meter per seconde kwadraat (m s^{-2}).

Bereken met de gegeven formule de lengte van een slinger met een slingertijd (= trillingstijd) van 0,54 s.

14 Wieg

Marloes heeft voor haar baby een wieg gekocht. De wieg hangt aan een veer en kan zachtjes op en neer trillen (figuur 16). Op de verpakking van de wieg staat: C_{veer} = 13 N cm^{-1} en m_{wieg} = 12,2 kg.

a Bereken hoe ver de veer is uitgerekt als de wieg aan de veer hangt.



▶ **figuur 16** de wieg van Marloes

Marloes legt haar baby van 3,2 kg in de wieg. Als zij de wieg een klein beetje naar beneden duwt en dan loslaat, voert de wieg met de baby erin een trilling uit.

b Bereken de frequentie van deze trilling.

c Marloes heeft gelezen dat de baby beter slaapt als de frequentie van het trillen van de wieg kleiner is. Noem twee aanpassingen aan de wieg die Marloes zou kunnen doen om de frequentie van de wieg kleiner te maken. Licht je antwoord toe.

naar: examen 2016-II

3 Lopende golven

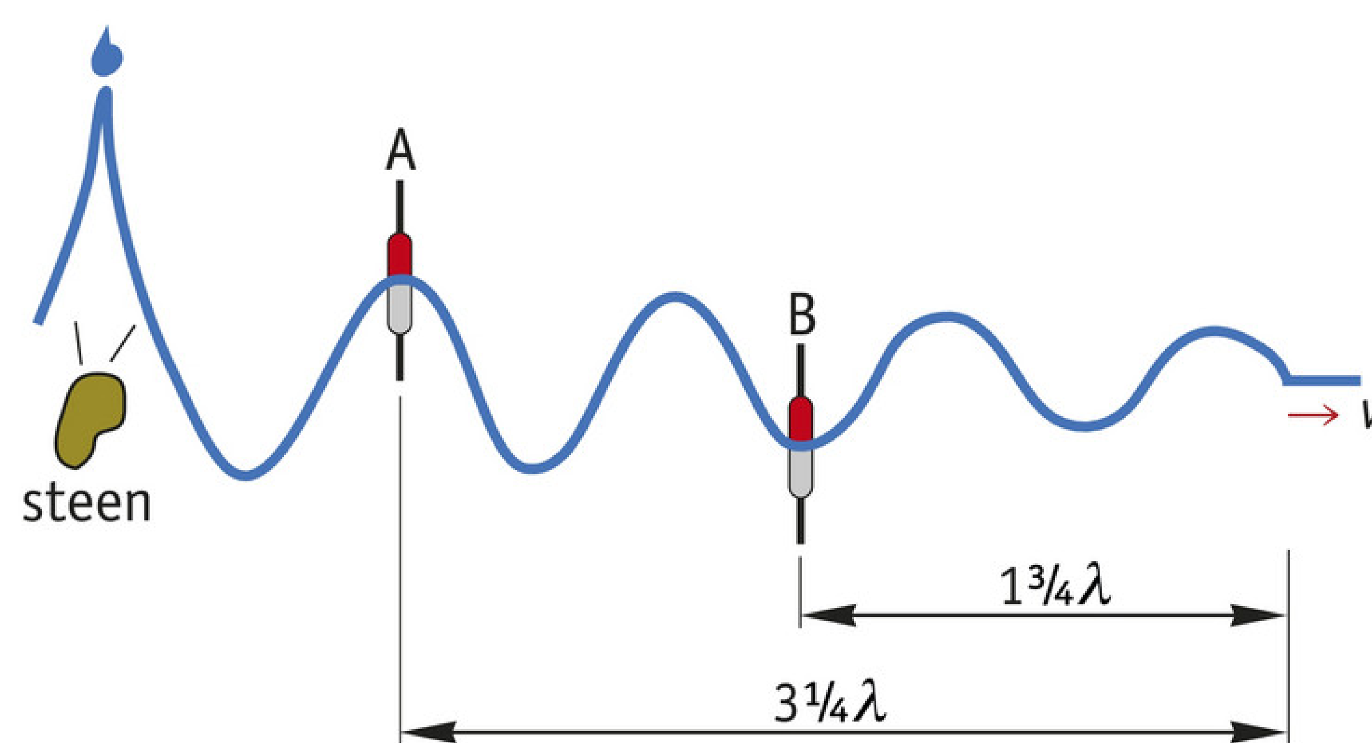
In deze paragraaf leer je:

- de eigenschappen van lopende golven kennen;
- werken met de formules voor de golfsnelheid;
- (u,t)- en (u,x)-diagrammen tekenen en gebruiken;
- het verschil tussen transversale en longitudinale golven kennen.

Als je met je hand het beginpunt van een koord op en neer beweegt, wordt deze trilling in het koord doorgegeven. In het koord ontstaan golven.

Lopende golven

In het water van een sloot bevinden zich twee dobbers. In de buurt van de dobbers valt een steen in het water (figuur 17). Kort nadat de steen het water raakt, gaat eerst dobber A en even later dobber B trillen. De steen is de trillingsbron. De verstoring van het wateroppervlak wordt doorgegeven: er ontstaat in het wateroppervlak een **lopende golf**, een afwisseling van golfbergen en golfdalen.



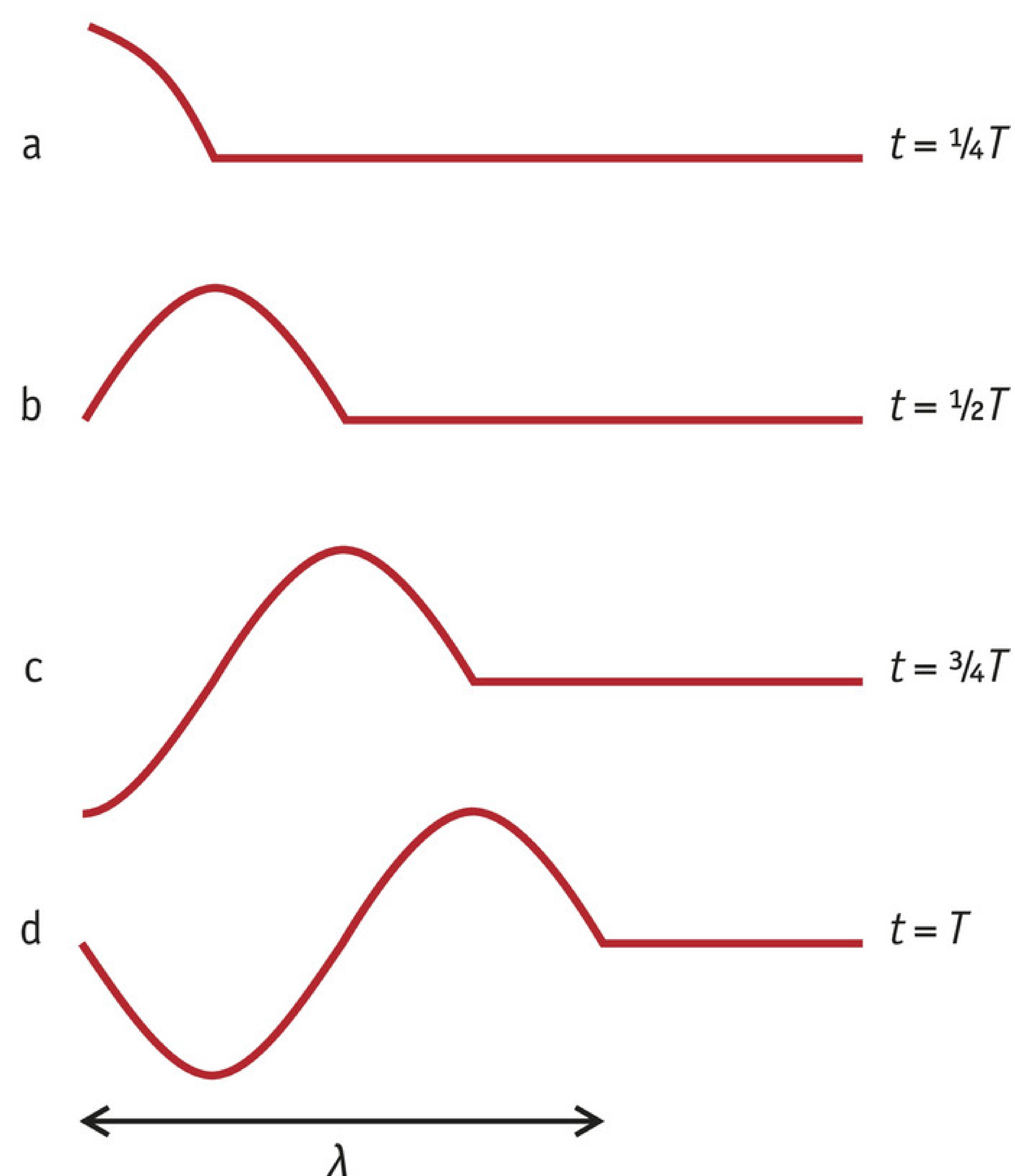
▲ **figuur 17** een lopende golf

Een lopende golf is het resultaat van een trilling die wordt doorgegeven. Bij het bestuderen van golven valt op dat ze zich met constante snelheid, de **voortplantingssnelheid** of **golfsnelheid**, naar alle richtingen uitbreiden vanuit de plaats van de inslag: de trillingsbron. De dobbers voeren op hun plaats een trilling uit. Bij deze golf is er geen horizontale waterverplaatsing. Het water trilt alleen verticaal op en neer. Verder valt op dat dobber B, die verder van de inslag drijft, de trillingen iets later en met een kleinere amplitude uitvoert dan dobber A. De afname van de amplitude wordt gedeeltelijk door demping veroorzaakt, maar vooral doordat de trillingsenergie over steeds meer waterdeeltjes moet worden verdeeld. De omtrek van de cirkel met trillende waterdeeltjes wordt immers steeds groter (figuur 18).



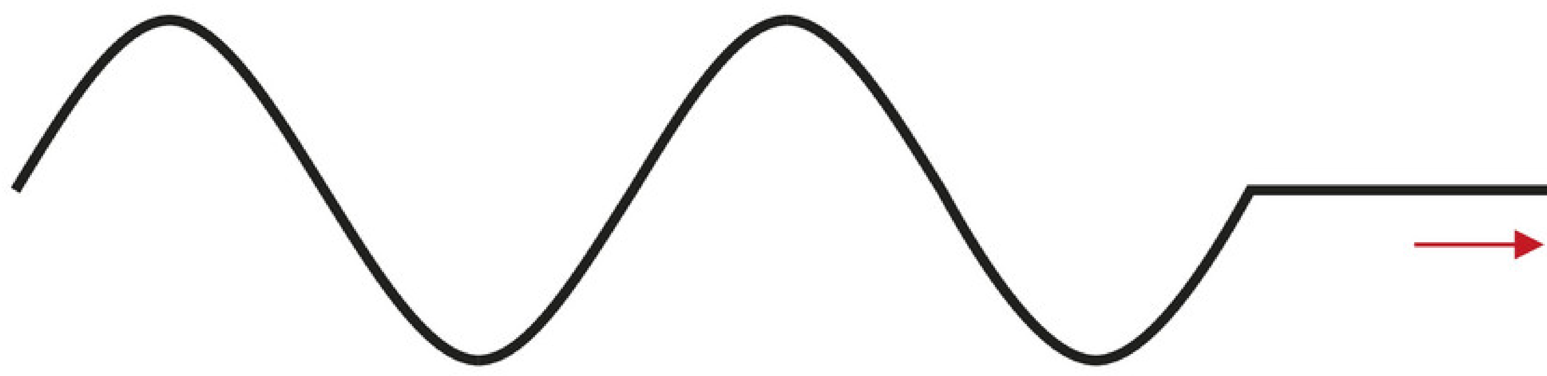
▲ **figuur 18** de impact van een steentje

Ook in een koord kan zich een lopende golf voortplanten. Het linker uiteinde van een horizontaal koord wordt in trilling gebracht. Als dit uiteinde een kwart trilling heeft uitgevoerd, is er een halve golfberg in het koord zichtbaar (figuur 19a). Nadat A een halve trilling heeft uitgevoerd is een hele golfberg zichtbaar (figuur 19b). Na driekwart trilling van A is er behalve de golfberg ook een half golfdal zichtbaar (figuur 19c). De golfberg is ondertussen naar rechts opgeschoven. Als A een hele trilling heeft uitgevoerd, is er een golfberg en een golfdal zichtbaar (figuur 19d). De golf beweegt met constante snelheid door het koord van links naar rechts.
De voorste begrenzing van de golf noem je de **kop van de golf**. De kop van de golf is dus het punt tot waar de golf is gekomen. Je ziet dat de golf met constante snelheid verder schuift. De afstand waarover de golf zich in één trillingstijd verplaatst, noem je de golflengte λ.
De **golflengte** is de afstand waarover de golf zich in één trillingstijd verplaatst; deze komt overeen met de lengte van één golfberg en één golfdal samen (figuur 19).



▲ **figuur 19** het ontstaan van een lopende golf in een koord

Figuur 20 toont de stand van een ander koord. Dat is een momentopname van het hele koord op één tijdstip. Het pijltje geeft aan dat de golven van links naar rechts door het koord bewegen. Uit de stand van een koord kun je een heleboel informatie halen. In het koord zijn 2,0 golflengten te zien, dus heeft het beginpunt links 2,0 trillingen uitgevoerd. Er gaat een golfdal voorop, dus is het beginpunt toen het begon te trillen eerst omlaaggegaan.



▲ **figuur 20** twee golflengten in een koord

Golfsnelheid

Bij een eenparige beweging mag je de formule $s = v \cdot t$ gebruiken. Omdat de afstand (s) van één golflengte (λ) wordt afgelegd in een tijd (t) die gelijk is aan één trillingstijd (T), kun je de formule $s = v \cdot t$ bij golven schrijven als:

$$\lambda = v \cdot T$$

Hierin is:

- λ de golflengte van de golf in meter (m);
- v de golfsnelheid in meter per seconde (m s^{-1});
- T de trillingstijd in seconde (s).

Uit $\lambda = v \cdot T$ volgt: $v = \dfrac{\lambda}{T}$

Omdat $f = \dfrac{1}{T}$ kun je $\lambda = v \cdot T$ ook schrijven als:

$$v = f \cdot \lambda$$

Hierin is:

- v de golfsnelheid in meter per seconde (m s^{-1});
- f de frequentie in hertz (Hz);
- λ de golflengte van de golf in meter (m).

Omdat de voortplantingssnelheid van golven (meestal) constant is, zal bij een grotere frequentie een kleinere golflengte ontstaan.

(*u*,*x*)- en (*u*,*t*)-diagram

De stand van een koord is als het ware een opname van het koord op één tijdstip. Als je de stand van een koord in een assenstelsel tekent met de uitwijking u langs de verticale as en de afstand x langs de horizontale as, spreek je van een (u,x)-diagram. Je kunt ook één punt van het koord kiezen en van dat punt de uitwijking u uitzetten tegen de tijd. Je krijgt dan een (u,t)-diagram. Een (u,t)-diagram gaat nooit over het hele koord, maar altijd over één punt van dat koord. In paragraaf 1 ben je al een aantal (u,t)-diagrammen van trillende voorwerpen tegengekomen. Het is belangrijk dat je beide diagrammen uit elkaar weet te houden.

Voorbeeldopgave 4

Op t = 0 s wordt het linker uiteinde A van een lang koord in trilling gebracht. A gaat eerst omhoog. De trillingstijd bedraagt 0,60 s en de amplitude is 1,0 cm. Er ontstaat een lopende golf met een golflengte van 30 cm. Op het koord ligt punt B op 0,75 m van punt A.

a Bereken de golfsnelheid.
b Bereken hoever de kop van de golf op t = 3,0 s van punt A is verwijderd.
c Teken het (u,x)-diagram van het koord op t = 3,0 s.
d Teken het (u,t)-diagram van punt A van t = 0 s tot t = 3,0 s.
e Teken het (u,t)-diagram van punt B van t = 0 s tot t = 3,0 s.

Uitwerking

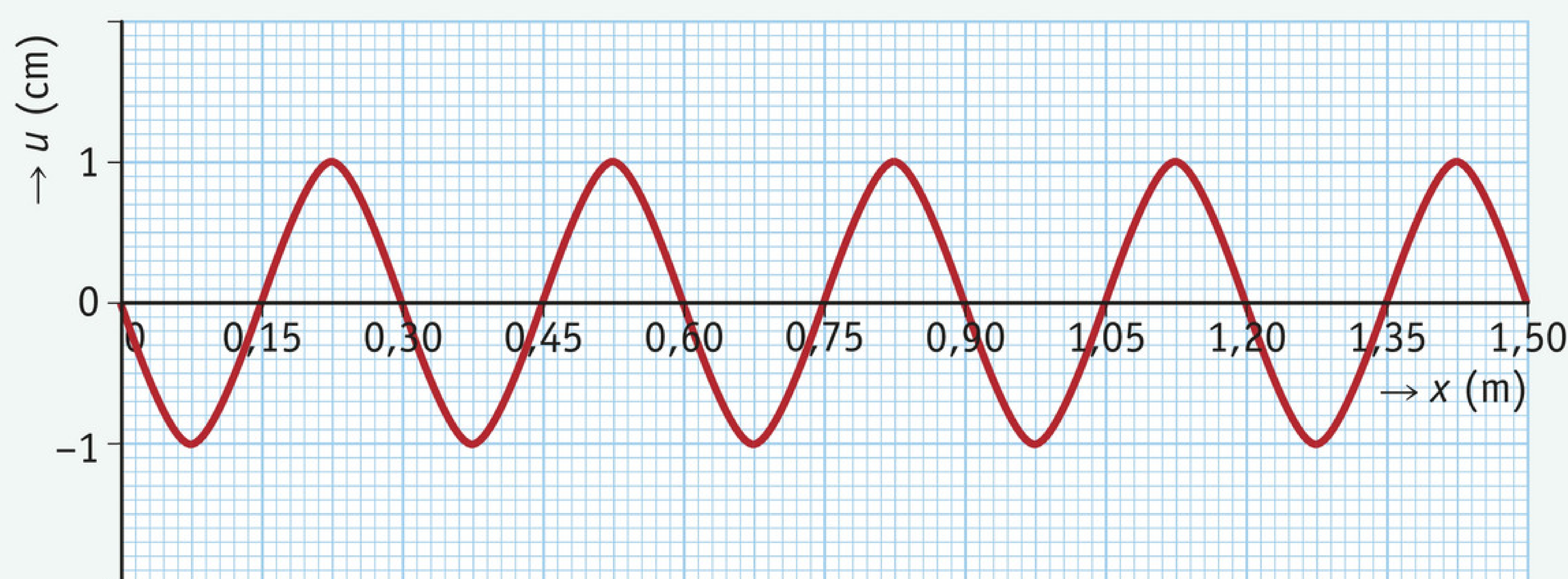
a Gegevens:
λ = 30 cm = 0,30 m
T = 0,60 s

Formule: $v = \dfrac{\lambda}{T}$

$v = \dfrac{\lambda}{T} = \dfrac{0{,}30}{0{,}60} = 0{,}50\ \text{m s}^{-1}$

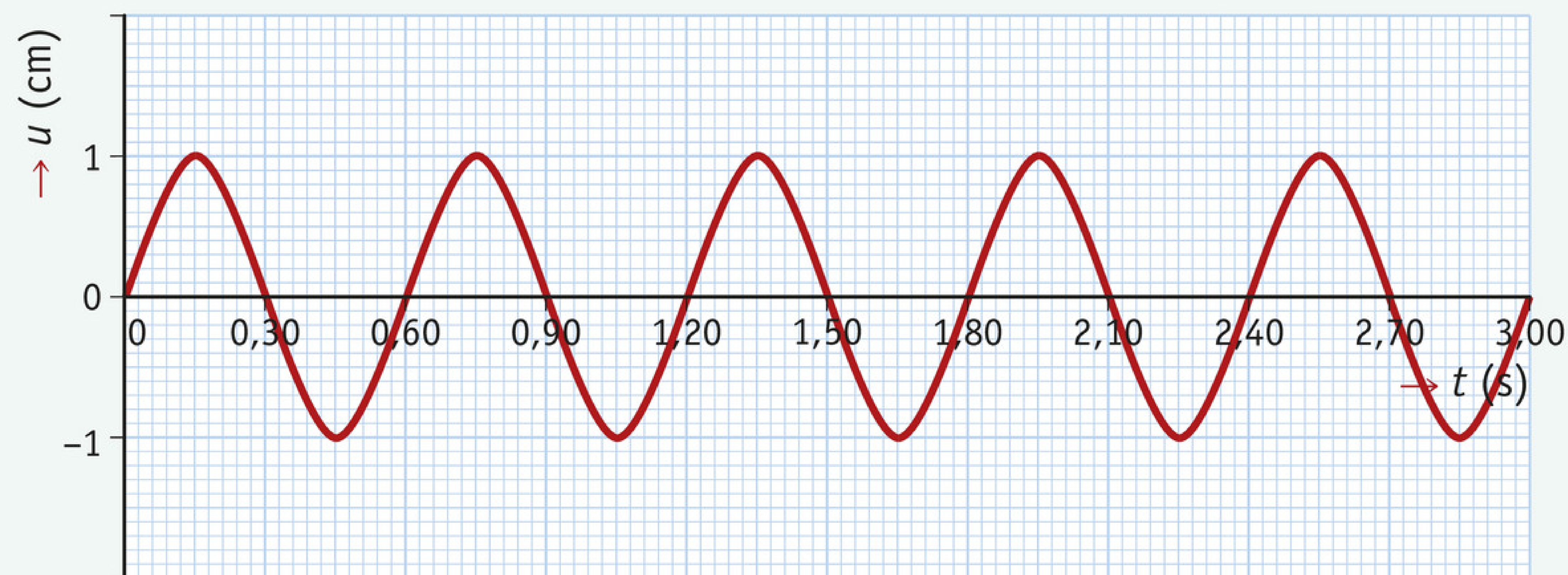
b Gegevens:
$v = 0{,}50\ \text{m s}^{-1}$
t = 3,0 s
Formule: $s = v \cdot t$
$s = v \cdot t = 0{,}50 \times 3{,}0 = 1{,}5$ m

c Op t = 3,0 s heeft het beginpunt $\dfrac{3{,}0}{0{,}60}$ = 5,0 trillingen uitgevoerd. In het koord zijn dus 5,0 golflengten te zien. Punt A ging eerst omhoog, dus gaat er een golfberg voorop.
Teken een assenstelsel waarbij de horizontale as tot x = 1,5 m loopt. De verticale as loopt van u = −1,0 cm tot u = +1,0 cm. Teken vanaf de kop van de golf vijf golflengten terug naar links. Zie figuur 21.



▲ **figuur 21** (u,x)-diagram van het touw op t = 3,0 s

d Je kijkt alleen naar de trilling van punt A. De golf die als gevolg daarvan door het koord naar rechts loopt doet niet ter zake. Punt A begint op t = 0 s te trillen en gaat eerst omhoog. Punt A voert tot t = 3,0 s in totaal $\dfrac{3{,}0}{0{,}60}$ = 5,0 trillingen uit. Zie figuur 22.



▲ **figuur 22** (u,t)-diagram van punt A tussen t = 0 s en t = 3,0 s

e Gegevens:
$s = 0{,}75$ m
$v = 0{,}50\ \mathrm{m\,s^{-1}}$

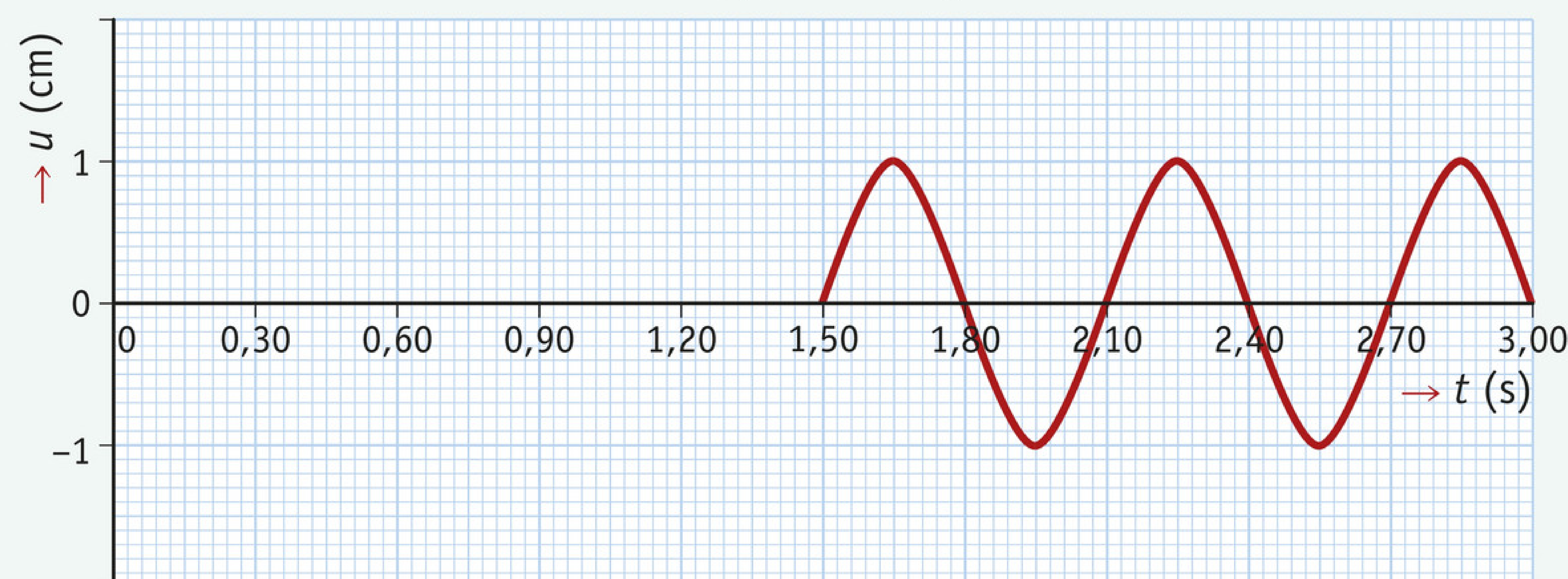
Formule: $t = \frac{s}{v}$

Punt B begint op $t = 0$ s nog niet met trillen. Punt B begint pas te trillen als de kop van de golf punt B heeft bereikt. Bereken eerst op welk tijdstip punt B begint met trillen.

$t = \frac{s}{v} = \frac{0{,}75}{0{,}50} = 1{,}5$ s

Op dit tijdstip begint B dus te trillen. Punt B gaat eerst omhoog.

Tot $t = 3{,}0$ s voert punt B nog $\frac{3{,}0 - 1{,}5}{0{,}60} = \frac{1{,}5}{0{,}60} = 2{,}5$ trillingen uit. Zie figuur 23.

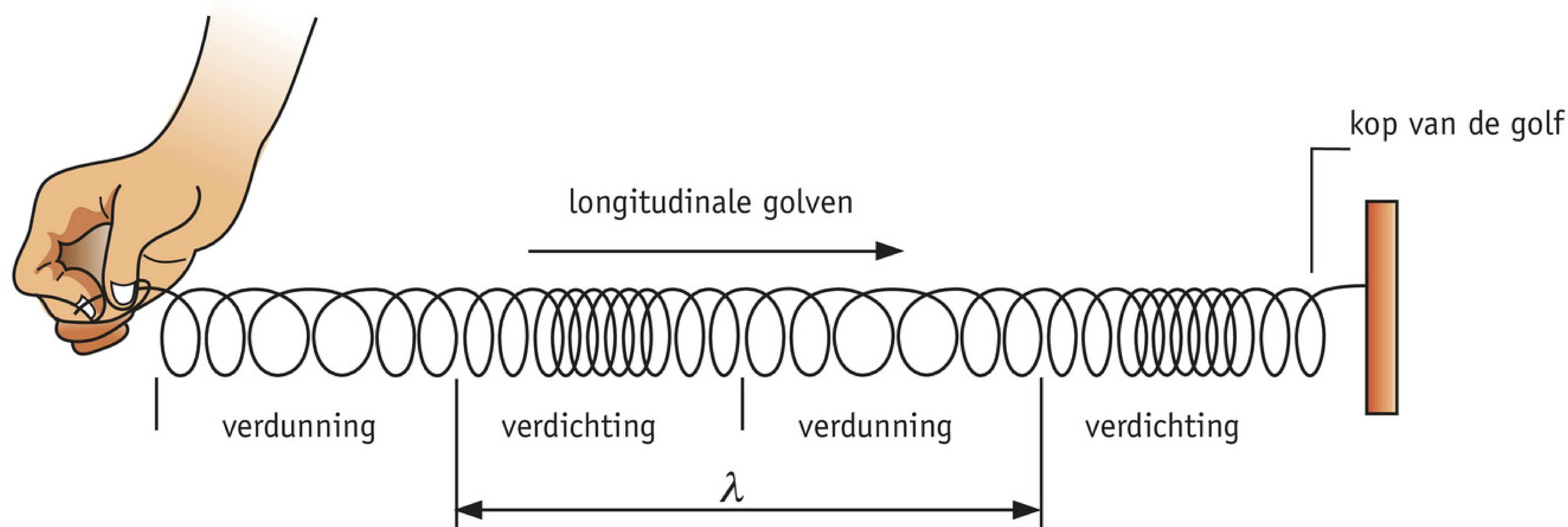


▲ **figuur 23** (u,t)-diagram van punt B tussen t = 0 s en t = 3,0 s

Transversaal en longitudinaal

De dobbers in figuur 17 voeren tijdens het passeren van de golven trillingen uit die loodrecht staan op de voortbewegingsrichting van de golven. Golven waarbij de bewegingsrichting van de trillende deeltjes loodrecht op de voortplantingsrichting van de golven staat noem je **transversale golven**.

Als een slappe veer aan een van de uiteinden in de lengterichting van de veer heen en weer wordt bewogen worden die trillingen in de veer doorgegeven. Dat leidt tot een golfverschijnsel (figuur 24). In plaats van golfbergen en golfdalen zie je in de veer afwisselend stukken ontstaan waar de windingen verder uit elkaar bewegen (verdunningen) en stukken waar de windingen dichter naar elkaar toe bewegen (verdichtingen). Deze golven noem je **longitudinale golven**. Een longitudinale golf is een golf waarbij de trillingsrichting van de trillende punten evenwijdig is aan de voortplantingsrichting van de golf.



▲ **figuur 24** een longitudinale golf

De golflengte is ook hier de afstand die de golf (een verdichting en een verdunning samen) in één trillingstijd aflegt. In dit geval komt dat overeen met de afstand van verdichting tot verdichting, of van verdunning tot verdunning.

Lopende golven om je heen

Geluid is een longitudinale golf. In de buurt van een geluidsbron wordt de lucht in trilling gebracht. De verdichtingen en verdunningen van de lucht planten zich in alle richtingen voort met de **geluidssnelheid**. Deze snelheid is enigszins afhankelijk van de temperatuur (Binas tabel 15A); bij 20 °C is de geluidssnelheid 343 m s^{-1}. Als de geluidsgolven bij het trommelvlies van je oor komen, gaat het trommelvlies meetrillen en hoor je het geluid. Geluid plant zich ook in vloeistoffen en vaste stoffen voort. In Binas tabel 15A vind je de geluidssnelheden in een aantal stoffen. Voor geluid is een tussenstof nodig; in vacuüm is geen geluid mogelijk.

Onthoud!

- Een lopende golf ontstaat als een trilling aan de omgeving wordt doorgegeven.
- De voortplantingssnelheid van een golf is de snelheid waarmee een golf zich uitbreidt.
- De golflengte λ is de afstand die de golf in één trillingstijd aflegt en is bij een transversale golf de lengte van één golfberg en één golfdal samen. $\lambda = v \cdot T$; anders geschreven: $v = f \cdot \lambda$.
- Het (u,x)-diagram is een momentopname van het hele koord op één tijdstip in een assenstelsel.
- In het (u,t)-diagram zie je de uitwijking van één trillend punt in de loop van de tijd.
- Golven zijn transversaal als de trillingsrichting loodrecht staat op de voortbewegingsrichting van de golven, en longitudinaal als de trillingsrichting evenwijdig is aan de voortbewegingsrichting.

Opdrachten

15 Golven
Bij een lopende golf verplaatst het golfpatroon zich.
a Leg het verschil uit tussen longitudinale en transversale golven.
b Leg uit wat de golflengte van een golf is.
c Leg uit wat de kop van een golf is.

16 Werk aan de rails
Twee spoorwegwerkers zijn bezig met onderhoudswerkzaamheden aan het spoor. De ene spoorwegwerker slaat met een staaf op de ijzeren rail terwijl de ander op 1,34 km afstand één oor op die rail houdt. Korte tijd later neemt de tweede arbeider via de rail het geluid van de klap waar. De temperatuur is 20 °C.
a Bereken het tijdsverschil tussen het tijdstip van de klap en het tijdstip van waarnemen via de rail.

b Bereken hoeveel tijd er verstrijkt tussen het tijdstip van waarneming van de klap via de rail en het moment dat de klap door de tweede arbeider via de lucht wordt waargenomen.

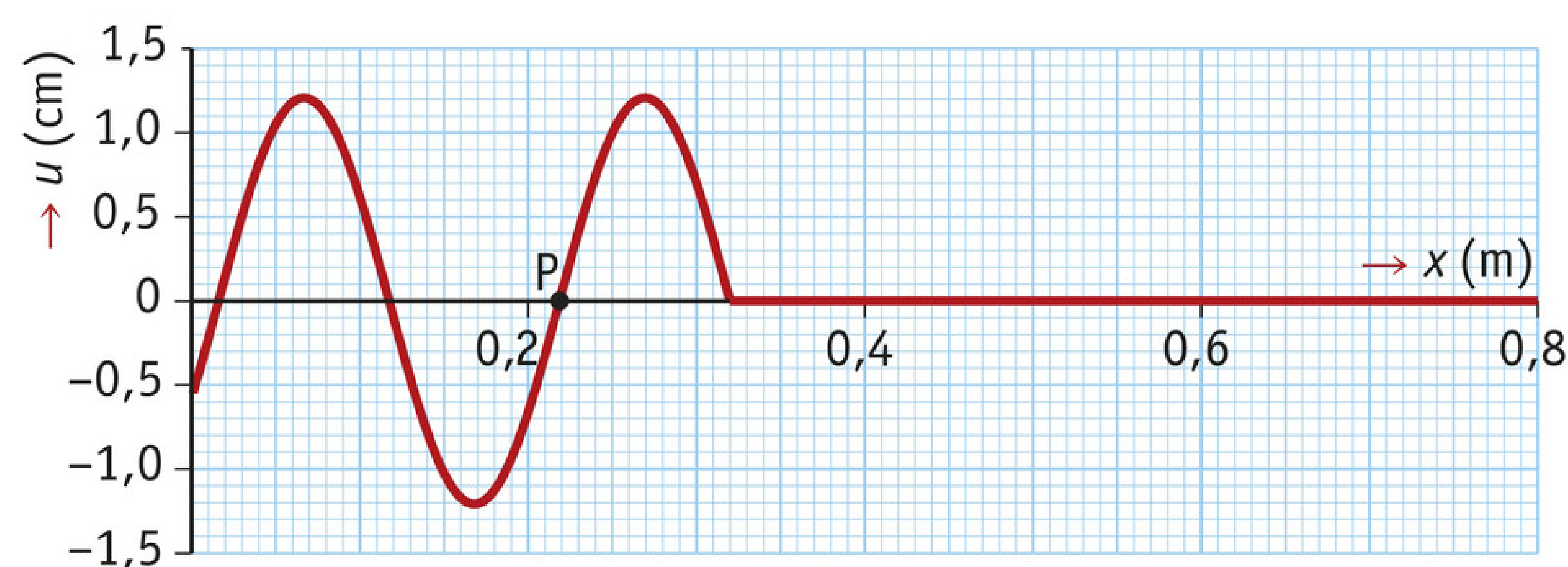
17 Dobbers

De dobbers van figuur 17 trillen met een frequentie van 0,80 Hz.

a Is dobber A of dobber B het eerst gaan trillen? Licht je antwoord toe.
b Bereken hoeveel dobber B vroeger of later dan dobber A is gaan trillen.
c Schets het (u,t)-diagram van dobber B vanaf het moment dat dobber A begint te trillen.

18 Lopende golf

Van een naar rechts lopende golf is in figuur 25 een momentopname weergegeven. De trillingstijd is 0,20 s. Op $t = 0$ s werd het linker uiteinde van het koord in trilling gebracht. Op het tijdstip van de opname is de kop van de golf bij $x = 0{,}32$ m.



▲ **figuur 25** momentopname van een golf

a Leg uit of het linker uiteinde van het koord eerst omhoog of eerst omlaag is gegaan.
b Leg uit of uit de figuur is af te leiden dat de trillingstijd 0,20 s bedraagt.
c Bepaal de golflengte.
d Leid uit de momentopname af op welk tijdstip de opname is gemaakt.
e Bepaal de voortplantingssnelheid van de golf.
f Leg uit hoeveel trillingen punt P al heeft uitgevoerd.
g In welke richting beweegt punt P op het moment van deze opname?
h Leg uit op welke plaatsen de punten liggen die op dit moment de grootste snelheid hebben.
i Leg uit op welke plaatsen de punten liggen die op dit moment snelheid 0 $m\,s^{-1}$ hebben.

19 Golf in touw

Het beginpunt van een slap touw van 4,0 m lengte wordt op en neer bewogen met een frequentie van 2,2 Hz. In het touw ontstaat een golf met een voortplantingssnelheid van 1,8 $m\,s^{-1}$.

a Bereken de golflengte van de golf.
b Waar is de kop van de golf aangekomen 2,0 s nadat het beginpunt van het touw met trillen is begonnen?
c Schets de stand van het touw op $t = 2{,}0$ s als het begin van het touw op $t = 0$ s naar boven begon te bewegen. Neem aan dat er geen demping is.

20 Golf in tuinslang

Het beginpunt van een tuinslang start op $t = 0$ s met een beweging naar boven en wordt zo in trilling gebracht met een frequentie van 3,0 Hz. Hierdoor ontstaat er een lopende golf door de slang met een voortplantingssnelheid van 2,5 m s^{-1}. Neem aan dat er geen demping plaatsvindt.

a Schets de stand van de slang op $t = 0{,}50$ s.

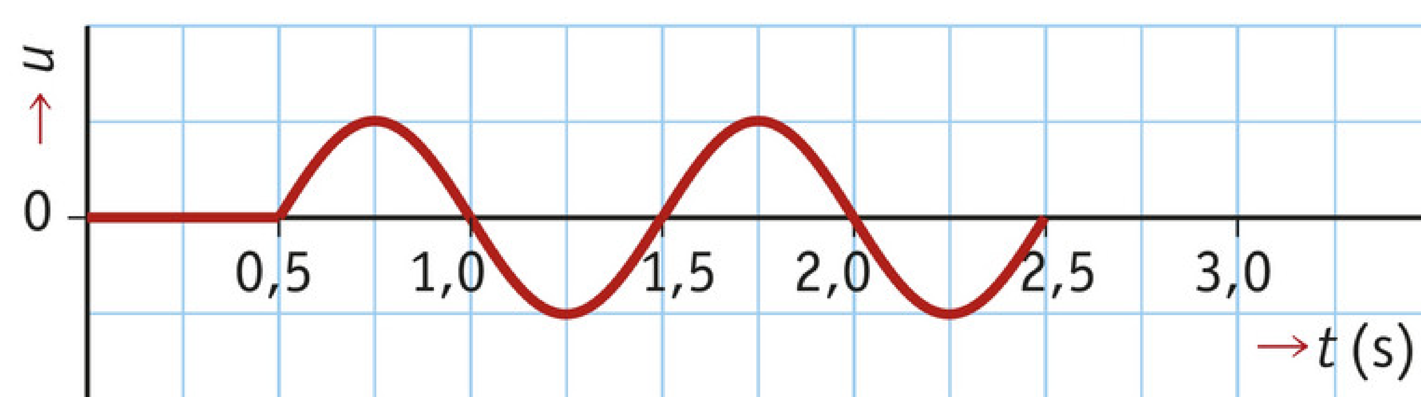
Op de tuinslang bevindt zich een punt A op een afstand die 21 cm van het beginpunt ligt.

b Schets het (u,t)-diagram van het beginpunt van de tuinslang van $t = 0$ s tot $t = 1{,}0$ s.

c Schets het (u,t)-diagram van punt A van $t = 0$ s tot $t = 1{,}0$ s.

21 Koord

Op $t = 0$ s wordt het beginpunt van een koord in trilling gebracht. Figuur 26 is het (u,t)-diagram van een punt P op het koord.

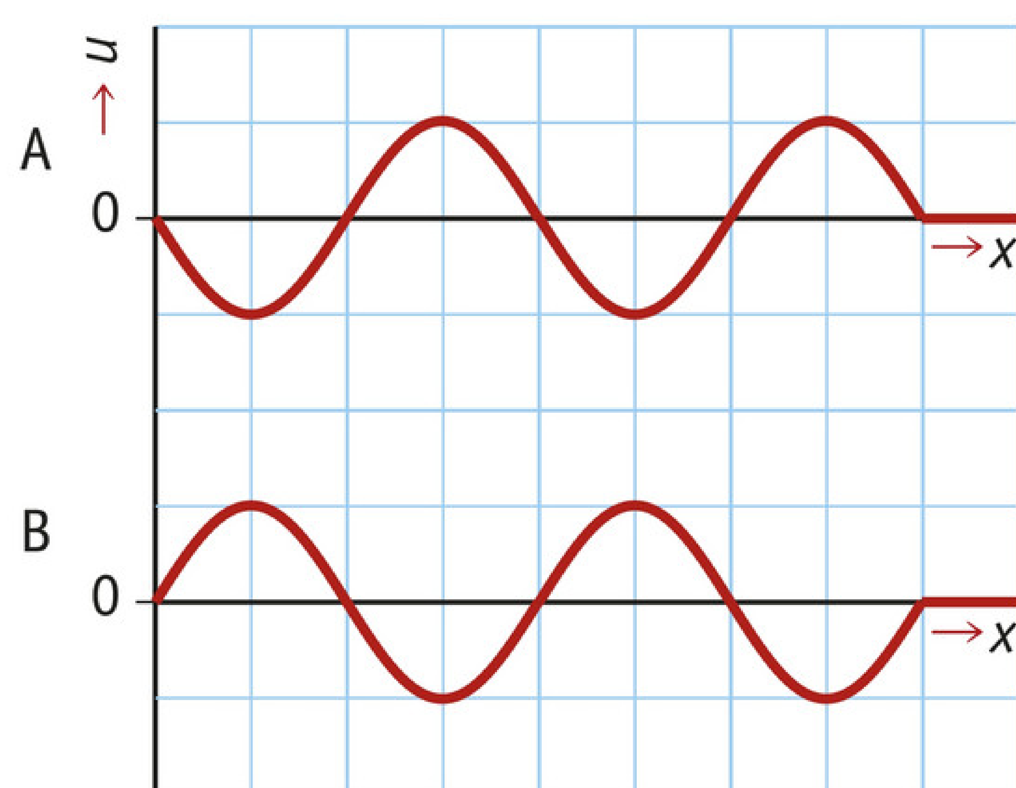


▲ **figuur 26** (u,t)-diagram van een punt P op een koord

a Leg uit waarom de trilling van punt P pas op $t = 0{,}5$ s begint.

Van het koord wordt op $t = 2{,}0$ s een foto gemaakt. In figuur 27 zijn twee mogelijke standen van het koord op $t = 2{,}0$ s geschetst.

b Leg uit in welk van beide schetsen, A of B, het (u,x)-diagram van het koord op $t = 2{,}0$ s wordt weergegeven.



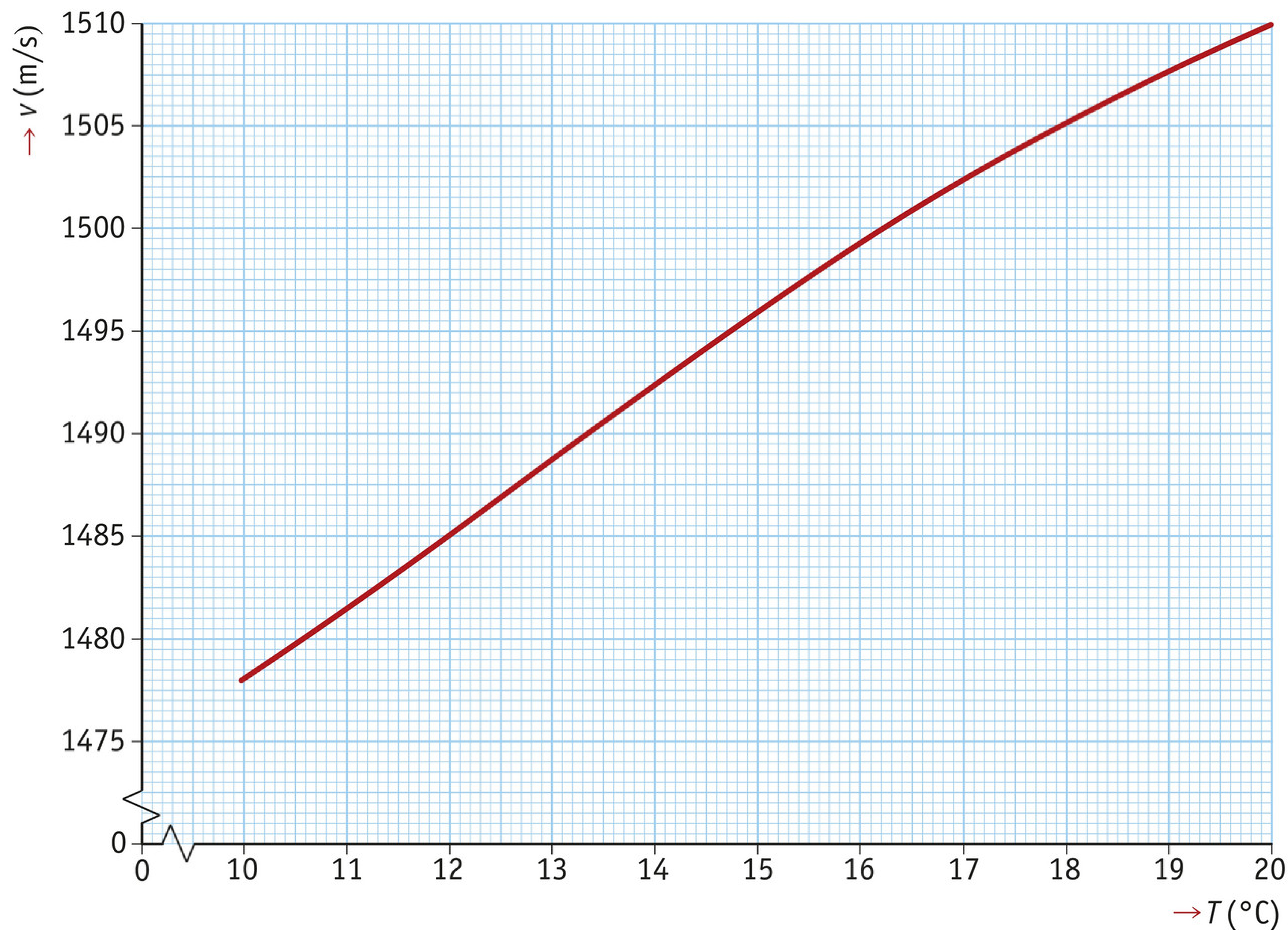
▲ **figuur 27** twee mogelijke standen van het koord op $t = 2{,}0$ s

+22 Geluidsgolven in water

Een geluidsbron zendt in zee onder water geluidsgolven uit met een frequentie van 57,0 Hz. In figuur 28 is aangegeven hoe de geluidssnelheid in zeewater van de temperatuur afhangt. De geluidssnelheid wordt bepaald door de tijdsduur te meten die het geluid in water nodig heeft om een afstand van 2700 km af te leggen. Deze tijdsduur blijkt 29 min en 56,4 s te bedragen.

a Bepaal de gemiddelde temperatuur van het zeewater.

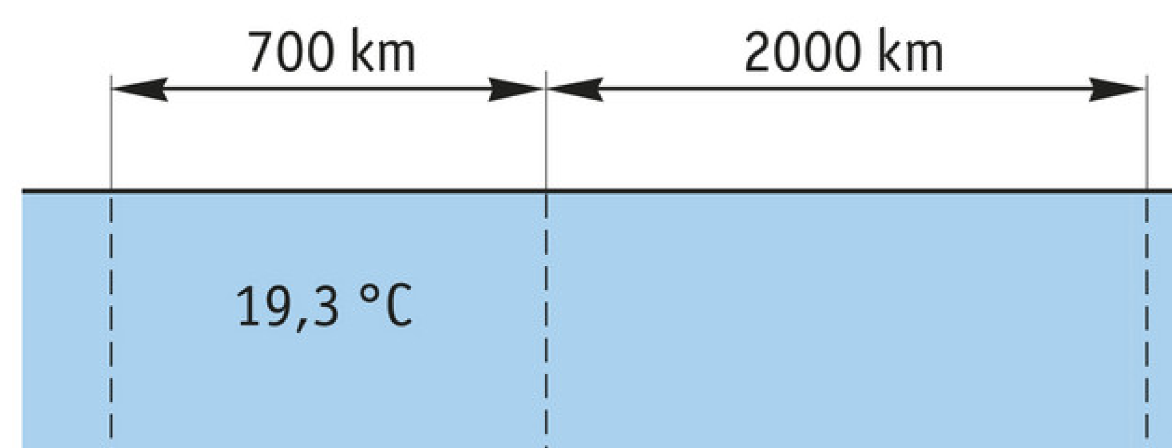
b Bepaal de golflengte van de geluidsgolven in het zeewater.



▲ **figuur 28** geluidssnelheid in zeewater

Uit metingen blijkt de temperatuur van het water in de eerste 700 km echter hoger te zijn dan in de laatste 2000 km. Gemiddeld blijkt de temperatuur in het eerste stuk 19,3 °C te zijn. Zie ook figuur 29.

c Bepaal de gemiddelde temperatuur van het zeewater in de laatste 2000 km.



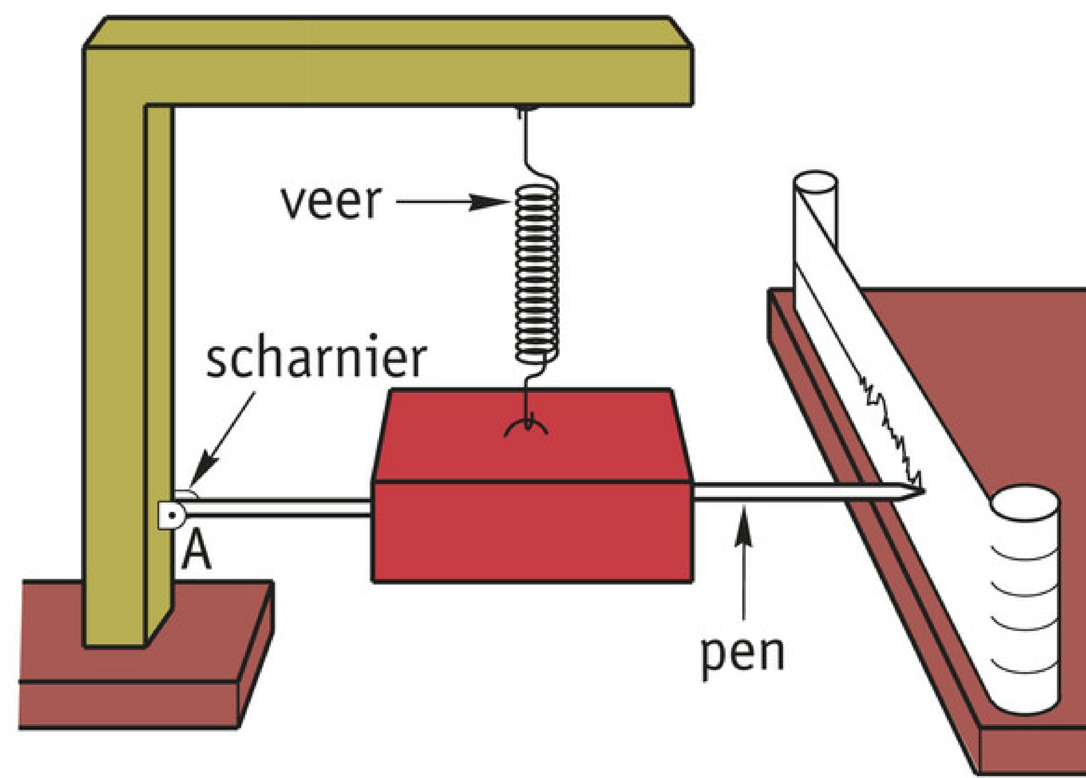
▲ **figuur 29** de watertemperatuur in zee

+23 Aardbeving

Bij een aardbeving lopen er longitudinale en transversale golven door de aarde. De transversale golven hebben in een bepaald gesteente een voortplantingssnelheid van 3,4 $km\,s^{-1}$. De frequentie van deze golven is 1,2 Hz.

a Bereken de golflengte van de transversale golven in dit gesteente.

Aardbevingstrillingen worden geregistreerd door een seismograaf. In figuur 30 is een eenvoudig type seismograaf afgebeeld.
Een zwaar blok hangt aan een veer en kan zonder wrijving om scharnier A draaien. Het stangetje en het scharnier zorgen ervoor dat het blok alleen in verticale richting kan trillen. Bij een aardbeving mag het systeem van veer en blok niet gaan resoneren met de aardbevingstrillingen. Daartoe moet de eigenfrequentie van veer met blok klein zijn ten opzichte van de frequentie van de aardbevingstrillingen.



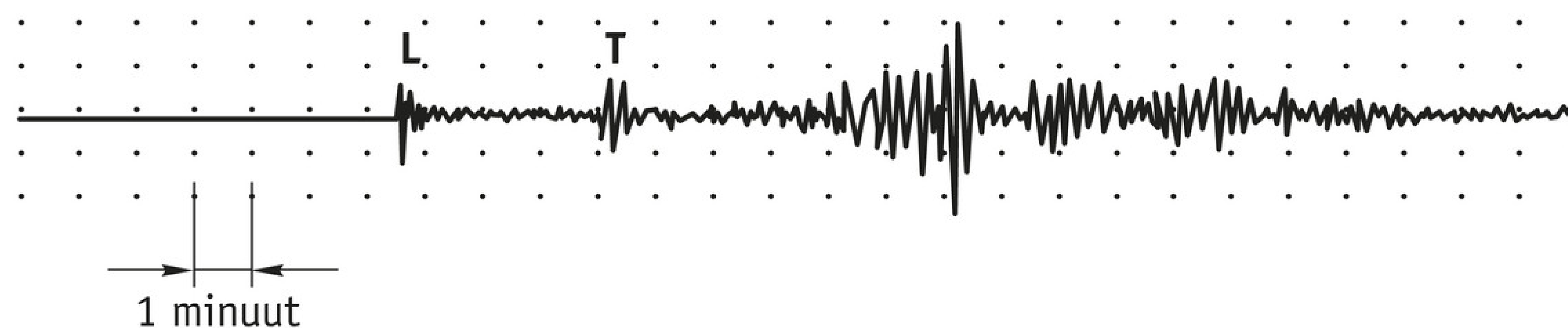
▲ **figuur 30** een eenvoudige seismograaf

De eigenfrequentie van de veer met het blok is 0,37 Hz. De massa van het blok is 4,2 kg.

b Bereken de veerconstante van de veer.

De longitudinale golven hebben een andere voortplantingssnelheid dan de transversale. Door dit snelheidsverschil komen de golven niet tegelijkertijd bij een meetstation aan. In figuur 31 is een registratie van een aardbeving in Griekenland afgebeeld, gemeten door het KNMI in De Bilt. Op tijdstip L kwamen de longitudinale golven in De Bilt aan, op tijdstip T de transversale. De longitudinale golven komen dus het eerst aan. Je mag aannemen dat beide soorten golven dezelfde weg hebben afgelegd.
De aardbeving vond plaats op een afstand van $2{,}3 \cdot 10^3$ km. De gemiddelde snelheid van de transversale golven is $3{,}4\ \text{km}\,\text{s}^{-1}$.

c Bepaal de gemiddelde snelheid van de longitudinale golven.



▲ **figuur 31** registratie van een aardbeving

4 Staande golven in koorden en snaren

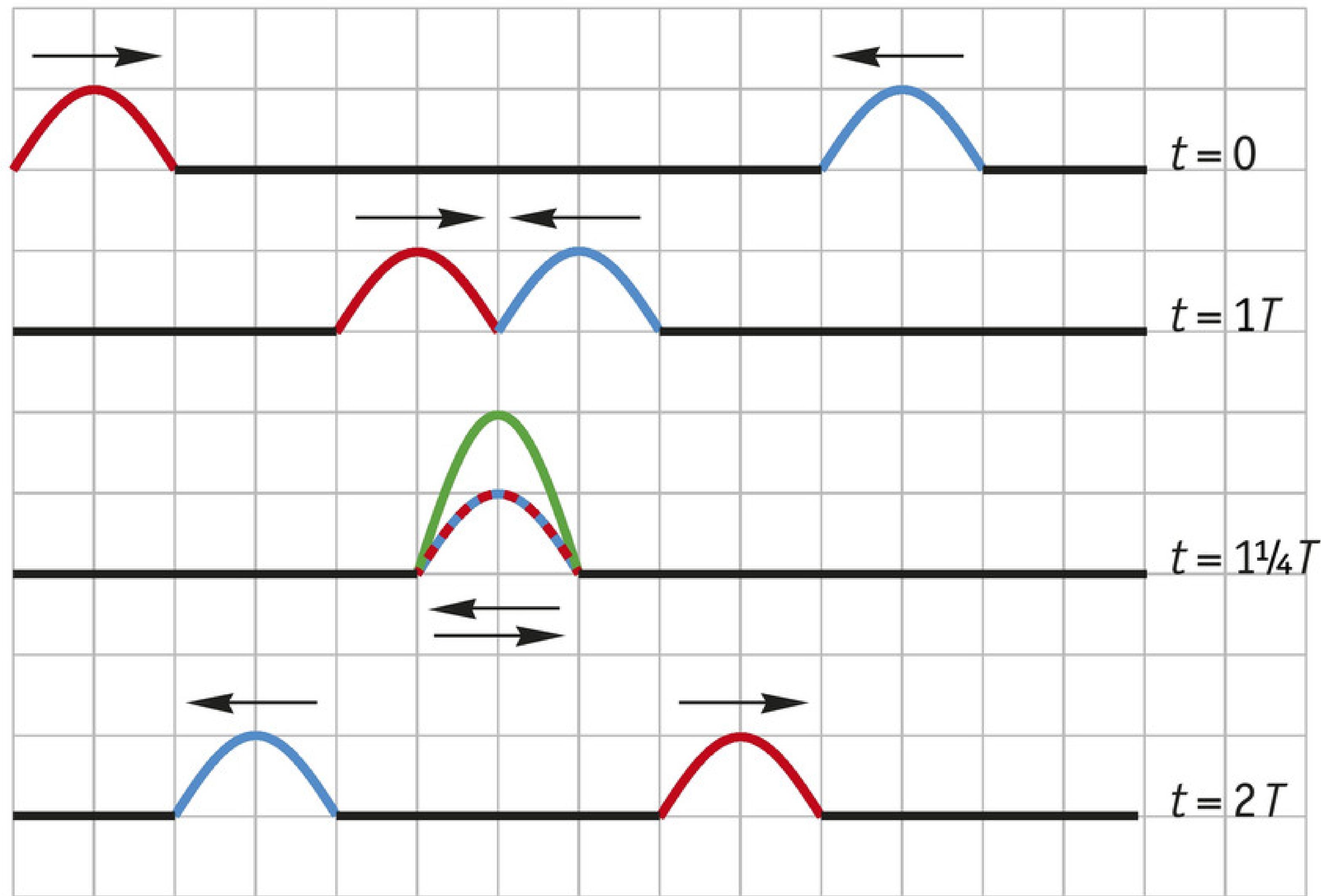
In deze paragraaf leer je:

- de eigenschappen van staande golven kennen;
- hoe staande golven ontstaan;
- wanneer er in koorden en snaren een staande golf kan ontstaan;
- rekenen aan een staande golf in een luchtkolom;
- de grondtrilling en boventrillingen kennen.

Als er meer dan één trillingsbron is, ontstaan er in de omgeving van die trillingsbronnen meerdere golven. Wat gebeurt er op de plaatsen waar die golven elkaar ontmoeten en overlappen?

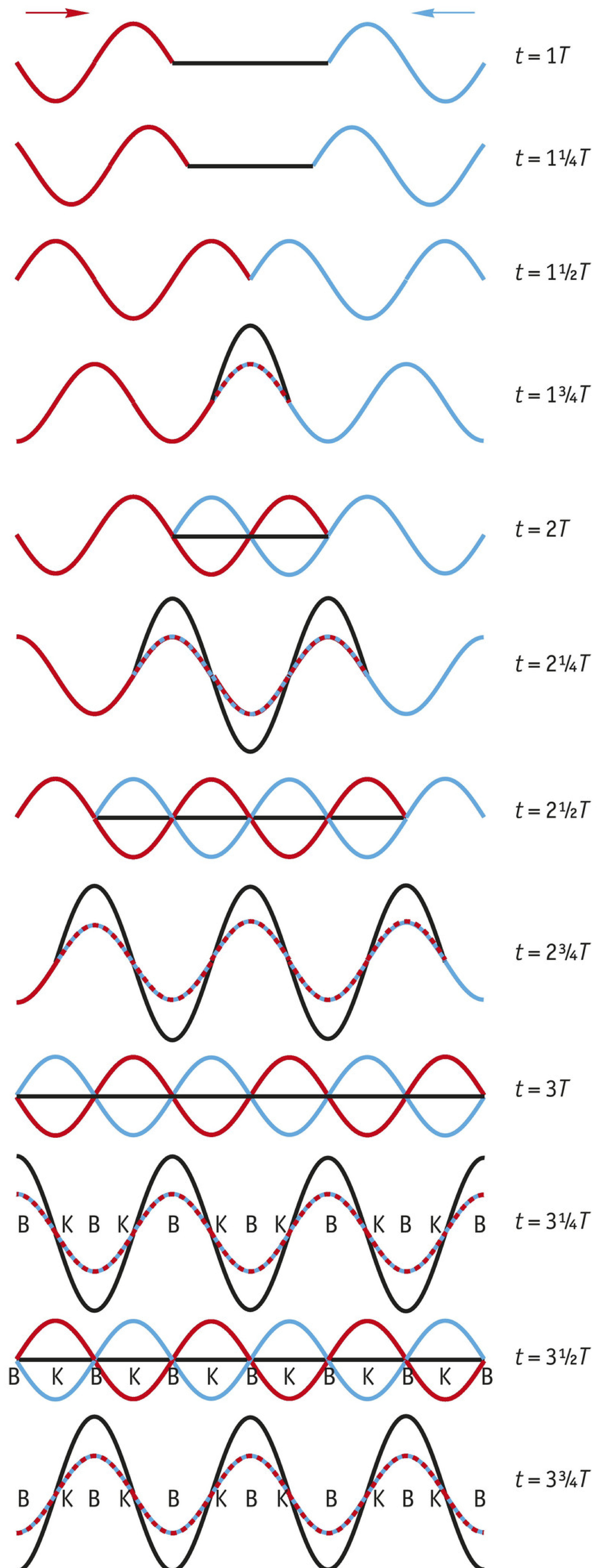
Samenwerkende golven

Als beide uiteinden van een koord een halve trilling maken, bewegen er in het koord twee (halve) lopende golven naar elkaar toe. Waar ze elkaar ontmoeten, vindt een bijzondere 'botsing' plaats. In het deel van het touw waar de golven elkaar overlappen, gaan beide golven 'door elkaar heen lopen'. De uitwijking van een punt op dat deel van het koord is de som van de uitwijkingen die beide golven op dat punt veroorzaken. In figuur 32 is de stand van het koord op een aantal tijdstippen weergegeven.



▲ **figuur 32** het 'door elkaar heen lopen' van twee halve lopende golven

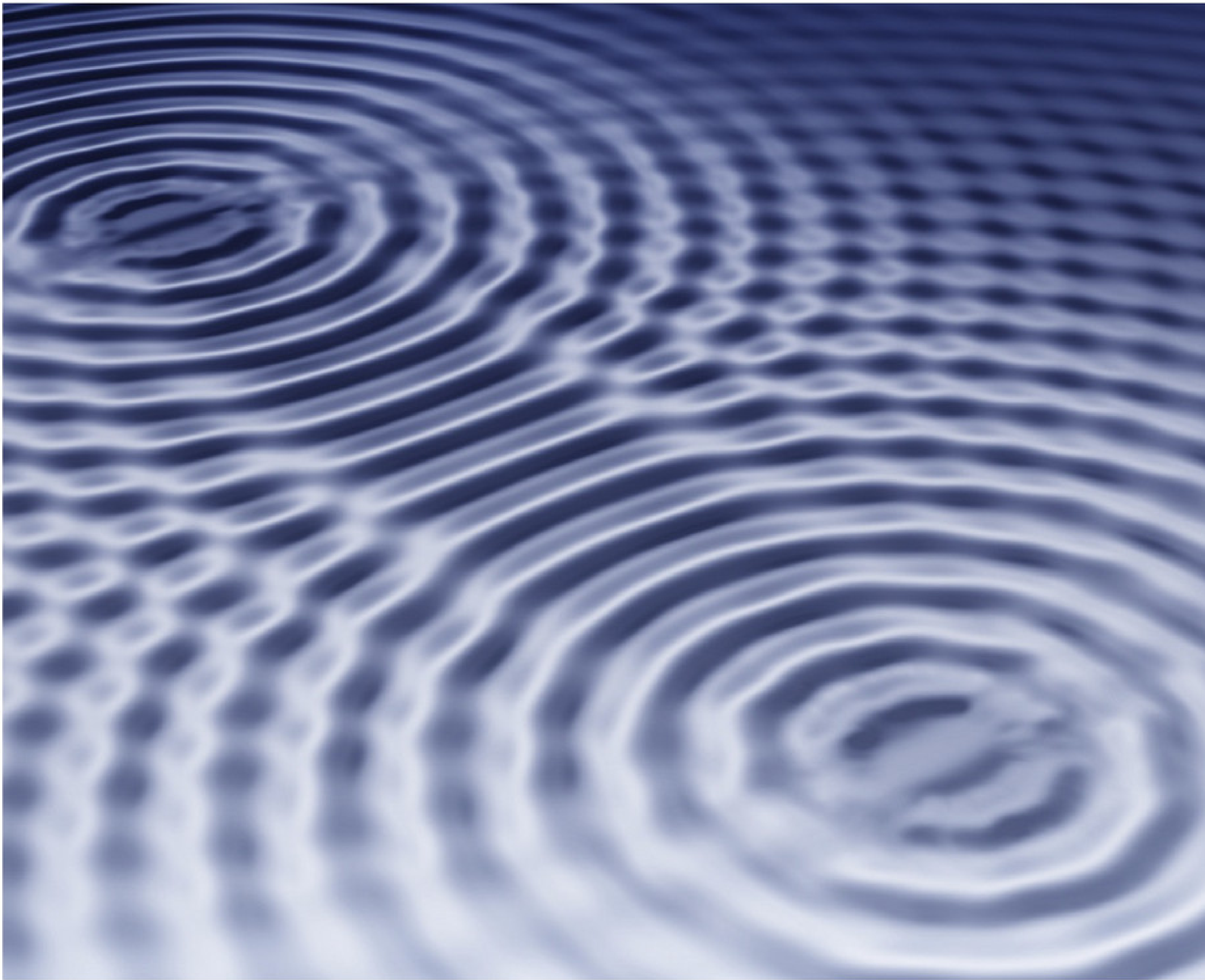
In figuur 33 zie je wat er gebeurt als je beide uiteinden van het koord voortdurend in trilling houdt. Waar de golven elkaar overlappen nemen de deeltjes van het koord aan de trillingen deel die door beide golven worden veroorzaakt. Is de trillingsrichting gelijk, dan versterken ze elkaar; er ontstaat een grote uitwijking. Als de trillingsrichting tegengesteld is, werken ze elkaar tegen en zal de uitwijking kleiner worden. Zoals je ziet in figuur 33 zorgt dat ervoor dat in het deel waar de golven elkaar overlappen, een nieuw type golf ontstaat: de zwart getekende golven. Hoewel lopende golven de veroorzakers zijn, zie je dat er in het koord een golfpatroon ontstaat dat zich niet in horizontale richting verplaatst.



▶ **figuur 33** door elkaar heen lopende golven

Een **staande golf** is een golf die ontstaat door samenwerking van meerdere lopende golven. Bij staande golven voeren alle punten van een touw tegelijkertijd dezelfde trilling uit, maar met een verschillende amplitude. Er zijn plaatsen waar de amplitude van de trillende punten het grootst is: **buiken** (B). Op andere plaatsen bevinden zich punten die niet trillen: **knopen** (K). De afstand van buik tot volgende buik is ½λ. Dat geldt ook voor de afstand van knoop tot volgende knoop. Punten aan beide zijden van een knoop hebben een tegengestelde bewegingsrichting.

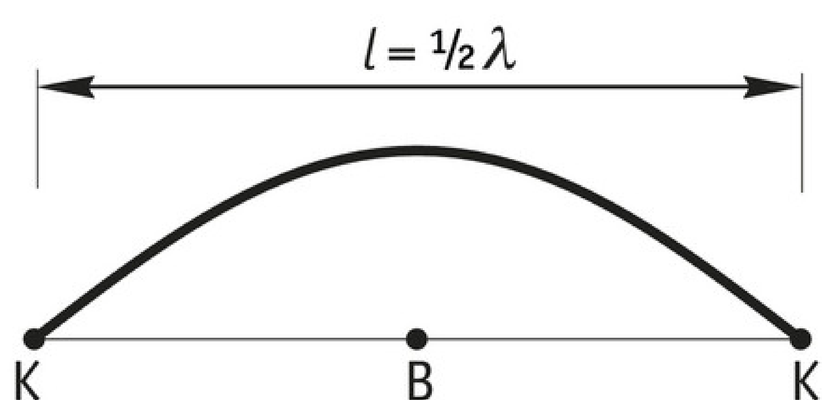
Als een punt tegelijkertijd deelneemt aan meerdere golven, wordt dit **interferentie** genoemd. Interferentie kom je in de natuur in diverse situaties tegen, bijvoorbeeld als watergolven met elkaar botsen (figuur 34).



▲ **figuur 34** interferentie van watergolven

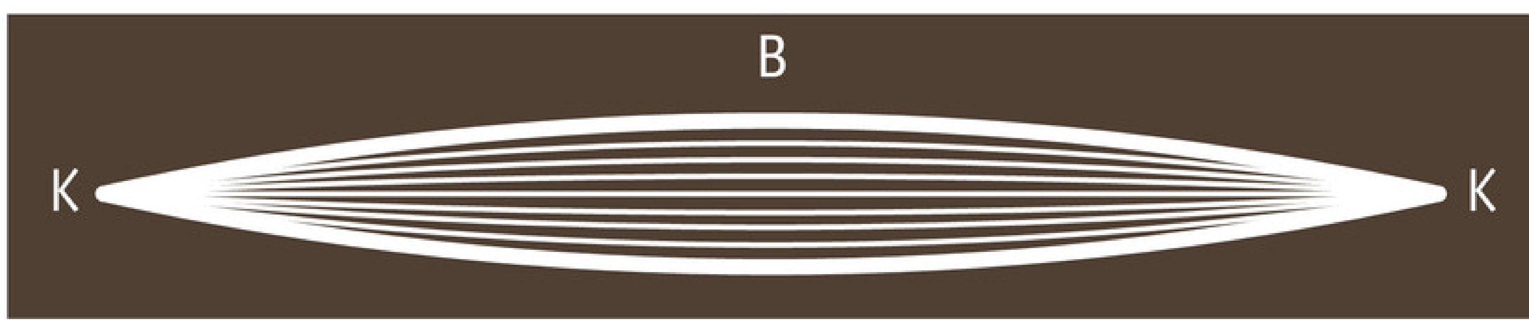
Terugkaatsing van lopende golven

Lopende golven kunnen terugkaatsen als ze bij het uiteinde van een touw (of snaar, zoals bij een muziekinstrument) zijn gekomen. De heen- en teruglopende golven die op hun beurt weer terugkaatsen kunnen soms een staande golf in het touw laten ontstaan, op dezelfde wijze als bij de watergolven in figuur 34. Een momentopname van een snaar waarin een staande golf aanwezig is, kan eruitzien als in figuur 35. Je ziet dat in de snaar een halve golflengte aanwezig is: l_{touw} = ½λ. Dat blijkt de grootst mogelijke golf te zijn die als staande golf in de snaar kan ontstaan. De trilling die daarbij hoort noem je de grondtrilling van de snaar en de frequentie van deze staande golf heet de grondfrequentie. De **grondtoon** is de toon die een snaar van een muziekinstrument produceert als de snaar met de grondfrequentie trilt.



▲ **figuur 35** momentopname van een staande golf

Als je met een stroboscoop een snaar verlicht die de grondtoon produceert, zie je dat alle snaardeeltjes tussen de twee knopen tegelijkertijd, maar met verschillende amplitude trillen (figuur 36).



▲ **figuur 36** Bij de grondtoon past in de snaar een halve golflengte.

Voorbeeldopgave 5

Een gitaarsnaar van 75,0 cm wordt in trilling gebracht. De snaar produceert een grondtoon van 440 Hz.

a Bereken de golflengte van de staande golf die in de snaar ontstaat.
b Bereken de snelheid van de lopende golven die deze staande golf veroorzaken.

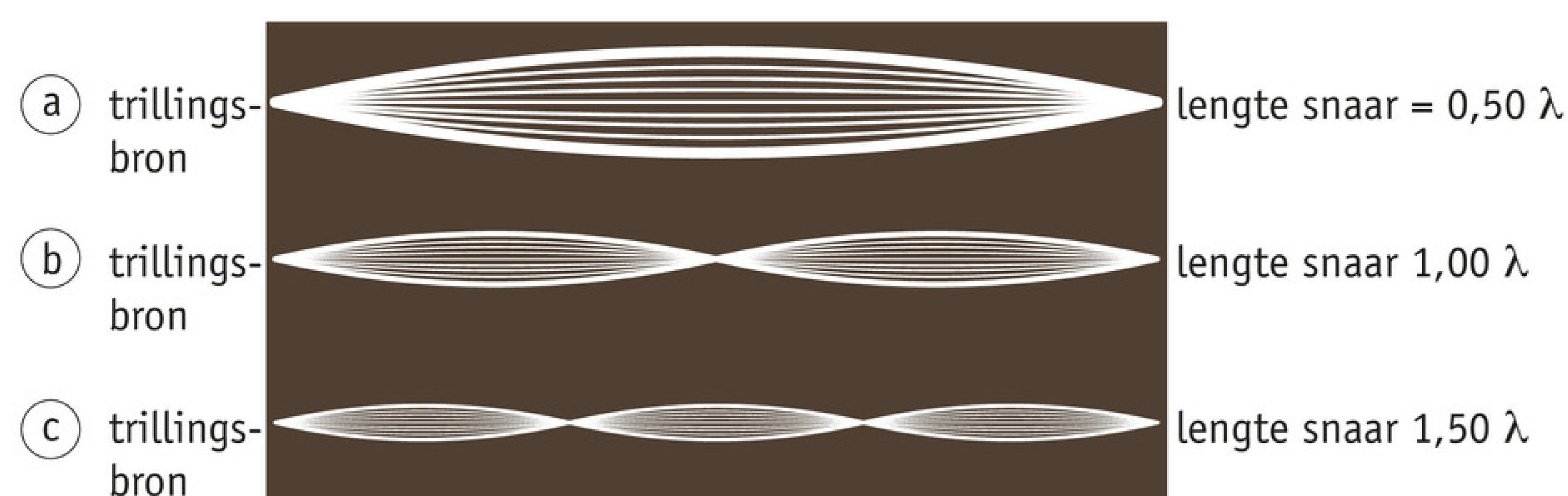
Uitwerking

a Gegevens:
$l = 75{,}0$ cm $= 0{,}750$ m
$f = 440$ Hz
Bij de grondtoon past in de snaar ($l = 0{,}750$ m) een halve golflengte; een hele golflengte is dan 1,50 m.

b Gegevens:
$\lambda = 1{,}50$ m
$f = 440$ Hz
Formule: $v = f \cdot \lambda$
Vul in: $v = f \cdot \lambda = 440 \times 1{,}50 = 660\ \text{m s}^{-1}$.

Grondtoon en boventonen

Met een trillingsbron wordt een snaar in trilling gebracht. Als de frequentie van de trillingsbron vanuit rust wordt opgevoerd, ontstaat bij de grondfrequentie de staande golf met één buik en twee knopen (figuur 37a). De snaar voert de grondtrilling uit. Als je de frequentie vergroot, verdwijnt de staande golf. Bij verdere vergroting van de frequentie ontstaat er op een bepaald moment een nieuwe staande golf met twee buiken en drie knopen (figuur 37b). De snaar voert nu de eerste boventrilling uit en de frequentie hiervan heet de eerste bovenfrequentie. De toon die bij die frequentie ontstaat, noem je de **eerste boventoon**. Bij verdere verhoging van de trillingsfrequentie ontstaan bij bepaalde frequenties nog hogere boventonen, bijvoorbeeld de tweede boventrilling met drie buiken en vier knopen. Deze frequentie is de tweede bovenfrequentie en de toon is de **tweede boventoon** (figuur 37c).



▲ **figuur 37** grondtoon en boventonen

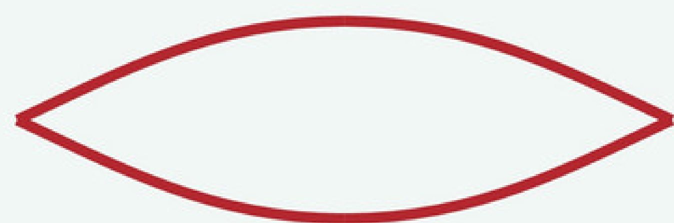
In figuur 37 zie je dus dat in een koord of snaar met twee vaste uiteinden alleen staande golven optreden als er in de snaar een geheel aantal keer $\frac{1}{2}\lambda$ past.

De golfsnelheid v van de lopende golven die een staande golf veroorzaken hangt af van de massa per meter snaar of koord en van de spankracht. Als je de spankracht van de snaar niet verandert, is deze golfsnelheid dus even groot voor de grondtrilling als voor alle boventrillingen. Deze golfsnelheid is niet vermeld in Binas.

Voorbeeldopgave 6

In figuur 38 zie je een tekening van een snaar met een lengte van 80,0 cm. De twee uiterste standen zijn getekend. De frequentie van de snaar is 330 Hz.

a Bereken de golfsnelheid van de lopende golven die deze staande golf veroorzaken.
b Schets de snaar als hij de eerste boventoon laat horen.
c Bereken de frequentie van de eerste boventoon.

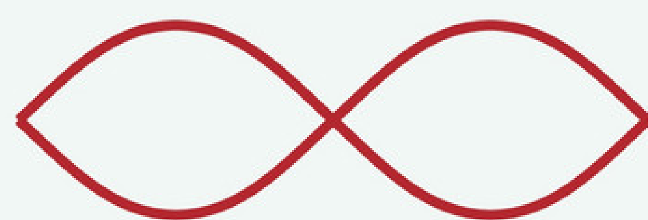


▲ **figuur 38**

Uitwerking

a Gegevens:
l = 80,0 cm = 0,800 m
f_{grond} = 330 Hz
Formule: $v = f \cdot \lambda$
In de snaar is een halve golflengte te zien, dus is de golflengte twee keer zo groot als de lengte van de snaar: $\lambda = 2 \times 0{,}800 = 1{,}60$ m.
Invullen van $v = f \cdot \lambda$ geeft: $v = 330 \times 1{,}60 = 528$ m s^{-1}.

b Bij de eerste boventoon zijn er twee halve golflengten (dus een hele golflengte) in de snaar te zien (figuur 39).



▲ **figuur 39**

c Gegeven: $v = 528$ m s^{-1}

Formule: $v = f \cdot \lambda$, waaruit volgt: $f = \dfrac{v}{\lambda}$

Nu geldt: $\lambda = l = 0{,}800$ m s^{-1}

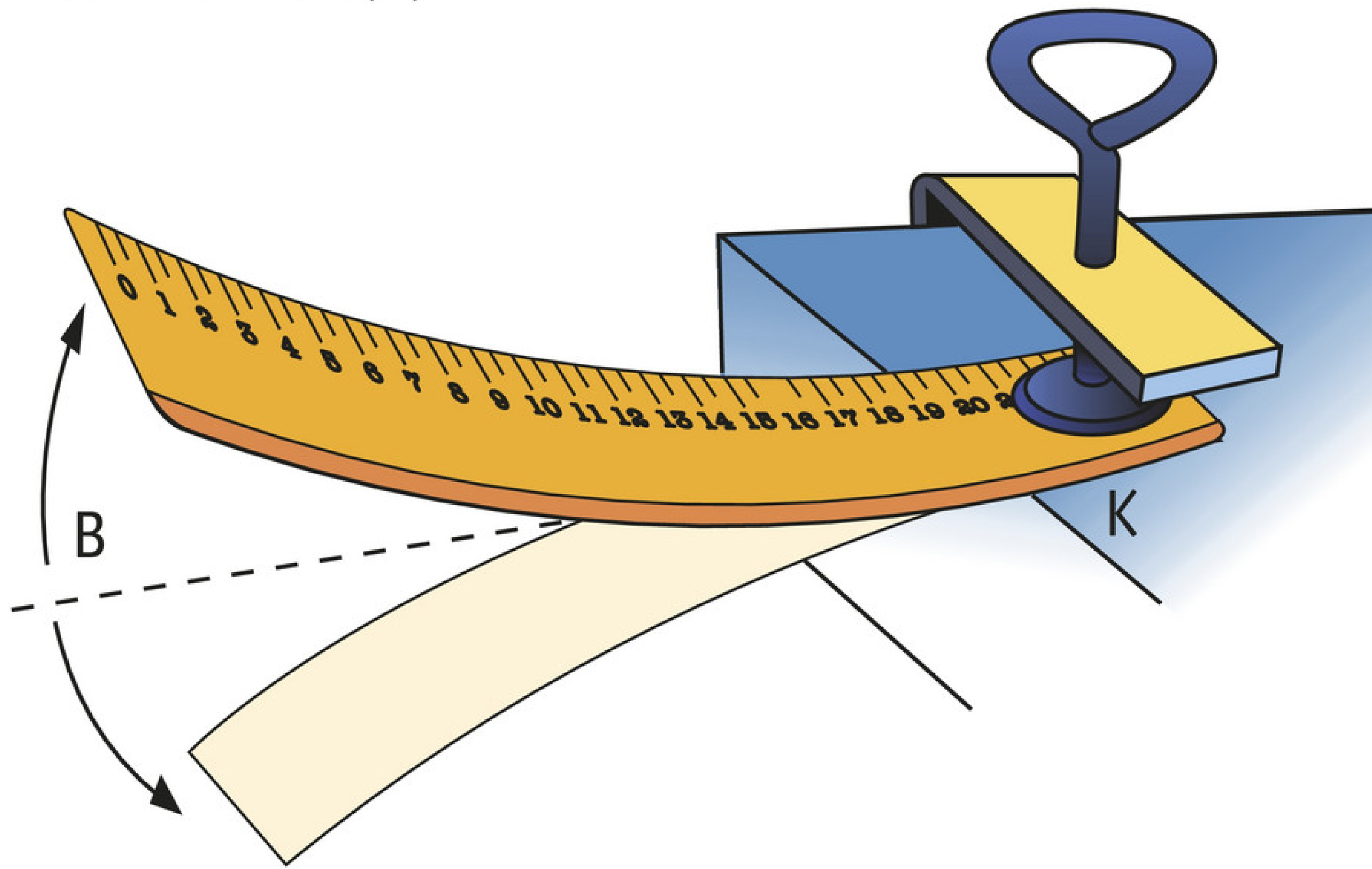
Invullen van $f = \dfrac{v}{\lambda}$ geeft: $f = \dfrac{528}{0{,}800} = 660$ Hz.

Dit kun je ook anders bepalen:
De golfsnelheid blijft even groot.
Omdat geldt $v = f \cdot \lambda$, zijn f en λ omgekeerd evenredig.
Bij de eerste boventoon is de golflengte nog maar de helft van die van de grondtoon; de frequentie moet dan verdubbelen: $f_{eerste\ boventoon} = 2 \times 330 = 660$ Hz.

▶ **EXPERIMENT 3** De proef van Melde (onderzoekspracticum)

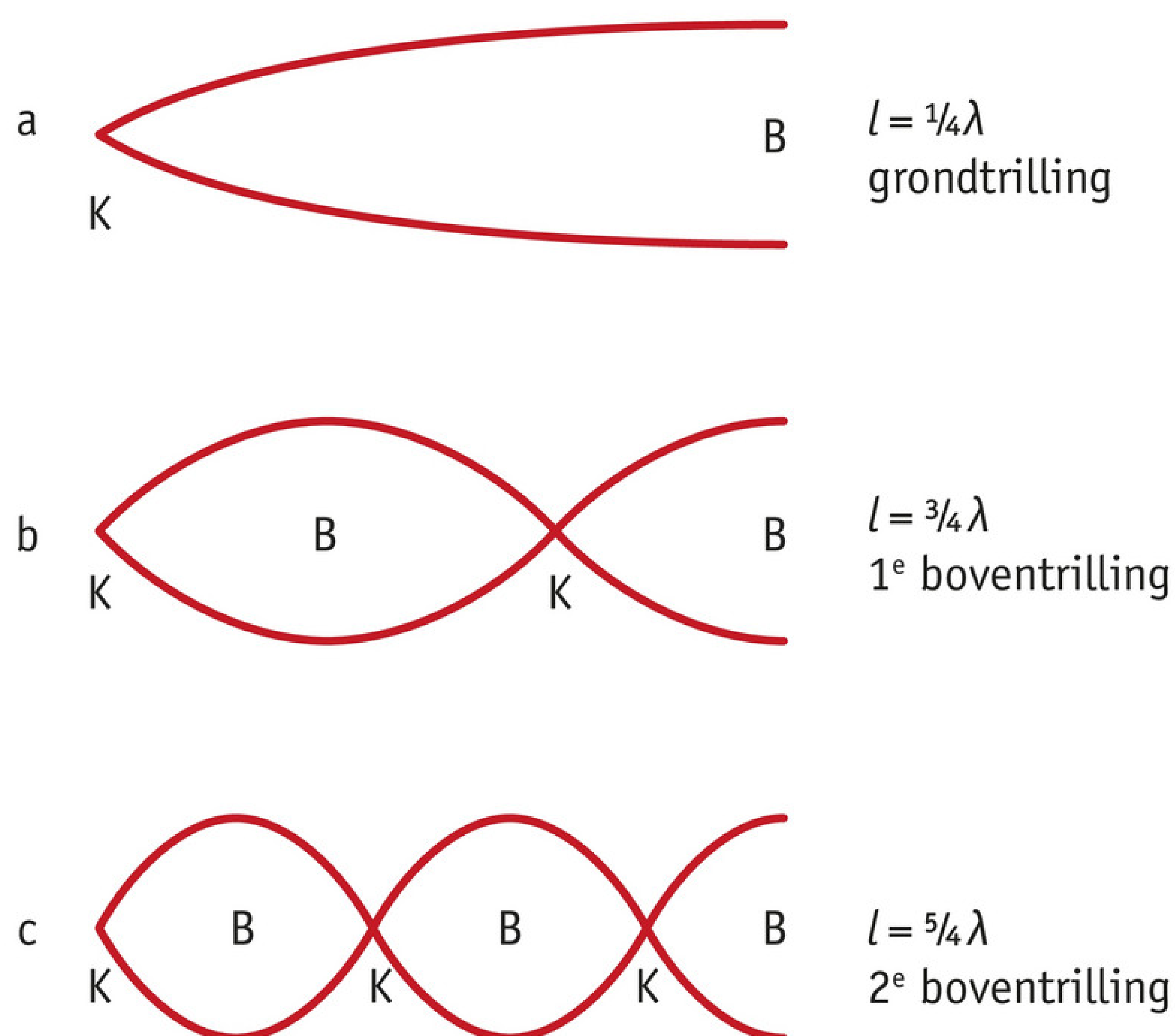
Losse en vaste uiteinden

Hoe ziet een staande golf eruit als een van de uiteinden een vrij (of 'los') uiteinde is? Dat kan bij een koord met één vast en één los uiteinde, maar ook bij een vlaggenmast die in de grond staat (vast uiteinde) en bovenaan vrij kan bewegen (los uiteinde) of bij een liniaal. Als je deze aan één kant vastklemt en het andere uiteinde in trilling brengt, ontstaat een staande golf waarbij $l = \frac{1}{4}\lambda$ (figuur 40). Bij het vaste uiteinde bevindt zich een knoop (K), bij het losse uiteinde een buik (B).



▲ **figuur 40** staande golf in een trillende liniaal

Als er in een koord met één vast en één los uiteinde een staande golf ontstaat, wordt het vaste uiteinde altijd een knoop, en het losse uiteinde altijd een buik. Ook in dat geval spreek je van grondtrillingen en boventrillingen. In figuur 41a is de grondtrilling van zo'n koord te zien. In het koord is een kwart golflengte zichtbaar. Er geldt $l = \frac{1}{4}\lambda$. De hierbij horende frequentie heet de grondfrequentie en de eventueel hoorbare toon de grondtoon. In figuur 41b voert het koord de eerste boventrilling uit. In het koord is driekwart golflengte te zien en er geldt $l = \frac{3}{4}\lambda$. De hierbij horende frequentie is de eerste bovenfrequentie en de eventueel hoorbare toon de eerste boventoon. In figuur 41c voert het koord de tweede boventrilling uit. In het koord is vijfkwart golflengte te zien en er geldt $l = \frac{5}{4}\lambda$. De hierbij horende frequentie is de tweede bovenfrequentie en de eventueel hoorbare toon de tweede boventoon.



▲ **figuur 41** grondtrilling en boventrillingen bij een koord met één vast en één los uiteinde

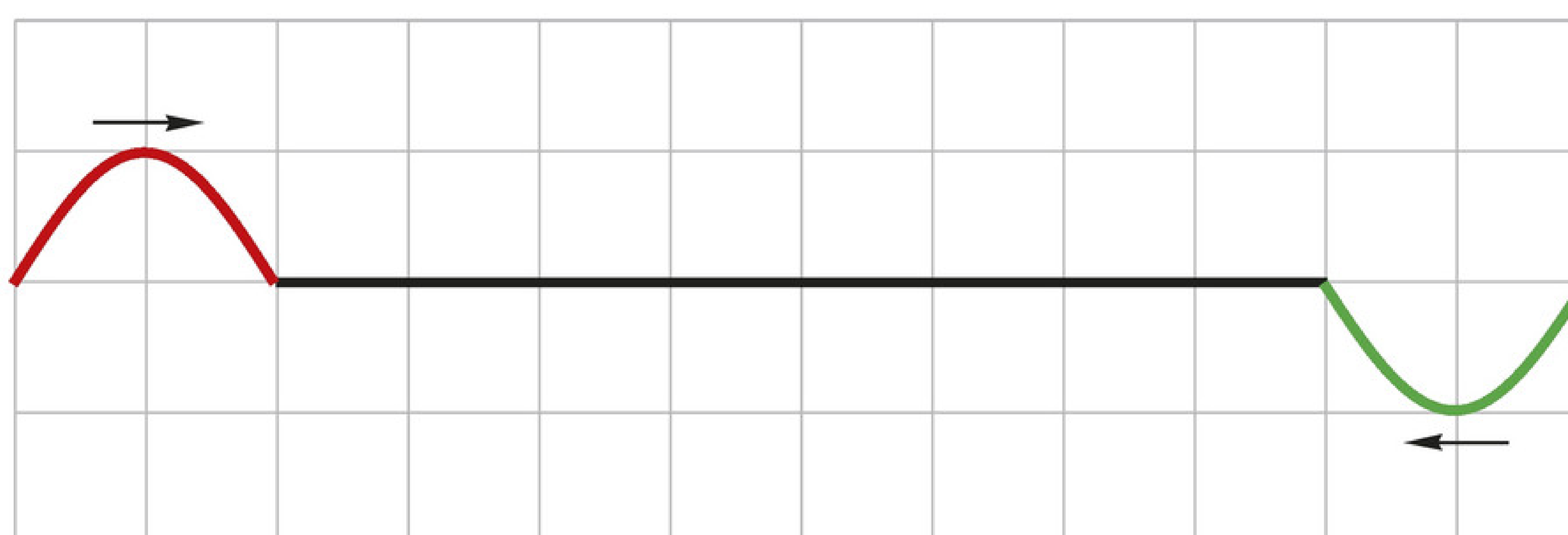
Onthoud!

- Als lopende golven door elkaar heen lopen, kan een staande golf ontstaan. Bij een staande golf gaan alle trillende punten tegelijkertijd door de uiterste stand en ook tegelijkertijd door hun evenwichtsstand. De buiken zijn de punten van een staande golf met de grootste amplitude. De knopen zijn de punten die niet trillen.
- Een vast uiteinde wordt bij een staande golf altijd een knoop en een los uiteinde een buik.
- In een koord of snaar met twee vaste uiteinden treden alleen staande golven op als er in de snaar een geheel aantal keer $\frac{1}{2}\lambda$ past.
- In een koord of snaar met één vast en één los uiteinde treden alleen staande golven op als de lengte van dat koord gelijk is aan $\frac{1}{4}\lambda$ of $\frac{3}{4}\lambda$ of $\frac{5}{4}\lambda$, enzovoort.
- Een koord of snaar waarin een staande golf optreedt kan de grondtrilling (met grondfrequentie en grondtoon) of een boventrilling (met bovenfrequentie en boventoon) uitvoeren.
- De golfsnelheid bij staande golven in een snaar of koord hangt af van de spankracht. Deze golfsnelheid is niet vermeld in Binas.

Opdrachten

24 Staande golven
Als lopende golven door elkaar heen lopen, kan er een staande golf ontstaan.
a Leg uit wat bij een staande golf een buik is.
b Leg het verschil uit tussen een lopende en een staande golf.
c Wanneer kan er in een koord met twee vaste uiteinden een staande golf ontstaan?
d Wanneer kan er in een koord met één vast en één los uiteinde een staande golf ontstaan?

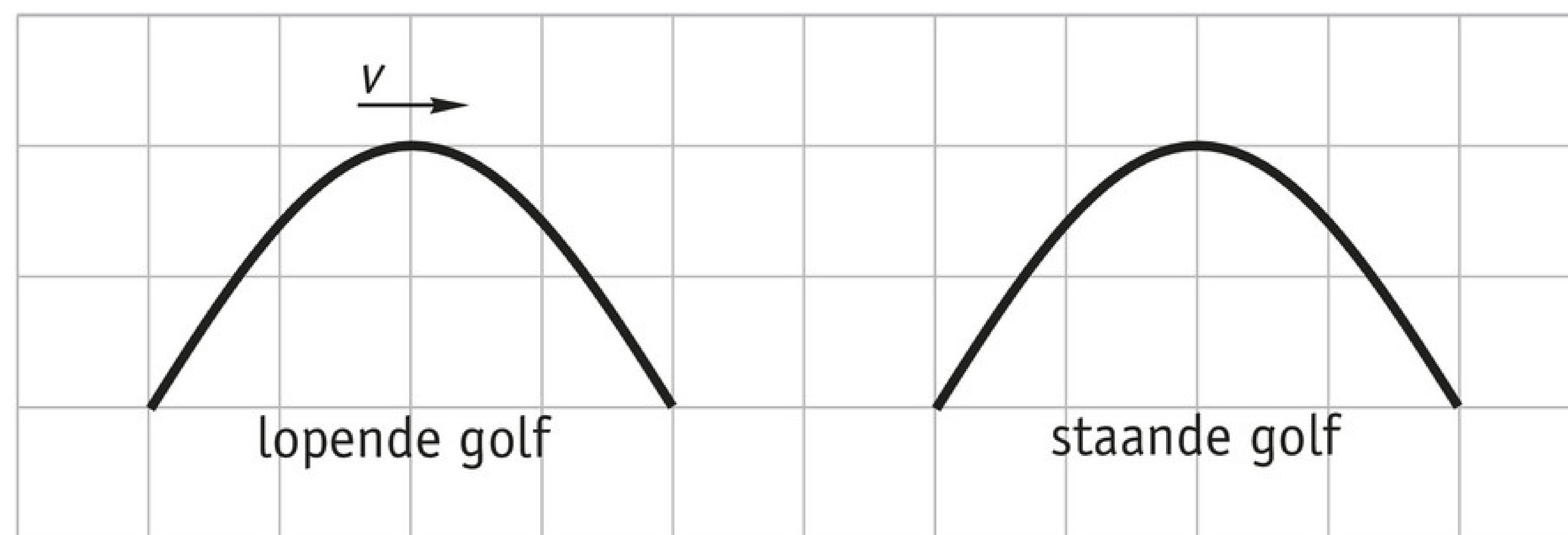
25 Twee lopende golven passeren elkaar
Beide uiteinden van een koord worden op $t = 0$ s in trilling gebracht. Aan de linkerzijde wordt een halve trilling in opwaartse richting, aan de rechterzijde een halve trilling neerwaarts uitgevoerd. In het koord ontstaan twee halve golven. In figuur 42 is de stand van het koord weergegeven op $t = \frac{1}{2}T$.
Schets de stand van het koord op:
a $t = 1\frac{1}{2}T$
b $t = 1\frac{3}{4}T$
c $t = 2\frac{1}{2}T$



▲ **figuur 42** twee halve lopende golven

26 Lopende en staande golf

Van een lopende en een zich in de uiterste stand bevindende staande golf is een halve golf getekend (figuur 43). Schets in figuur 43 hoe beide halve golven er ⅛ trillingstijd later uitzien.



▲ **figuur 43** een halve lopende golf en een halve staande golf

27 Vlaggenmast

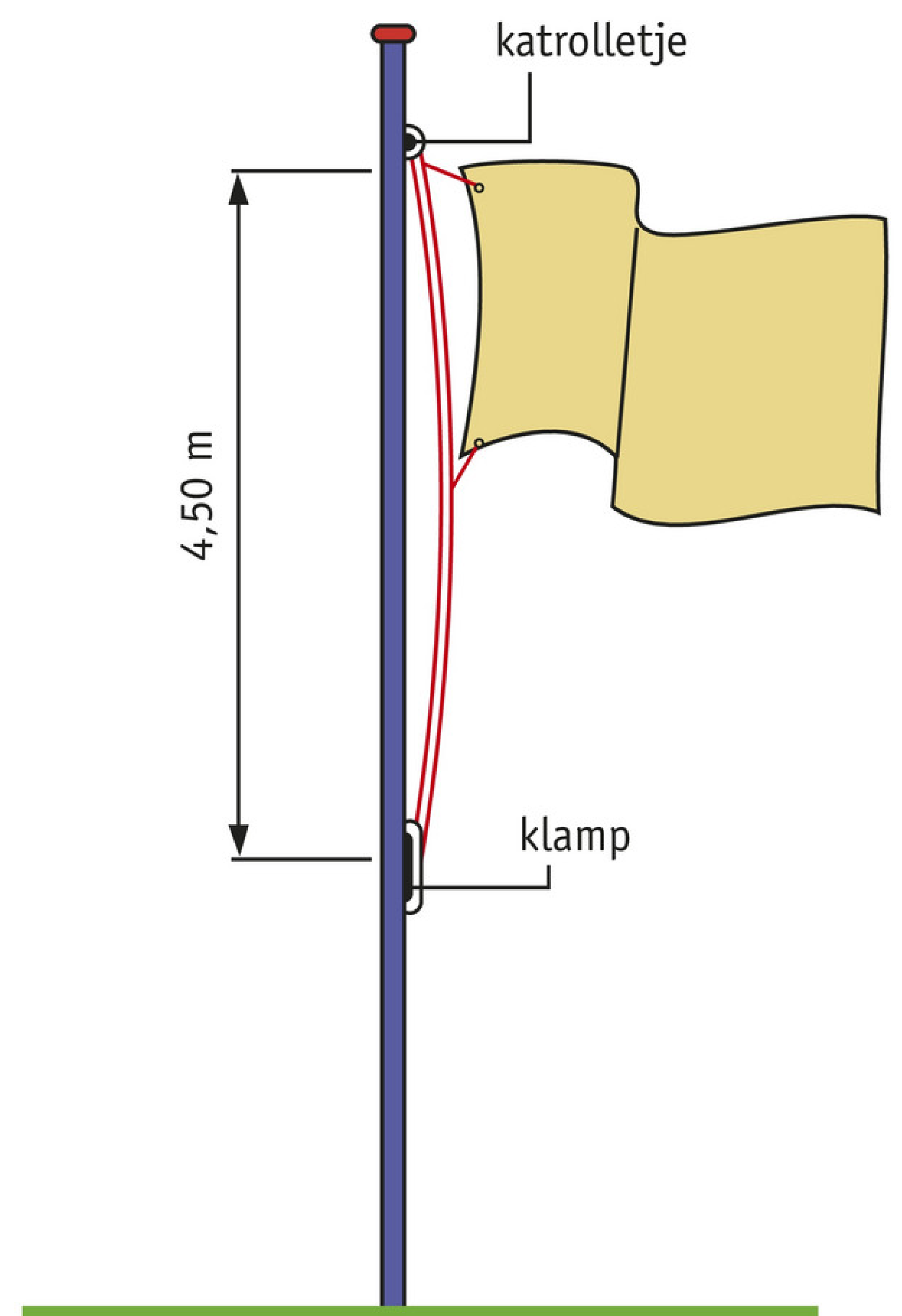
Tussen de katrol en de klamp van een vlaggenmast bevindt zich de vlaggenlijn, het touw waaraan je de vlag omhoog kunt hijsen. De afstand tussen katrol en klamp is 4,50 m. Door de wind slaan de beide delen van de vlaggenlijn samen in regelmatig tempo tegen de mast (figuur 44).

a Geef in figuur 44 knopen en buiken aan als de vlaggenlijn de grondtrilling uitvoert.

De middens van beide touwdelen slaan tegen de mast als ze zich in een van de uiterste standen bevinden. Er wordt een tijdmeting met de stopwatch gestart als het touw de mast raakt. Tien klappen later wordt de stopwatch gestopt. Gemeten tijd: 5,2 s.

b Bereken de voortplantingstijd van de golven in de vlaggenlijn.

c Met een stroboscoop waarvan je de flitsfrequentie kunt instellen, belicht je de vlaggenlijn. Hoe groot is de flitsfrequentie als je de beide uiterste standen en de evenwichtsstand van de vlaggenlijn kunt zien?



▶ **figuur 44** de tegen de mast klapperende vlaggenlijn

28 Snaar

De frequentie van de grondtoon van een snaar met twee vaste uiteinden is 115 Hz. De golfsnelheid in de snaar is 230 m s^{-1}.

a Bereken de golflengte.

b Bereken de lengte van de snaar.

c Bereken de frequentie van de eerste en tweede boventoon.

d Leg uit hoe de grondfrequentie, de eerste bovenfrequentie en de tweede bovenfrequentie zich tot elkaar verhouden.

29 Tweede boventrilling

In een 2,4 m lang koord met twee vaste uiteinden is de tweede boventrilling van een staande golf te zien.

a Schets de vorm van het koord. Geef in je schets de knopen en buiken aan.

b Bereken de golflengte.

c Bereken de golfsnelheid als de frequentie van de tweede boventoon 480 Hz bedraagt.

+30 Wel of geen staande golf?
Een touw is 3,00 m lang. Het ene uiteinde is aan een trillingsmachine van 100 Hz bevestigd en mag worden beschouwd als een vast uiteinde. Het andere uiteinde is los. De golfsnelheid in het touw is 50 m s^{-1}.

a Bereken de golflengte.
b Bereken of er in het touw een staande golf kan ontstaan.
c Bereken of er in het touw een staande golf kan ontstaan als het andere uiteinde ook wordt vastgemaakt.

+31 Verhouding van frequenties
Een koord is aan één uiteinde los en aan het andere uiteinde vast.
Bereken de verhouding tussen de grondfrequentie, de eerste bovenfrequentie en de tweede bovenfrequentie in dit koord.

5 Staande golven in luchtkolommen

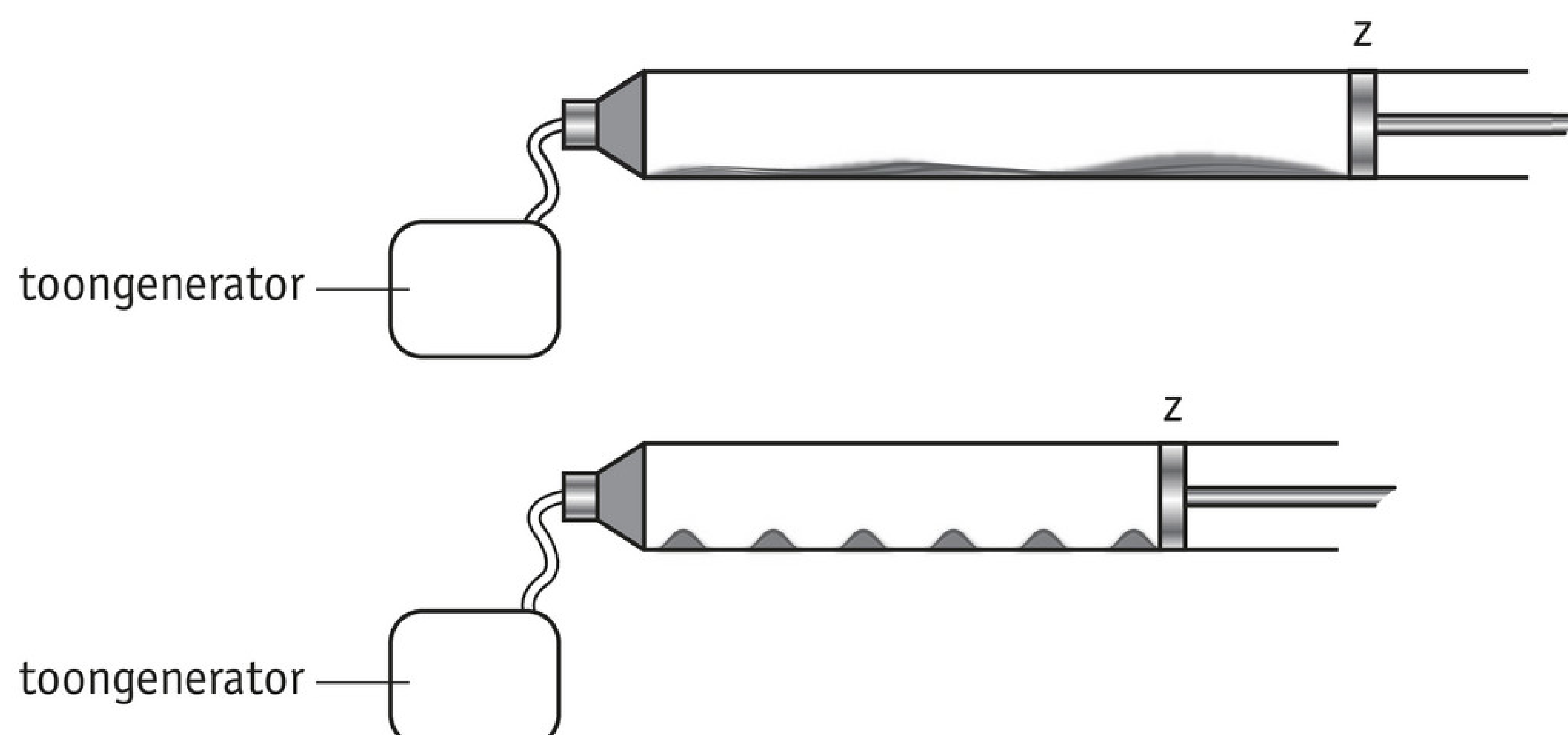
In deze paragraaf leer je:

- wanneer er in een luchtkolom een staande golf kan ontstaan;
- rekenen aan een staande golf in een luchtkolom;
- hoe een blaasinstrument verschillende tonen kan produceren;
- hoe door resonantie een staande golf in een luchtkolom kan ontstaan;
- het verschil tussen transversale en longitudinale golven kennen.

Staande golven ontstaan niet alleen in snaren en koorden, maar ook in luchtkolommen in bijvoorbeeld blaasinstrumenten.

De proef van Kundt

Aan de ene kant van een horizontale doorzichtige buis staat een luidspreker die is aangesloten op een toongenerator. De andere kant is afgesloten met een beweegbare zuiger Z. In de buis ligt een dun poeder gelijkmatig uitgestrooid. Als je de luidspreker een bepaalde toon laat produceren, klinkt de toon oorspronkelijk vrij zacht. Als je de zuiger vervolgens langzaam naar links beweegt, is duidelijk te horen dat bij sommige lengten van de luchtkolom het geluid veel harder klinkt. Bij zo'n harder geluid blijkt het poeder bovendien op sommige plaatsen weg te waaien en op andere plaatsen hoopjes te vormen. Zie figuur 45.



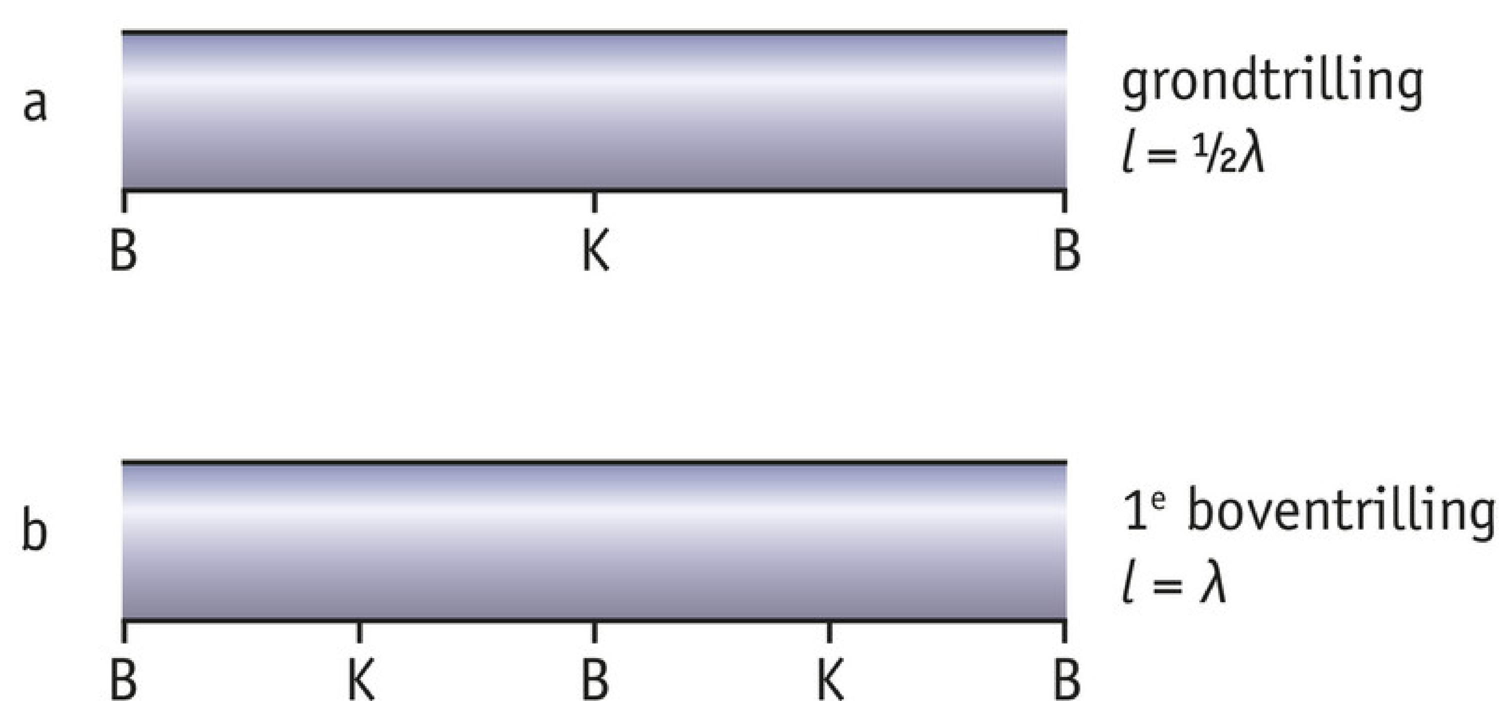
▲ **figuur 45** de proef van Kundt

Dat het geluid harder klinkt, komt doordat bij die lengte van de luchtkolom de lucht in de buis resoneert met de trillingen van de luidspreker. Er ontstaat dan in de luchtkolom een staande longitudinale golf. Deze staande golf heeft ook knopen en buiken. In de buiken ‘waait’ het poeder als het ware weg. In de knopen trilt de lucht niet. In de knopen verzamelt zich het poeder in de vorm van hoopjes. Conclusie: in een luchtkolom komen ook staande golven voor.

Bij staande longitudinale golven ontstaat er altijd een buik bij een open uiteinde. Bij een gesloten uiteinde ontstaat altijd een knoop. Net als bij een snaar of koord is de afstand van knoop tot knoop gelijk aan $\frac{1}{2}\lambda$. De afstand van buik tot buik is ook $\frac{1}{2}\lambda$. De afstand van knoop tot buik is $\frac{1}{4}\lambda$. Een longitudinale golf bestaat uit verdichtingen en verdunningen. Daarom teken je bij een luchtkolom geen bergen en dalen, maar zet je er alleen de aanduidingen K en B bij. Net als bij snaren en koorden heb je ook bij luchtkolommen grond- en boventrillingen.

Buis met twee open uiteinden

Bij de eenvoudigste staande golf in een luchtkolom met twee open uiteinden ontstaan er bij die uiteinden twee buiken met in het midden een knoop (figuur 46a). De lengte van de luchtkolom is $\frac{1}{2}\lambda$. De luchtkolom voert de grondtrilling uit. De frequentie van deze trilling is weer de grondfrequentie en de toon die je hoort de grondtoon. Bij de eerste boventrilling bevinden zich één knoop en één buik meer in de buis (figuur 46b). De lengte van de luchtkolom is λ. Hierbij horen de eerste bovenfrequentie en de eerste boventoon.



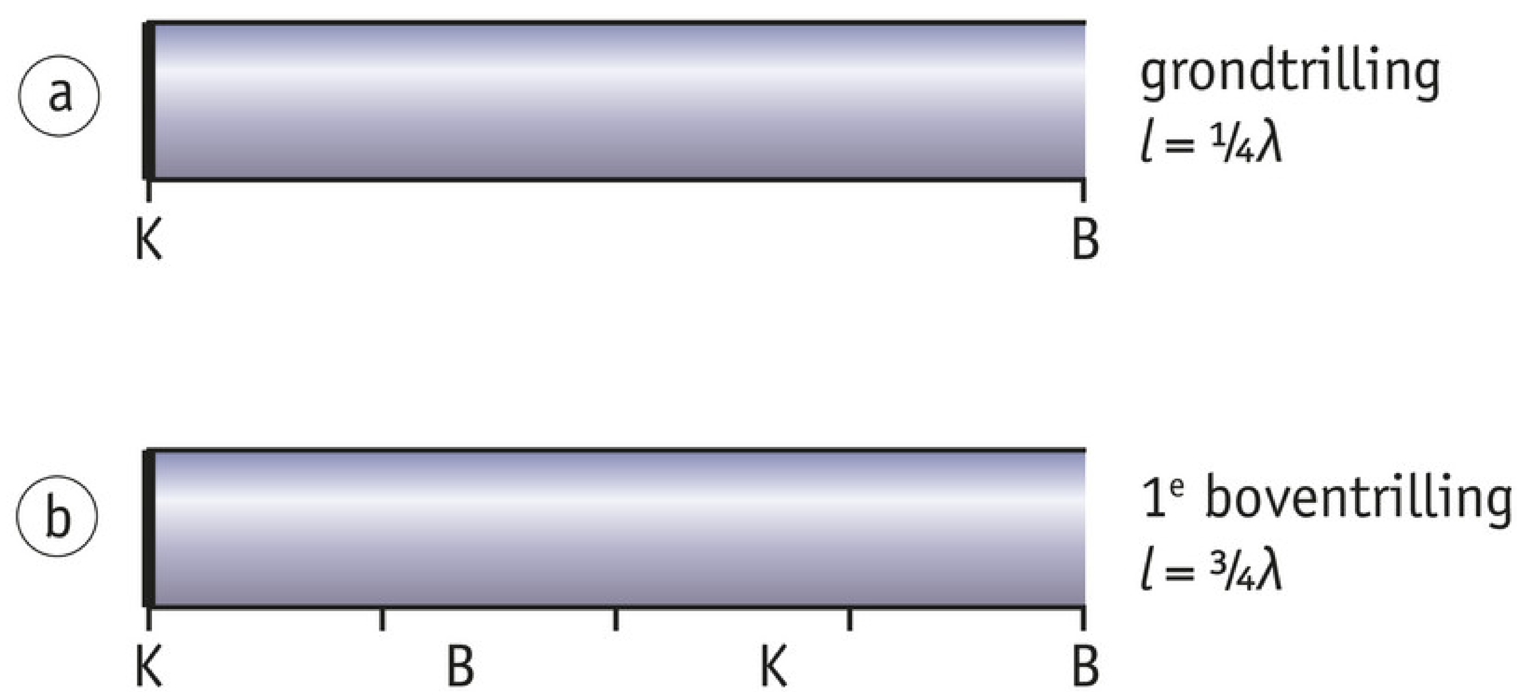
▲ **figuur 46** knopen en buiken in een buis met twee open uiteinden

Je kunt de frequenties berekenen met de formule $f = \frac{v}{\lambda}$. Hierin is v de snelheid van de geluidsgolven, oftewel de geluidssnelheid. De geluidssnelheid hangt af van de temperatuur van de lucht en is te vinden in Binas tabel 15A. Zo is de geluidssnelheid in lucht van 20 °C (= 293 K) gelijk aan $0{,}343 \cdot 10^3$ m s^{-1} = 343 m s^{-1}.
In figuur 46 zie je dat er in een buis met twee open uiteinden alleen een staande golf kan ontstaan als er een geheel aantal halve golflengten in de buis past.

Buis met één open en één gesloten uiteinde

Bij de eenvoudigste staande golf in een luchtkolom met één open en één gesloten uiteinde ontstaat er een knoop bij het gesloten uiteinde en een buik bij het open uiteinde (figuur 47a). De lengte van de luchtkolom is $\frac{1}{4}\lambda$. De luchtkolom voert de grondtrilling uit. De frequentie van deze trilling is weer de grondfrequentie en de toon die je hoort de grondtoon.
Bij de eerste boventrilling bevinden zich één knoop en één buik meer in de buis (figuur 47b). De lengte van de luchtkolom is $\frac{3}{4}\lambda$. Hierbij horen de eerste bovenfrequentie en de eerste boventoon.

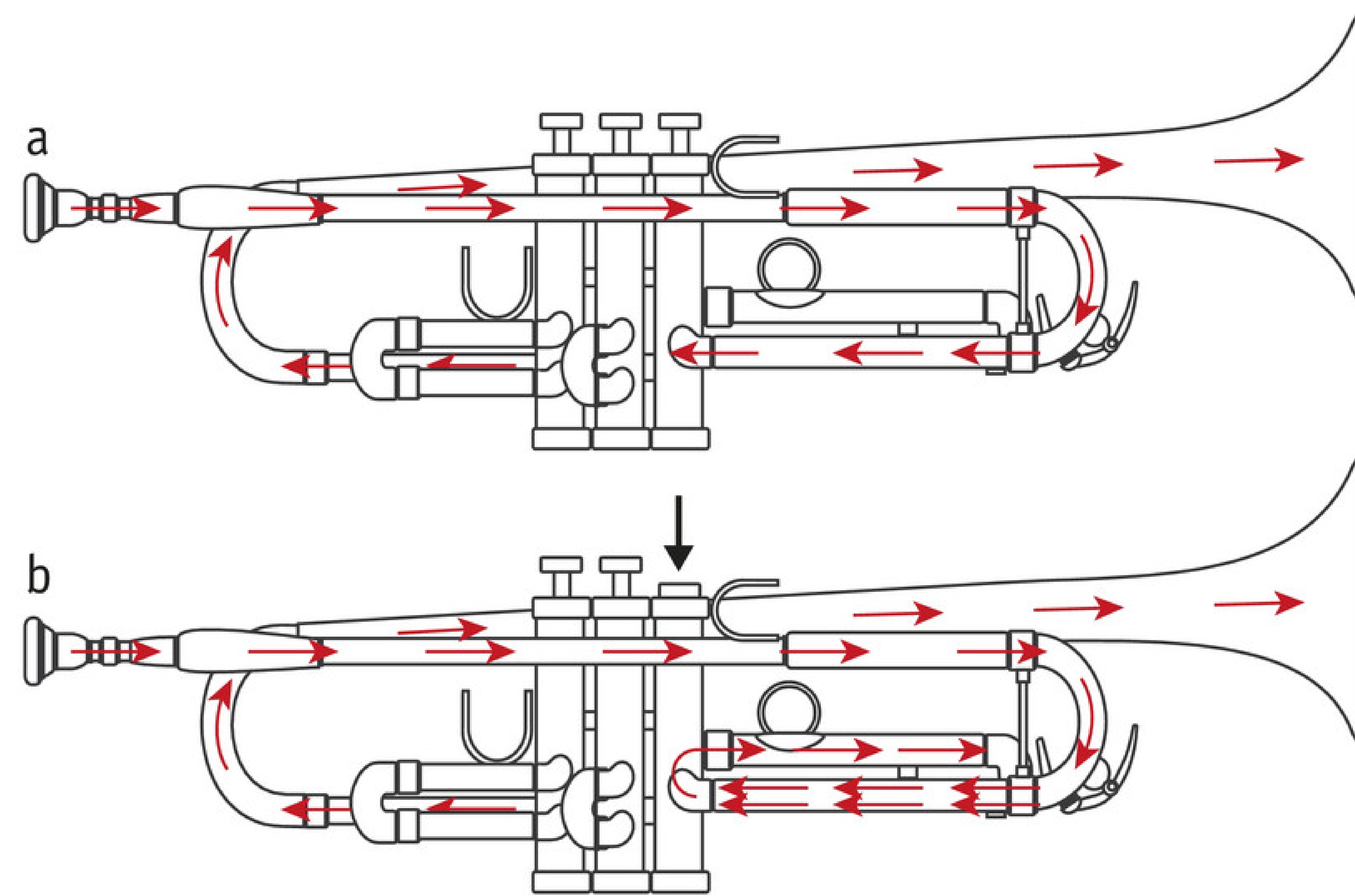
Je kunt de frequenties weer berekenen met de formule $f = \frac{v}{\lambda}$. Hierin is v de snelheid van de geluidsgolven, oftewel de geluidssnelheid. In figuur 47 zie je dat er in een buis met één open en één gesloten uiteinde alleen een staande golf ontstaat als de lengte van de luchtkolom gelijk is aan $\frac{1}{4}\lambda$ of $\frac{3}{4}\lambda$ of $\frac{5}{4}\lambda$, enzovoort.



▲ **figuur 47** knopen en buiken in een buis met één open en één gesloten uiteinde

Muziekinstrumenten

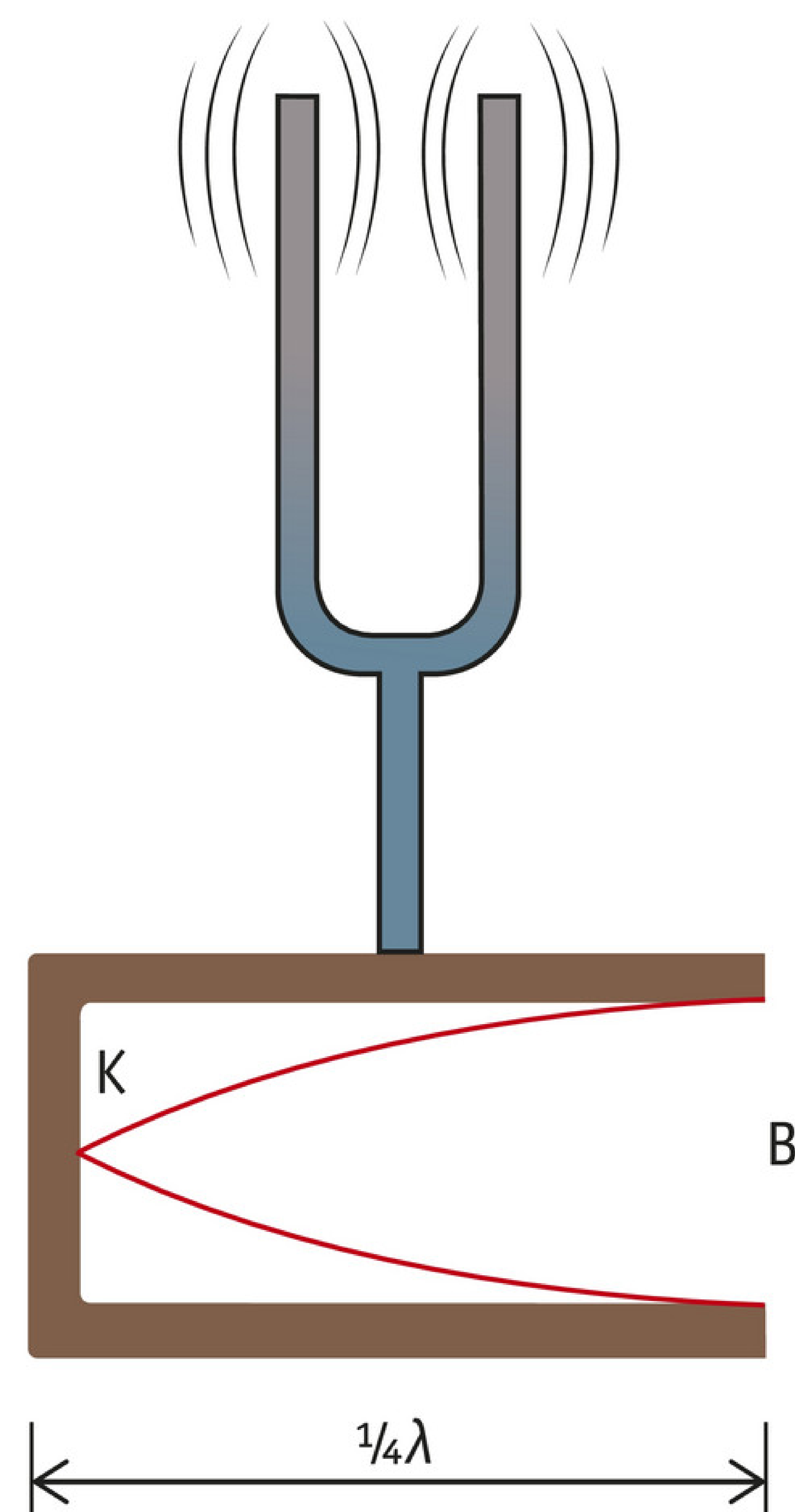
Bij diverse muziekinstrumenten wordt gebruikgemaakt van staande golven en dus een resonerende luchtkolom. De lengte van deze luchtkolom bepaalt de toonhoogte. Deze lengte kun je variëren. Bij een schuiftrombone is dat meteen zichtbaar. Maar ook bij een trompet varieer je de lengte van de resonerende luchtkolom door ventielen in te drukken. Als je een ventiel indrukt, wordt er een extra stuk buis toegevoegd, waardoor de lengte van de luchtkolom groter wordt (figuur 48). Bij een blokfluit maak je de luchtkolom langer of korter door met je vingers een of meer gaatjes af te sluiten.



▲ **figuur 48** Door een ventiel in te drukken kun je de lengte van de trillende luchtkolom in een trompet variëren.

Als je een toon van een muziekinstrument hoort, wordt de toonhoogte bepaald door de grondtoon. Meestal zijn er tegelijkertijd een of meer boventonen aanwezig in het geluid dat je hoort. Die boventonen geven het geluid de klank die bij dat instrument 'hoort', de zogenoemde klankkleur of het timbre. Daarom klinkt een bepaalde toon op een piano anders dan op een orgel.

De klankkast van een stemvork is precies afgestemd op de eigenfrequentie van de stemvork: in dit geval 440 Hz. De grondtoon van de luchtkolom in de klankkast moet ook 440 Hz zijn om door middel van resonantie het geluid van de stemvork duidelijk hoorbaar te maken. De klankkast is aan één kant gesloten en aan de andere kant open: bij de grondtoon past er ¼λ in (figuur 49).



▶ **figuur 49** een stemvork op een klankkast

Onthoud!

- Als in een luchtkolom een staande golf ontstaat, treedt resonantie op en klinkt de toon harder.
- Bij een open uiteinde ontstaat bij een staande golf in een luchtkolom altijd een buik en bij een gesloten uiteinde een knoop.
- In een buis met twee open uiteinden treden alleen staande golven op als er in die buis een geheel aantal keer $\frac{1}{2}\lambda$ past.
- In een buis met één open en één gesloten uiteinde treden alleen staande golven op als de lengte van die luchtkolom gelijk is aan $\frac{1}{4}\lambda$ of $\frac{3}{4}\lambda$ of $\frac{5}{4}\lambda$, enzovoort.
- Een luchtkolom kan de grondtrilling (met grondfrequentie en grondtoon) of een boventrilling (met bovenfrequentie en boventoon) uitvoeren.
- De golfsnelheid bij staande golven in een luchtkolom is de geluidssnelheid die afhankelijk is van de temperatuur en die je kunt opzoeken in Binas.

Opdrachten

32 Staande golven in luchtkolommen
Ook in een luchtkolom kan een staande golf ontstaan.
a Leg uit wat de term resonantie te maken heeft met het ontstaan van een staande golf in een luchtkolom in een blaasinstrument.
b Wanneer kan er in een buis met twee open uiteinden een staande golf ontstaan?
c Wanneer kan er in een buis met één open en één gesloten uiteinde een staande golf ontstaan?

33 Trillende luchtkolom
Bereken de frequentie van de grondtoon en de frequentie van de tweede boventoon van een staande longitudinale golf in een luchtkolom in een buis van 2,40 m lengte in de volgende gevallen.
a De buis is aan beide kanten open en de temperatuur is 20 °C. Geef eerst in een schets de ligging van de knopen en de buiken aan.
b De buis is aan één kant open en aan één kant dicht en de temperatuur is 40 °C. Geef eerst in een schets de ligging van de knopen en de buiken aan.

34 Lucht in een blokfluit
Wanneer een toon wordt voortgebracht is de lucht in een blokfluit een staande longitudinale golfbeweging. Je mag aannemen dat staande longitudinale golven dezelfde eigenschappen hebben als staande transversale golven. Bij de laagste toon zijn er maar twee buiken. De ene buik bevindt zich bij B1 (figuur 50). De andere buik B2 ligt 0,66 cm buiten de opening. Tussen B1 en B2 bevindt zich één knoop. De temperatuur van de lucht in de blokfluit is 20 °C.
a Bereken de frequentie van de laagste toon.

De geluidssnelheid v in de lucht is recht evenredig met de wortel uit de absolute temperatuur T volgens de formule:

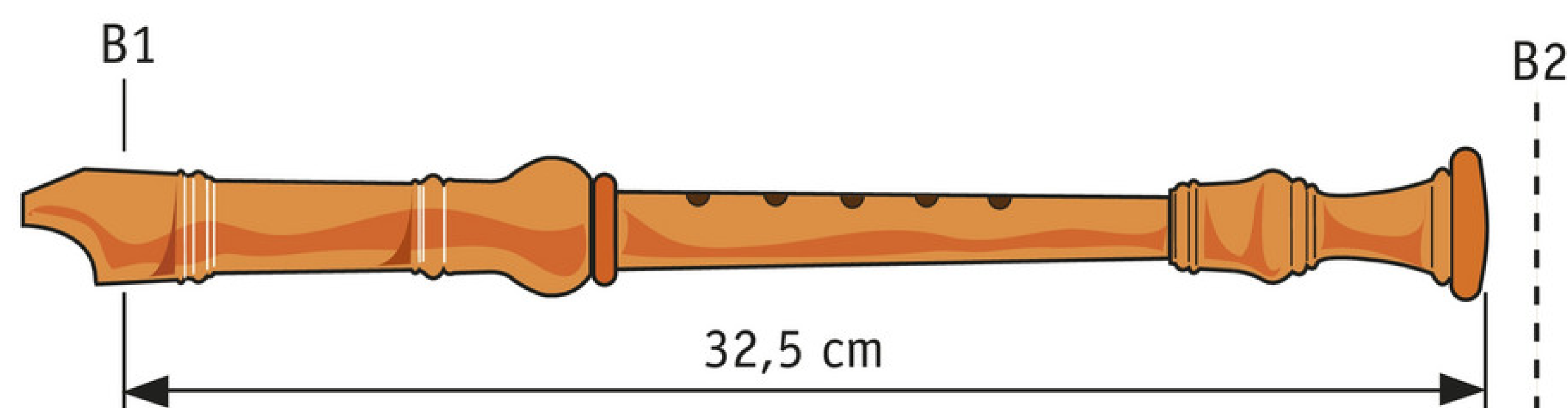
$$v = C \cdot \sqrt{T}$$

b Bereken de constante C in deze formule.

De frequentie van de toon van een blokfluit wordt dus beïnvloed door de temperatuur. Een blokfluitspeler wil echter dat een bepaalde toon elke keer dezelfde frequentie heeft. Het is mogelijk om de frequentieverandering ten gevolge van een temperatuurverandering tegen

te gaan door het mondstuk van de fluit iets verder in de fluit te duwen of er iets verder uit te trekken. Op die manier wordt de afstand van B1 tot B2 iets kleiner of iets groter. Als na een tijdje blazen de temperatuur van de lucht in de fluit iets is gestegen, zal de blokfluitspeler de afstand van B1 tot B2 dus veranderen.

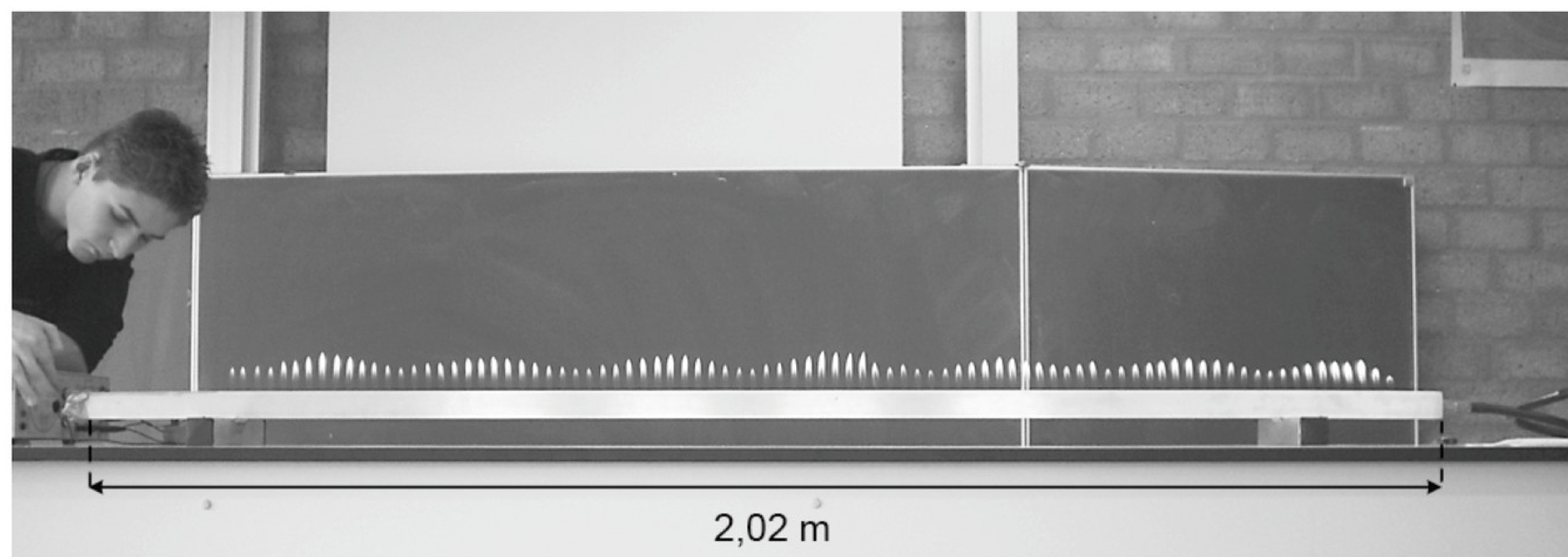
c Leg uit of je deze afstand hiervoor groter dan wel kleiner moet maken.



▲ **figuur 50** de blokfluit

35 Buis van Rubens

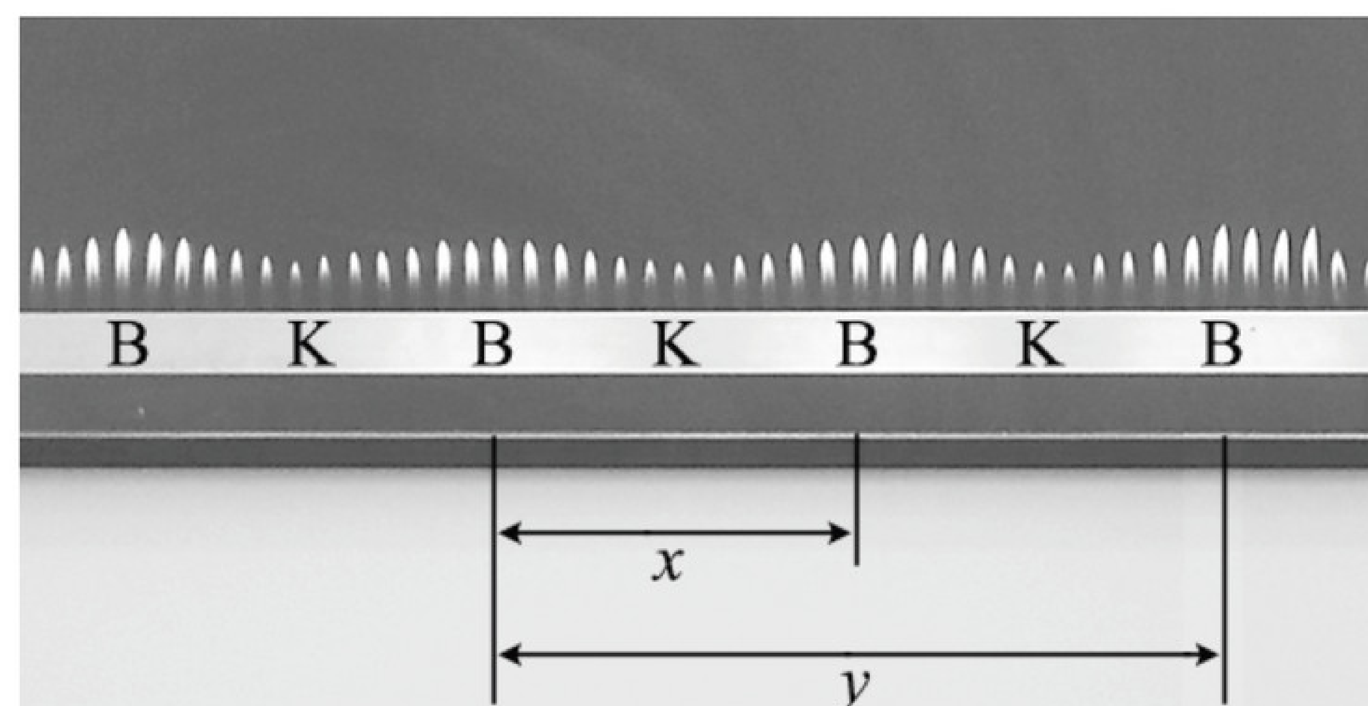
Marc wil staande geluidsgolven zichtbaar maken met behulp van een buis van Rubens. Dit is een metalen buis waarin aan de bovenkant gaatjes zijn geboord. Het ene uiteinde van de buis is afgesloten met een luidspreker en het andere uiteinde van de buis is op de aardgasleiding aangesloten. De luidspreker is verbonden met een toongenerator.
Nadat de buis geheel is gevuld met aardgas steekt hij het gas dat uit de gaatjes stroomt met een aansteker aan. Alle vlammetjes zijn dan even hoog. Marc zet de toongenerator aan en draait aan de frequentieknop. Bij bepaalde frequenties ontstaat in de buis een staande geluidsgolf waardoor de vlammen niet meer allemaal even hoog staan. Zie figuur 51.



▲ **figuur 51** de buis van Rubens

Op de plaatsen waar de vlammen een maximale lengte hebben, bevindt zich in de buis een buik (B). Op de plaatsen waar de vlammen een minimale lengte hebben, bevindt zich in de buis een knoop (K).
In figuur 52 zijn de afstanden x en y aangegeven.

a Welke van de afstanden, x of y, is gelijk aan één hele golflengte?



▲ **figuur 52** knopen en buiken in de buis van Rubens

Op het moment dat de foto is genomen produceerde de luidspreker een toon van 890 Hz. De hele buis, zoals afgebeeld in figuur 52 is 2,02 m lang.

b Bepaal de voortplantingssnelheid van het geluid in aardgas.

Wanneer het gas een tijd heeft gebrand, verdwijnt het golfpatroon van de vlammetjes. Kennelijk treedt er dan geen resonantie meer op. Door de frequentie van de toongenerator iets te veranderen kan Marc weer hetzelfde golfpatroon als in de foto's terugkrijgen. De voortplantingssnelheid van geluid neemt toe als de temperatuur stijgt.

c Geef een verklaring voor het verdwijnen van de resonantie.

d Moet Marc een grotere of juist een kleinere frequentie instellen om hetzelfde golfpatroon weer terug te krijgen? Licht je antwoord toe.

bron: pilotexamen 2009-II

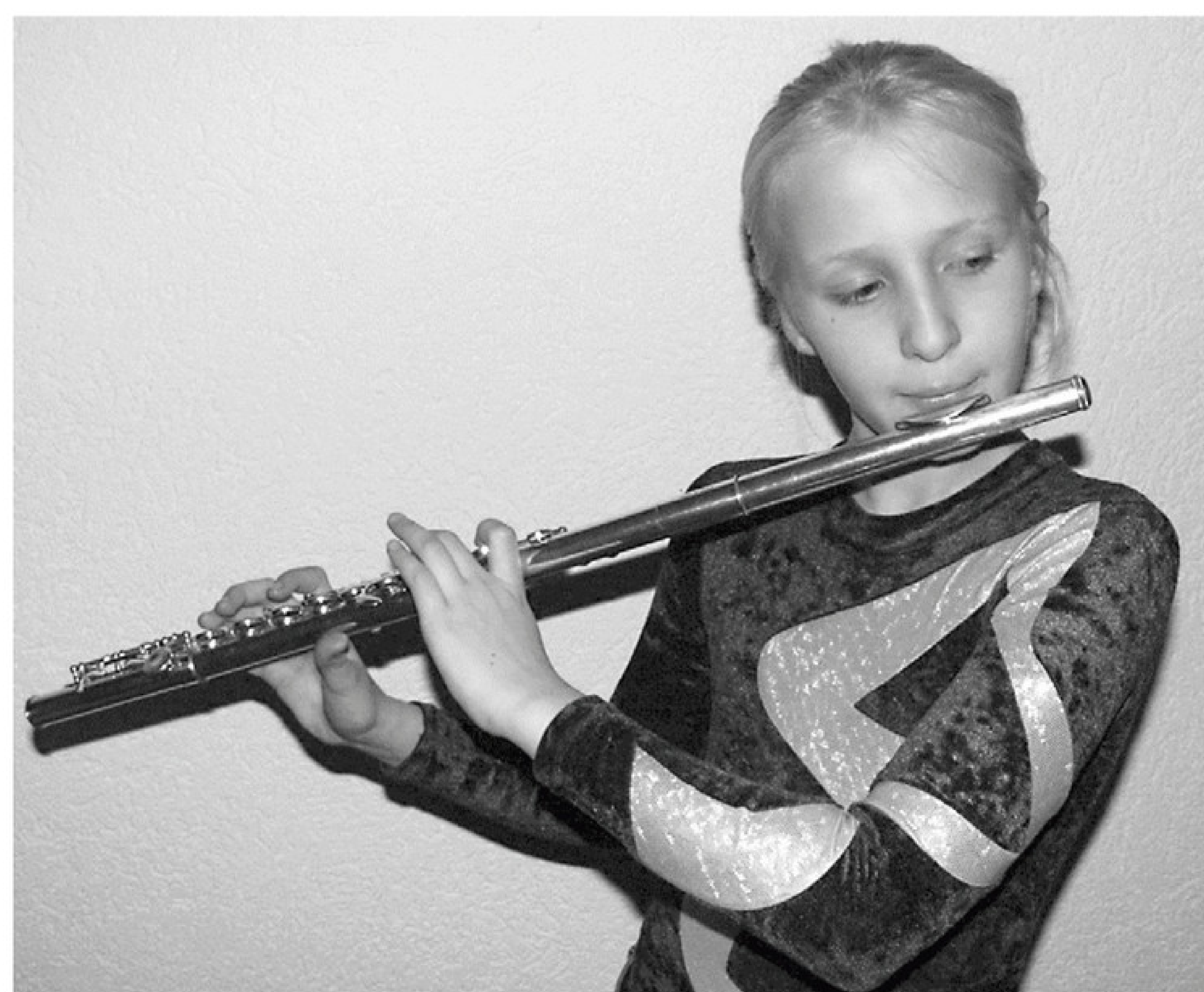
36 Zuinige orgelbouwer

Een orgelbouwer wil zo min mogelijk metaal gebruiken bij het maken van orgelpijpen. Leg uit of deze orgelbouwer pijpen maakt die aan twee kanten open zijn, of juist pijpen die aan één kant open en aan één kant gesloten zijn.

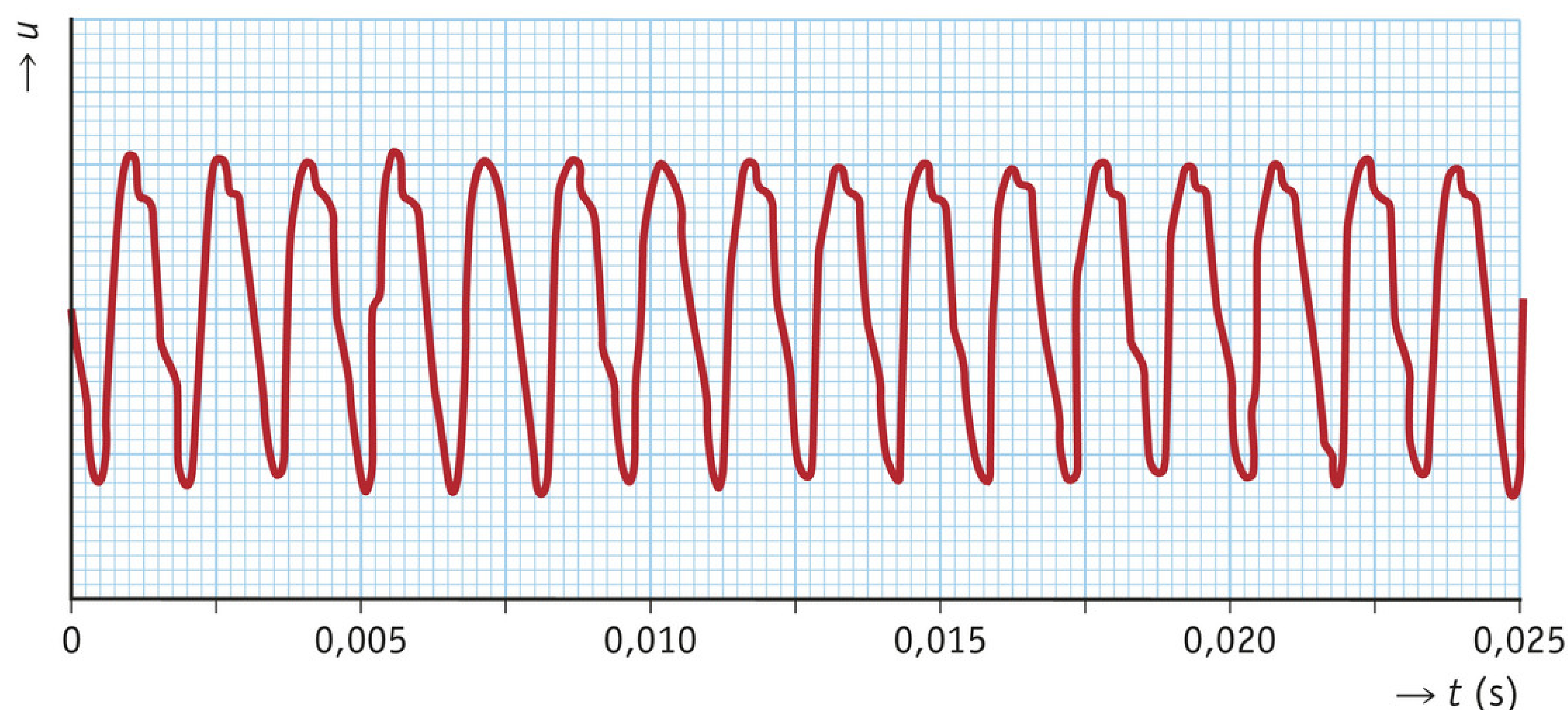
+37 Dwarsfluit

Michelle speelt een toon op de dwarsfluit (figuur 53). De toon wordt opgenomen en weergegeven met een computer (figuur 54).

a Bepaal welke toon Michelle heeft gespeeld. Gebruik Binas tabel 15C.
Geef je antwoord met een letter en een cijfer zoals dat voorkomt in tabel 15C.

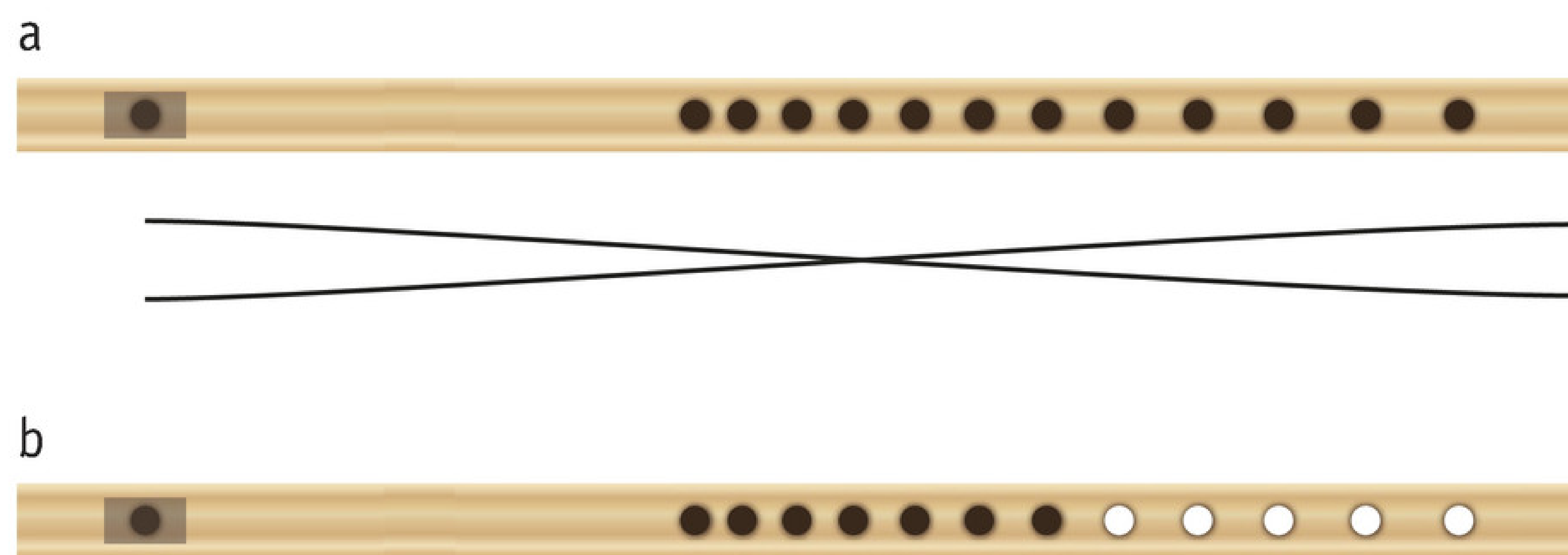


▲ **figuur 53** Michelle speelt dwarsfluit.



▲ **figuur 54** het computersignaal van de toon van Michelle

In figuur 55 is de dwarsfluit schematisch getekend. De dwarsfluit heeft een aantal kleppen; deze zijn als rondjes aangegeven. In figuur 55a zijn alle kleppen dicht: de rondjes zijn zwart. De resonantielengte is dan de afstand van de opening in het mondstuk tot aan het uiteinde van de dwarsfluit. De staande golf die in deze situatie bij de grondtoon hoort, is schematisch getekend.



▲ **figuur 55** de dwarsfluit bij twee tonen (a en b)

Om een hogere toon te spelen worden een of meer kleppen geopend. De resonantielengte wordt nu korter. Zie figuur 55b.

b Teken in figuur 55b schematisch de staande golf van de grondtoon die nu optreedt.

Bij het spelen op een dwarsfluit stijgt de temperatuur van de dwarsfluit en van de lucht in de dwarsfluit. De toon klinkt dan hoger dan bij een koude dwarsfluit. Michelle kan de toonhoogte aanpassen door de dwarsfluit iets in of uit te schuiven, zodat weer dezelfde toon klinkt.

c Leg uit of Michelle de dwarsfluit iets moet inschuiven of iets moet uitschuiven als de temperatuur van de lucht in de dwarsfluit stijgt.

bron: examen vwo 2016-I

6 Elektromagnetische golven

In deze paragraaf leer je:
- wat elektromagnetische golven zijn;
- hoe lichtsnelheid, golflengte en frequentie bij elektromagnetische golven samenhangen;
- rekenen met de formules voor de energie van een foton;
- met de verschuivingswet van Wien werken.

Het soort golven waar ook licht toe behoort zijn **elektromagnetische golven**: golven die zich met de lichtsnelheid verplaatsen. Voor alle golven die je tot nu toe hebt gezien is er een tussenstof nodig om trillingen door te geven. Elektromagnetische golven kunnen zich echter moeiteloos door een luchtledige ruimte verplaatsen. Uit onderzoek is gebleken dat bij dit type golven de ruimte heel snel in elektrisch en magnetisch opzicht verandert en dat die verandering zich in de ruimte als golven uitbreidt. Zichtbaar licht is maar een klein onderdeel van dit type golven, die ook wel elektromagnetische straling wordt genoemd.

De **lichtsnelheid** geef je aan met het symbool c. De lichtsnelheid in vacuüm is $2{,}997\,924\,58 \cdot 10^{8}$ m s^{-1} (bijna 300 000 km s^{-1}). Dit getal is vermeld in Binas tabel 7A. Officieel geldt deze lichtsnelheid alleen in vacuüm, maar je mag de waarde ook gebruiken voor de lichtsnelheid in lucht. De snelheid van licht in doorzichtige gassen, vloeistoffen en vaste stoffen is altijd kleiner dan de snelheid in vacuüm.

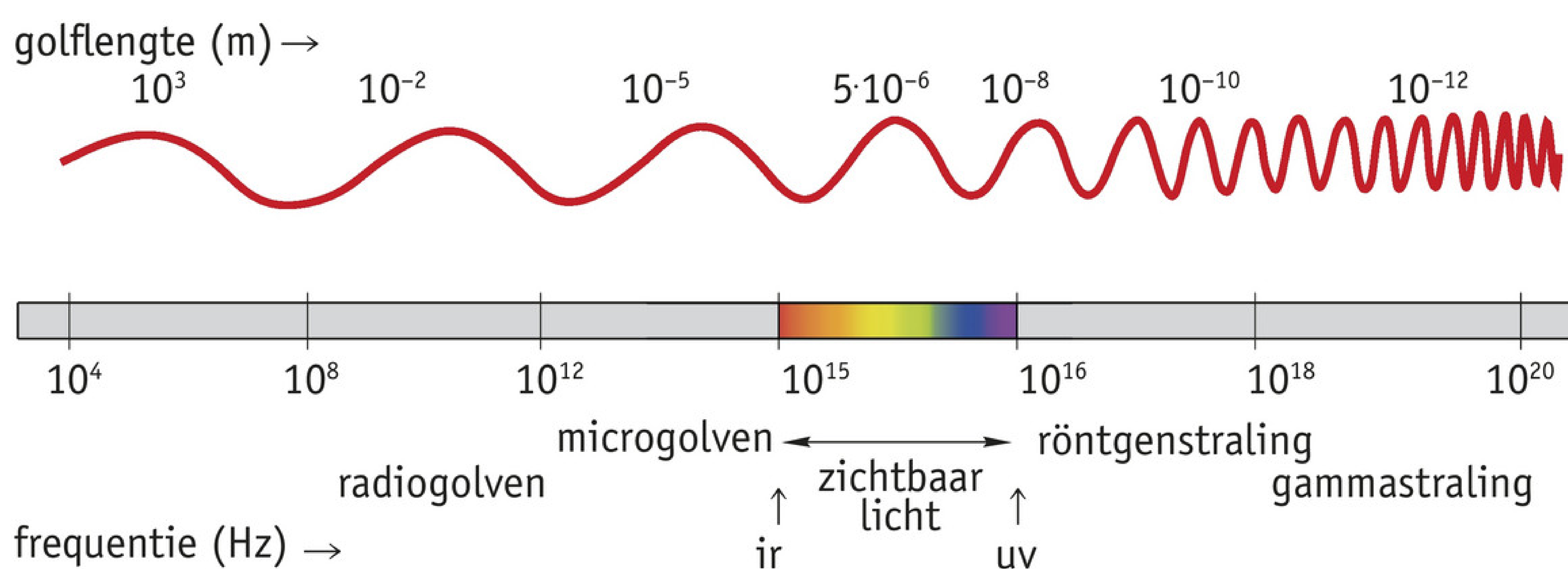
Voor de snelheid van golven geldt de formule $v = f \cdot \lambda$ (paragraaf 3). Omdat voor de lichtsnelheid de letter c wordt gebruikt, luidt de formule voor de snelheid van licht en alle andere vormen van elektromagnetische straling:

$$c = f \cdot \lambda$$

Hierin is:
- c de lichtsnelheid in meter per seconde ($m\,s^{-1}$);
- f de frequentie in hertz (Hz);
- λ de golflengte in meter (m).

Elektromagnetisch spectrum

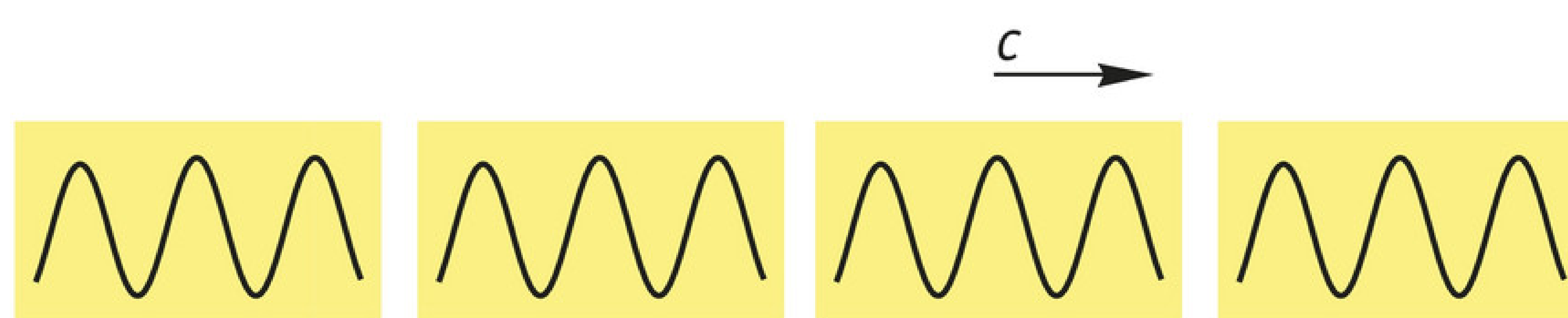
Afhankelijk van de frequentie heeft elektromagnetische straling, ook wel geschreven als EM-straling, bijzondere eigenschappen. Binas tabel 19B geeft een algemeen overzicht van alle soorten elektromagnetische straling: het **elektromagnetisch spectrum**, ook wel EM-spectrum (figuur 56). Je ziet dat de frequentie kan variëren tussen 10^3 Hz en 10^{24} Hz.



▲ **figuur 56** het elektromagnetische spectrum

Uit $c = f \cdot \lambda$ kun je afleiden dat frequentie en golflengte omgekeerd evenredig zijn. Hoe groter de frequentie, des te kleiner de golflengte, zoals je al zag in paragraaf 3.

Elektromagnetische straling is niet zomaar een serie golven die wordt uitgezonden. Deze golven worden niet continu, maar in porties uitgezonden. Het zijn een soort golfpakketjes, die je **fotonen** noemt (figuur 57).



▲ **figuur 57** model van de 'golfpakketjes', de fotonen

Voor fotonen geldt dat hoe groter de frequentie van de straling is, des te energierijker de fotonen zijn. De meest energierijke straling bevindt zich aan de rechterzijde van het elektromagnetisch spectrum, bij de grootste frequentie. Je kunt de energie van een foton berekenen met de formule:

$$E = h \cdot f$$

Hierin is:
- E de energie in joule (J);
- h de constante van Planck in joule seconde (J s);
- f de frequentie in hertz (Hz).

De waarde van h staat in Binas tabel 7A: $6{,}626\,069\,57 \cdot 10^{-34}$ J s.

Stralingssoorten

Helemaal rechts in figuur 56 zie je **gammastraling**, een stralingssoort die door radioactieve bronnen kan worden uitgezonden. In hoofdstuk 11 vind je uitleg over processen waarbij deze straling vrijkomt. Gammastraling is zó energierijk dat blootstelling aan die straling gevaarlijk is, vooral doordat die straling, net als **röntgenstraling** de eigenschap bezit door materialen, zoals je huid, heen te kunnen gaan. Toch zijn er nuttige toepassingen van deze stralingssoorten. Met een beperkte hoeveelheid röntgenstraling kunnen artsen bijvoorbeeld in je lichaam 'kijken'. Gammastraling kan door haar energierijke eigenschappen worden toegepast om kankercellen te vernietigen.

Naarmate je in het overzicht van figuur 56 verder naar links gaat, naar de kleinere frequenties, wordt de röntgenstraling minder energierijk, ook wel minder 'hard' genoemd. Nog verder naar links kom je **ultraviolette straling** (uv-straling) tegen. Deze stralingssoort kleurt de huid bruin. Hoewel minder gevaarlijk dan röntgenstraling is ook blootstelling aan te veel uv-straling ongezond. Daarna kom je bij het deel van het EM-spectrum dat je met je ogen kunt waarnemen: **zichtbaar licht**. Zichtbaar licht, met alle kleuren van de regenboog, bevindt zich in het frequentiegebied tussen $0{,}8 \cdot 10^{15}$ Hz (violet) en $0{,}4 \cdot 10^{15}$ Hz (rood), ofwel in het golflengtegebied van 380 nm tot 750 nm. In Binas tabel 19A is dit deel van het EM-spectrum uitgesplitst. Voorbij het rode deel van het zichtbare spectrum volgt de zogenoemde **infrarode straling** (ir-straling), ook wel warmtestraling genoemd. Nog kleinere frequenties brengen je via de **microgolven** (magnetron en radar) uiteindelijk bij de minst energierijke straling, **radiostraling**.

Voorbeeldopgave 7

Bereken van de fotonen in het golflengtegebied van de zichtbare EM-straling de maximale en minimale energie.

Uitwerking

Formules: $c = f \cdot \lambda$, waaruit volgt: $f = \dfrac{c}{\lambda}$ en $E = h \cdot f$.

De golflengte van zichtbare straling bevindt zich tussen 380 en 750 nm.
$\lambda_{min} = 380 \text{ nm} = 380 \cdot 10^{-9}$ m
$\lambda_{max} = 750 \text{ nm} = 750 \cdot 10^{-9}$ m
$c = 2{,}998 \cdot 10^{8}\ \text{m s}^{-1}$

Straling met de kleinste golflengte heeft volgens $c = f \cdot \lambda$ de grootste frequentie en uit $E = h \cdot f$ volgt dat de fotonen van die straling de grootste energie bezitten.

Bij λ_{min} hoort een frequentie $f_{max} = \dfrac{c}{\lambda_{min}} = \dfrac{2{,}998 \cdot 10^{8}}{380 \cdot 10^{-9}} = 7{,}89 \cdot 10^{14}$ Hz.

De energie van een foton met deze frequentie is:
$E_{max} = h \cdot f = 6{,}626 \cdot 10^{-34} \times 7{,}89 \cdot 10^{14} = 5{,}23 \cdot 10^{-19}$ J.
Fotonen met de kleinste energie horen bij de laagste frequentie en dus de grootste golflengte.

Bij λ_{max} hoort een frequentie $f_{min} = \dfrac{c}{\lambda_{max}} = \dfrac{2{,}998 \cdot 10^{8}}{750 \cdot 10^{-9}} = 4{,}00 \cdot 10^{14}$ Hz.

De energie van een foton met deze frequentie is: $E_{min} = h \cdot f = 6{,}626 \cdot 10^{-34} \times 4{,}00 \cdot 10^{14} = 2{,}65 \cdot 10^{-19}$ J.

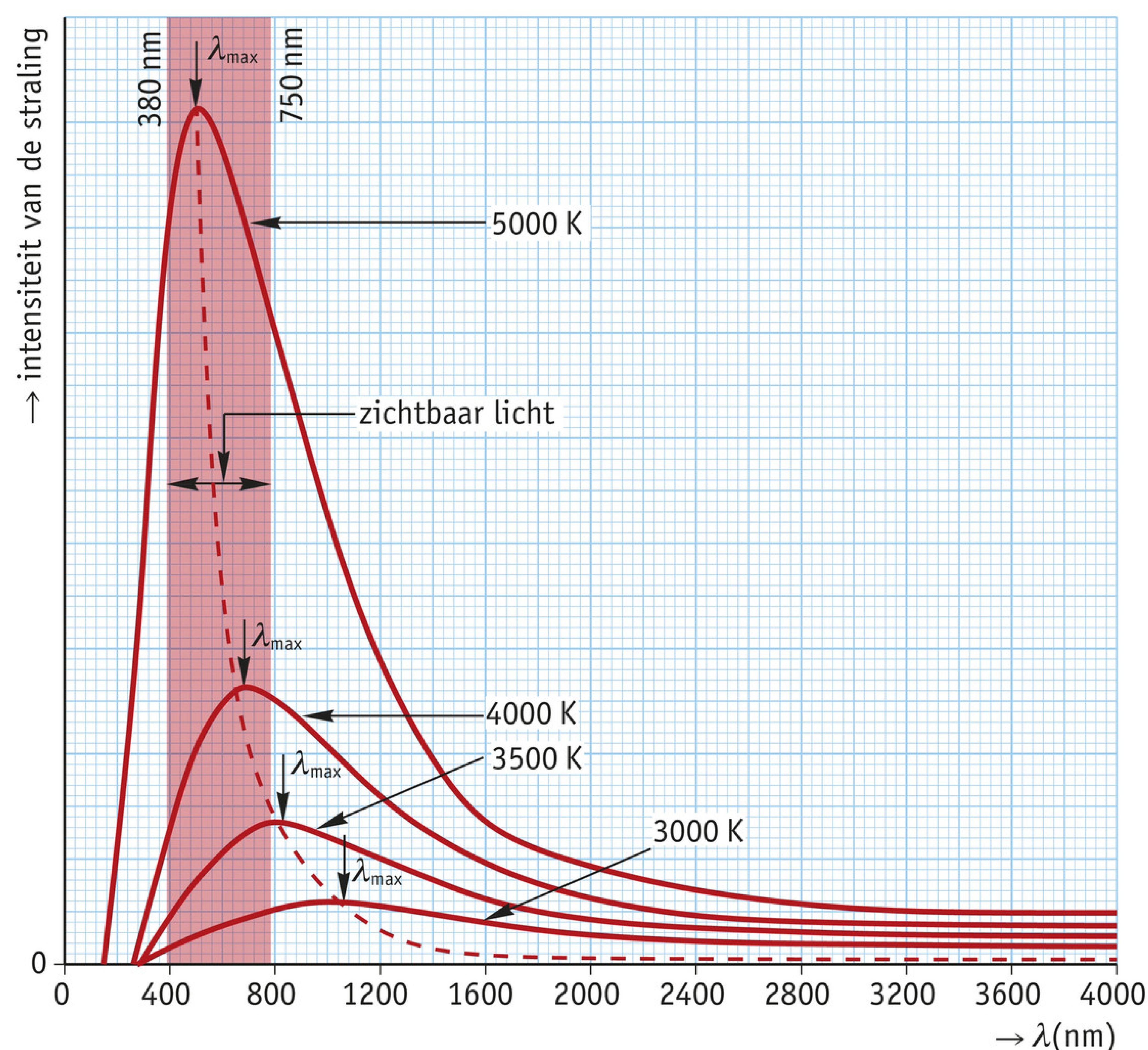
Een groot deel van de EM-straling die van de zon in de richting van de aarde gaat bereikt het aardoppervlak niet. Deze straling wordt door de atmosfeer geabsorbeerd. In Binas tabel 30E zie je welke golflengten in de atmosfeer worden doorgelaten en welke worden geabsorbeerd en in welke mate ze worden geabsorbeerd.

Verschuivingswet

Een mat, zwart voorwerp is goed in staat licht en andere EM-straling te absorberen. In het ideale geval absorbeert een voorwerp met zo'n oppervlak alle straling die erop valt: een ideaal zwart lichaam. Wat geldt voor **absorptie** van straling, geldt ook voor het uitzenden van straling. Elk voorwerp dat een temperatuur heeft die hoger is dan het absolute nulpunt (−273,15 °C), zendt straling uit. Dit heet **emissie** van straling. Hoe hoger de temperatuur, des te meer straling er wordt uitgezonden. Een ideaal zwart lichaam absorbeert *alle* straling en wordt ook wel **zwarte straler** genoemd. In figuur 58 is voor vier verschillende temperaturen de sterkte van de straling die door een zwarte straler wordt uitgezonden uitgezet tegen de golflengte van die fotonen. De sterkte ofwel intensiteit van de straling wordt bepaald door het aantal fotonen per seconde en de energie van de fotonen bij die golflengte.

Uit de grafiek van figuur 58 kun je het volgende opmaken:

- Als je bijvoorbeeld naar de curve van 4000 K kijkt, zie je dat niet bij alle golflengten de intensiteit van de straling even groot is. Er is een top in de grafiek. Bij die golflengte (λ_{max}) is de stralingsintensiteit maximaal. λ_{max} is hier dus niet de maximale golflengte, maar de golflengte waarbij de stralingsintensiteit maximaal is en dus de meeste energie wordt uitgezonden.
- De oppervlakte onder de curve is een maat voor de totaal uitgezonden energie. Die neemt fors toe als de temperatuur van het voorwerp hoger is.
- Bij een hogere temperatuur zal bij alle golflengten meer energie worden uitgezonden. Anders gezegd: de curve ligt bij een hogere temperatuur overal boven de curve van een zwarte straler met een lagere temperatuur.
- De top van de grafiek (λ_{max}) verschuift naar links, dus naar kleinere golflengten / grotere frequenties, naarmate de temperatuur van het voorwerp stijgt.



▲ **figuur 58** intensiteit van de straling van een zwarte straler bij verschillende golflengten

Die verschuiving van λ_{max} voor een zwarte straler kun je in een formule weergeven, de **verschuivingswet van Wien**:

$$\lambda_{max} \cdot T = k_W$$

Hierin is:
- λ_{max} de golflengte waarbij de stralingsintensiteit maximaal is in meter (m);
- T de absolute temperatuur van het stralende voorwerp in kelvin (K);
- k_W de constante van Wien, een evenredigheidsconstante in meter kelvin (m K).

De constante van Wien vind je in Binas tabel 7A: $k_W = 2{,}897\ 772\ 1 \cdot 10^{-3}$ m K.

Voorbeeldopgave 8

Bereken de temperatuur in graden Celsius van een gloeidraad als $\lambda_{max} = 700$ nm.

Uitwerking
Gegeven: $\lambda_{max} = 700 \text{ nm} = 700 \cdot 10^{-9}$ m

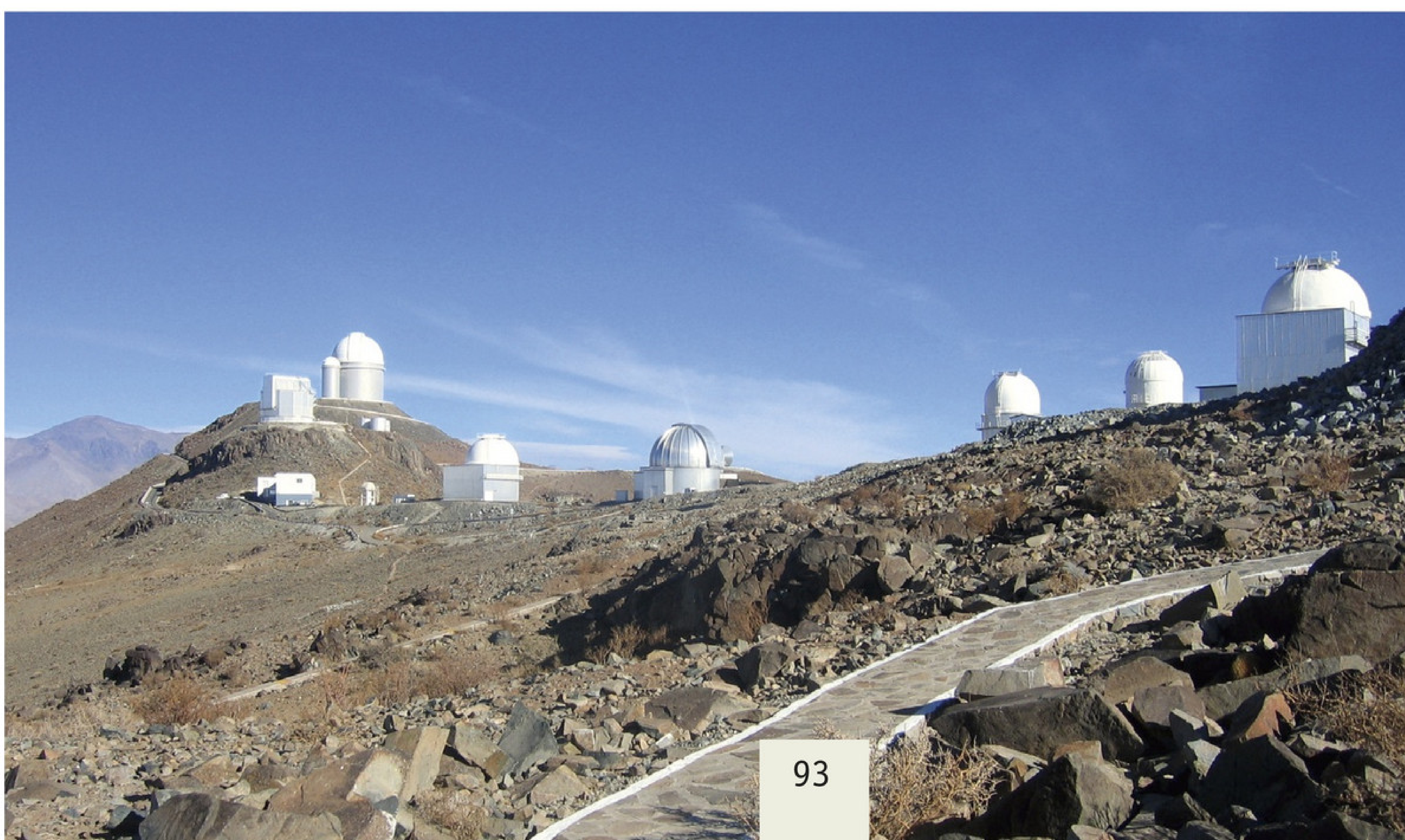
Formule: $\lambda_{max} \cdot T = k_W$, waaruit volgt: $T = \dfrac{k_W}{\lambda_{max}}$

$$T = \frac{k_W}{\lambda_{max}} = \frac{2{,}8978 \cdot 10^{-3}}{700 \cdot 10^{-9}} = 4{,}1410^3 \text{ K} = 3{,}87 \cdot 10^3 \text{ °C (immers: 0 °C = 273 K)}$$

De meeste voorwerpen zijn geen zwarte stralers. Ze kaatsen een deel van de straling terug, zodat niet alle straling wordt geabsorbeerd. Als zo'n voorwerp straling naar de omgeving uitzendt, is de intensiteit van de uitgezonden straling bij elke golflengte eveneens minder groot dan die van een zwarte straler met dezelfde afmetingen. Toch doen we vaak alsof voorwerpen wel zwarte stralers zijn. Dan kun je de verschuivingswet van Wien op deze voorwerpen toepassen.

EM-straling waarnemen

Bij onderzoek aan objecten in het heelal kun je vanaf het aardoppervlak slechts van een paar soorten straling gebruikmaken: zichtbaar licht tot in het infrarood (ir) en radiostraling. Dat komt doordat andere stralingssoorten niet door de aardatmosfeer heen kunnen dringen. Afhankelijk van het type straling wordt er gebruikgemaakt van verschillende waarnemingsapparatuur. Grote verrekijkers die met behulp van zichtbaar licht objecten in de ruimte bestuderen noem je **optische telescopen**. Om storingen door de atmosfeer en hinderlijke beïnvloeding van het licht van andere lichtbronnen te minimaliseren worden de telescopen in koepels op hoge bergen in verlaten gebieden geplaatst (figuur 59).

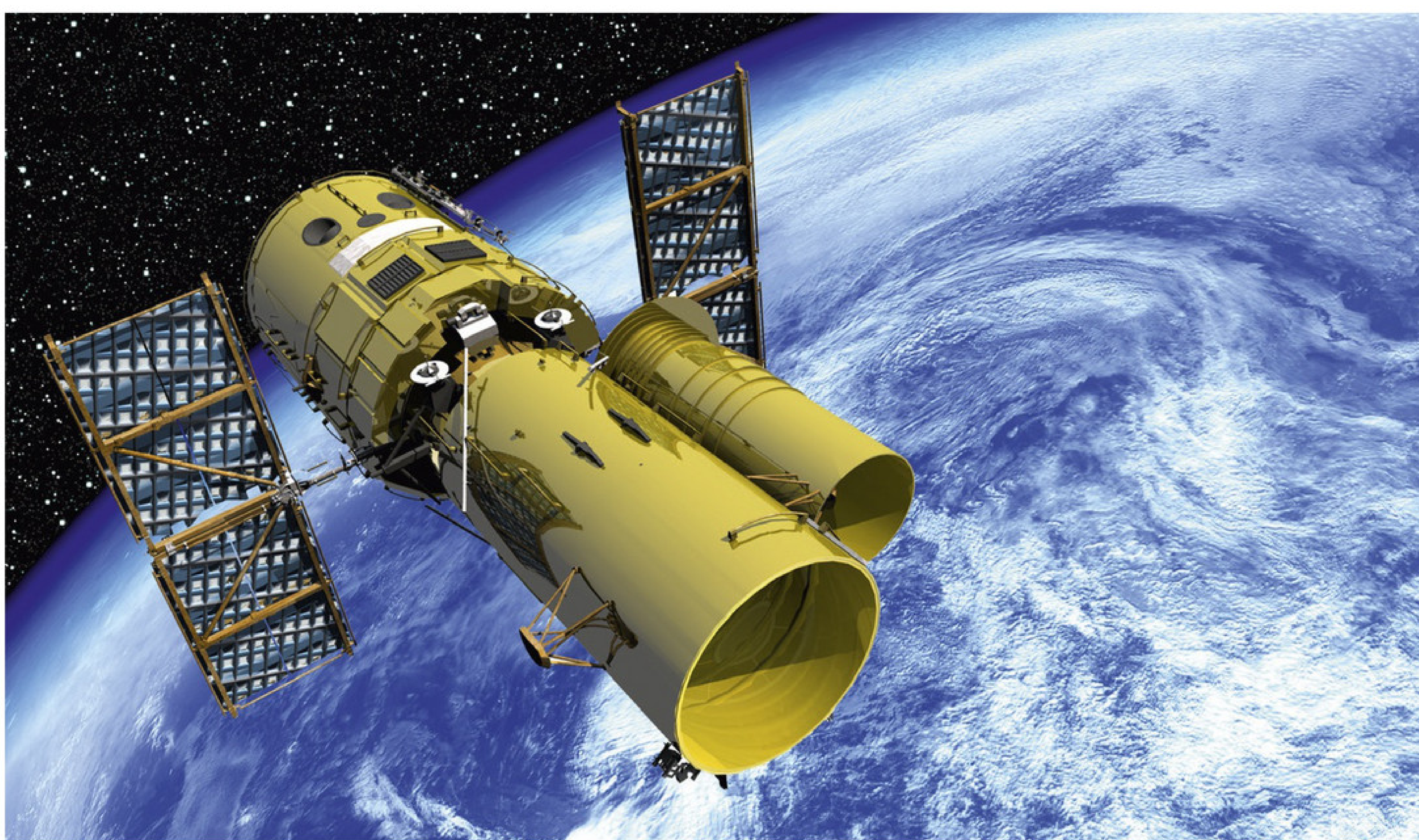


◀ **figuur 59** optische telescopen in de Andes

Voor onderzoek in andere golflengtegebieden zijn er **radiotelescopen** (figuur 60): enorme schotels die vaak in grote aantallen bij elkaar staan. Hun meetwaarden worden met behulp van computers gecombineerd en geanalyseerd. Om hinderlijke invloeden van de atmosfeer te vermijden worden metingen ook vanuit de ruimte gedaan. Dat gebeurt met **ruimtetelescopen**. Daarmee is het mogelijk tot diep in de ruimte naar ver verwijderde groepen (**clusters**) van sterrenstelsels te kijken. In de ruimte kunnen metingen in elk golflengtegebied van het EM-spectrum plaatsvinden (figuur 61).



▲ **figuur 60** radiotelescopen in Dwingeloo, Drenthe



▲ **figuur 61** een ruimtetelescoop

Onthoud!

- Gammastraling, röntgenstraling, uv-straling, zichtbaar licht, ir-straling, microgolven en radiogolven zijn allemaal vormen van elektromagnetische straling (EM-straling). Alle vormen van EM-straling verplaatsen zich met de lichtsnelheid.
- Het verband tussen lichtsnelheid, frequentie en golflengte luidt: $c = f \cdot \lambda$
- EM-straling wordt uitgezonden in porties: fotonen. De energie van een foton bereken je met: $E = h \cdot f$
- De golflengte waarbij een stralend voorwerp de maximale stralingsintensiteit heeft (λ_{max}), is afhankelijk van de temperatuur van dat voorwerp. Hoe hoger de temperatuur van een voorwerp, des te verder λ_{max} naar kleinere golflengten verschuift.
- De verschuivingswet van Wien voor een zwarte straler luidt: $\lambda_{max} \cdot T = k_W$

Opdrachten

38 Elektromagnetische golven
Elektromagnetische golven verplaatsen zich met de lichtsnelheid.
a Leg het verschil uit tussen geluidsgolven en licht.
b Is de golflengte van röntgenstraling groter of kleiner dan die van zichtbaar licht?
c Vermeld, in volgorde van toenemende frequentie, de volgorde van de kleuren in het spectrum van zichtbaar licht.
d Leg uit wat λ_{max} betekent in de wet van Wien: $\lambda_{max} \cdot T = k_W$

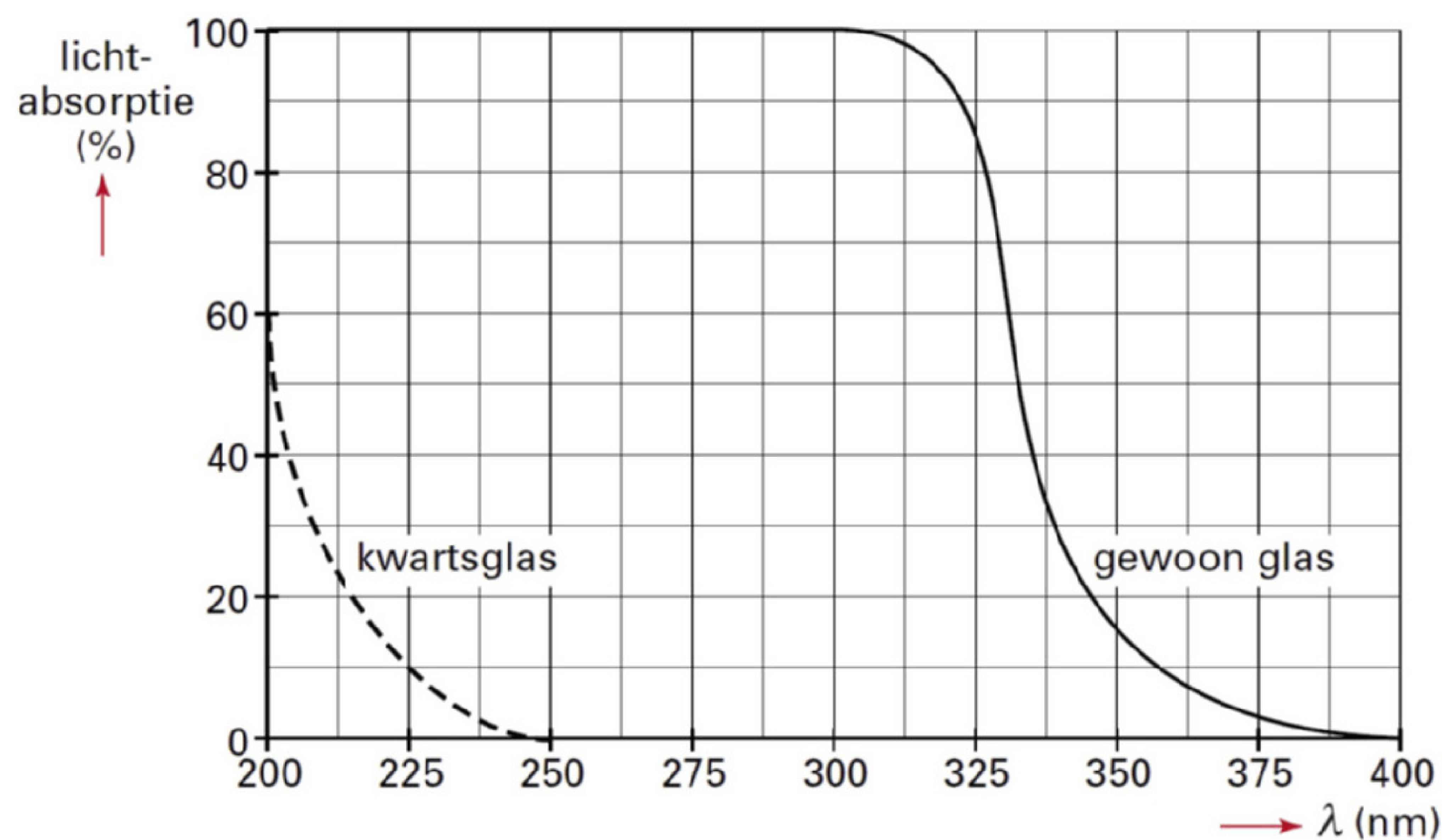
39 De verschuivingswet van Wien
Beantwoord de volgende vragen.
a Leg met behulp van de wet van Wien uit of het licht van de gloeilamp in de koplamp van je fiets wat blauwer of juist wat roder wordt als hij zwakker gaat branden.
b Beredeneer of bij een stralend voorwerp λ_{max} en T een recht evenredig of een omgekeerd evenredig verband met elkaar hebben.
c Bereken λ_{max} van het menselijk lichaam als je dat als een zwarte straler mag beschouwen.

40 Telescopen
Er zijn verschillende soorten telescopen.
a Bedenk een reden waarom optische telescopen veel kleiner zijn dan radiotelescopen.
b Leg uit welk type telescoop je kunt gebruiken als je de microgolven wilt bestuderen die door sterren worden uitgezonden.

41 Waarnemingssatelliet
Er zijn waarnemingssatellieten waarin sensoren zijn aangebracht die gevoelig zijn voor straling in verschillende golflengtegebieden. Een van de sensoren is gevoelig voor straling met een golflengte van 5,0 μm.
a Bereken de frequentie van deze straling.

Met een sensor die gevoelig is voor straling met een golflengte van 5,0 μm kan zowel overdag als ’s nachts een kudde olifanten worden gevolgd. Met een sensor die gevoelig is voor een golflengte van 0,6 μm kan dat alleen overdag.
b Leg uit waarom de 5,0 μm-sensor een kudde olifanten ’s nachts kan waarnemen en waarom de 0,6 μm-sensor dat niet kan.

42 Stadionverlichting
De lampen van stadionverlichting zenden straling uit met verschillende golflengten. Behalve zichtbaar licht wordt ook straling uitgezonden met golflengten kleiner dan die van het zichtbare licht. Om de gevolgen van deze straling te beperken, worden voor zo’n lamp filters van glas aangebracht.
Het diagram van figuur 62 geeft weer hoeveel procent van licht met een bepaalde golflengte wordt geabsorbeerd door kwartsglas en door gewoon glas.
a Welke stralingssoorten worden door de filters geabsorbeerd?
b Leg uit of er kwartsglas of gewoon glas voor een stadionlamp wordt geplaatst.
naar: examen 2001-I



▲ **figuur 62** absorptie van straling door filters van kwartsglas en van gewoon glas

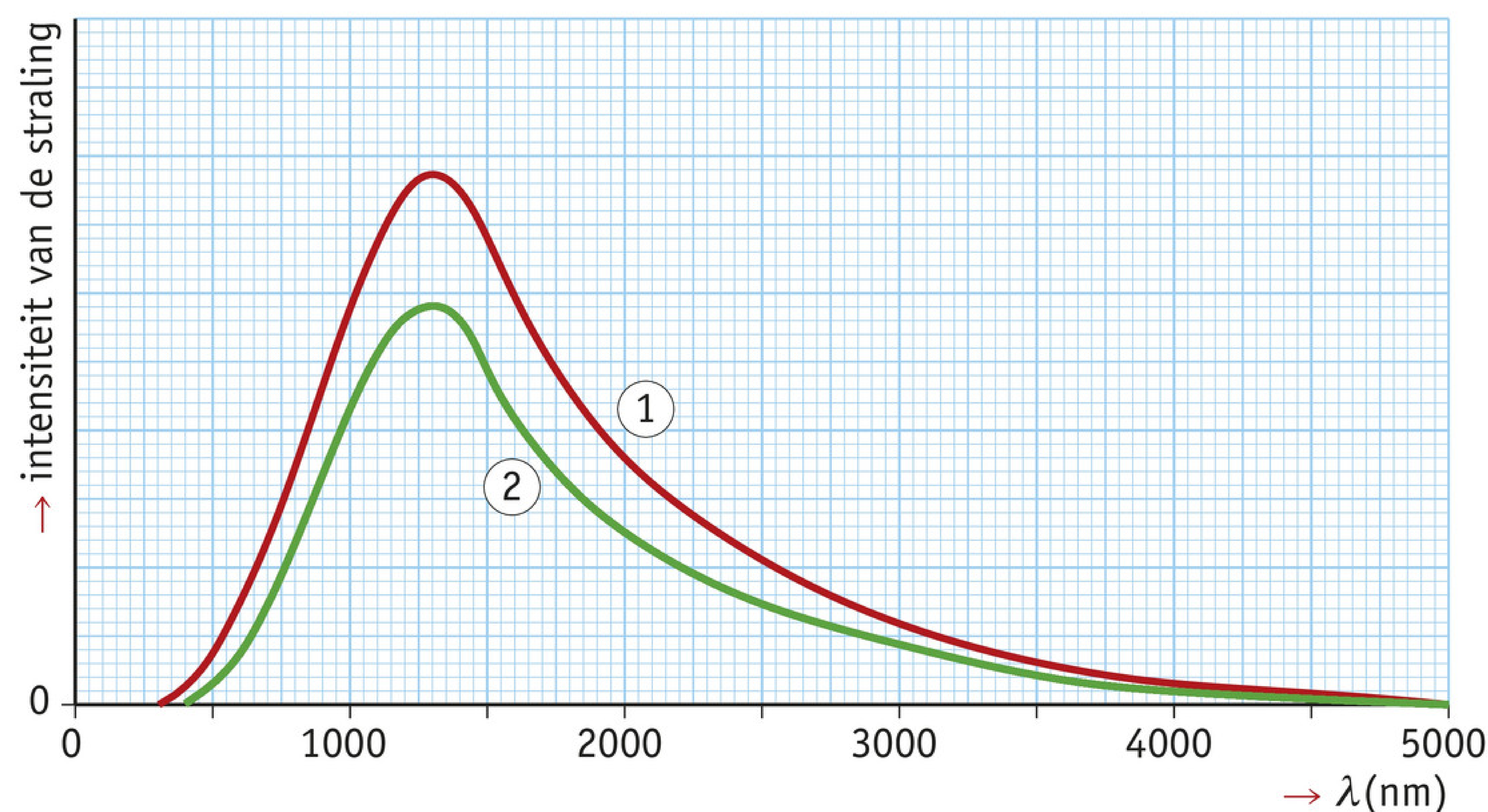
43 Gloeidraad

De gloeidraad van een halogeenlamp staat 70% van de omgezette elektrische energie af in de vorm van straling. De stralingskromme van de gloeidraad en die van een 'zwarte straler', die een even hoge temperatuur heeft als de gloeidraad, zijn in figuur 63 weergegeven.

a Leg uit welk van beide krommen die van de lamp is.

b Bepaal met de wet van Wien de temperatuur van de gloeidraad.

c Leg uit of de lamp per seconde meer fotonen uitzendt in het rode gebied of in het gele deel van het spectrum. Gebruik Binas tabel 19A.



▲ **figuur 63** stralingskrommen

44 Zonnevlekken

Op het oppervlak van de zon zijn met regelmaat zogenoemde zonnevlekken te zien. Voor het licht dat deze zonnevlekken uitzenden geldt: λ_{max} = 750 nm.

a Bereken de temperatuur van een zonnevlek. Ga uit van een zwarte straler.

b Leg uit dat een zonnevlek er zwart uitziet.

+45 Laser

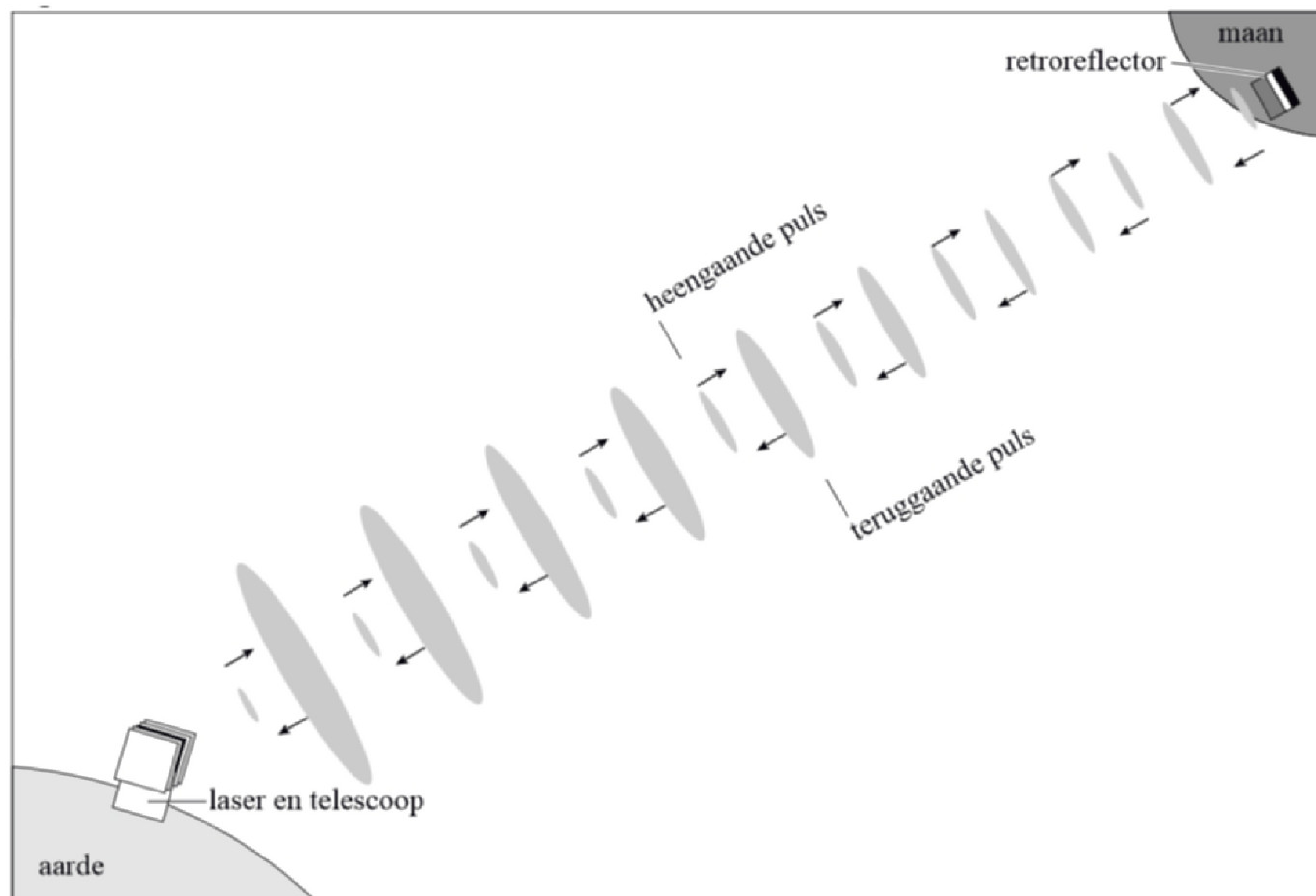
Op 20 juli 1969 heeft Neil Armstrong als eerste mens een voet op de maan gezet. Zijn collega Edwin Aldrin volgde tien minuten later. Op verzoek van wetenschappers plaatsten zij daar reflectoren (figuur 64).



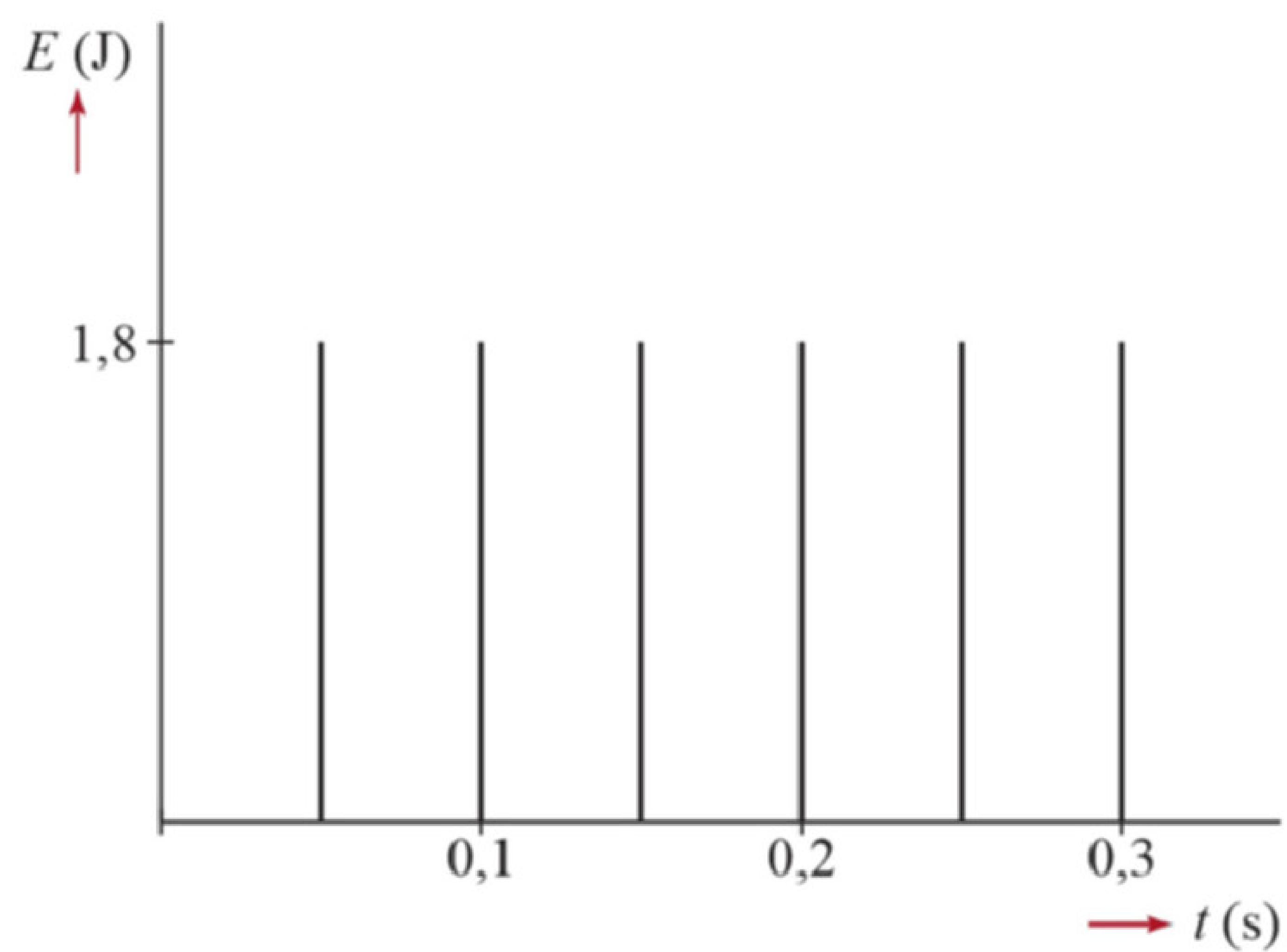
▲ **figuur 64** reflectoren op de maan

Vanuit het McDonalds Observatorium in Texas wordt laserlicht op die reflectoren gericht. Een deel van het laserlicht wordt door de reflectoren teruggekaatst en door de telescoop van het Observatorium weer opgevangen. In figuur 65 is dit schematisch weergegeven; het laserlicht wordt in korte flitsen, pulsen, uitgezonden. Door de tijd te meten die een laserpuls onderweg is geweest, kun je nauwkeurig de afstand van de aarde tot de maan berekenen. In figuur 66 is de energie van de laserpulsen uitgezet als functie van de tijd. Een laserpuls heeft een energie van 1,8 J.

a Bepaal de frequentie waarmee de laserpulsen worden uitgezonden.



▲ **figuur 65** reflecterende laserpulsen



▲ **figuur 66** (E,t)-diagram van de laserpulsen

Het piekvermogen van de laser is het constante vermogen van de laser tijdens het uitzenden van een laserpuls. Een laserpuls duurt $9{,}0 \cdot 10^{-11}$ s.

b Bereken het piekvermogen van de laser.

Tijdens een meting staat de laser een paar seconden aan.

c Bereken het gemiddelde vermogen van de laser.

De energie van een foton van het laserlicht is $3{,}74 \cdot 10^{-19}$ J.

d Bereken het aantal fotonen in één laserpuls.

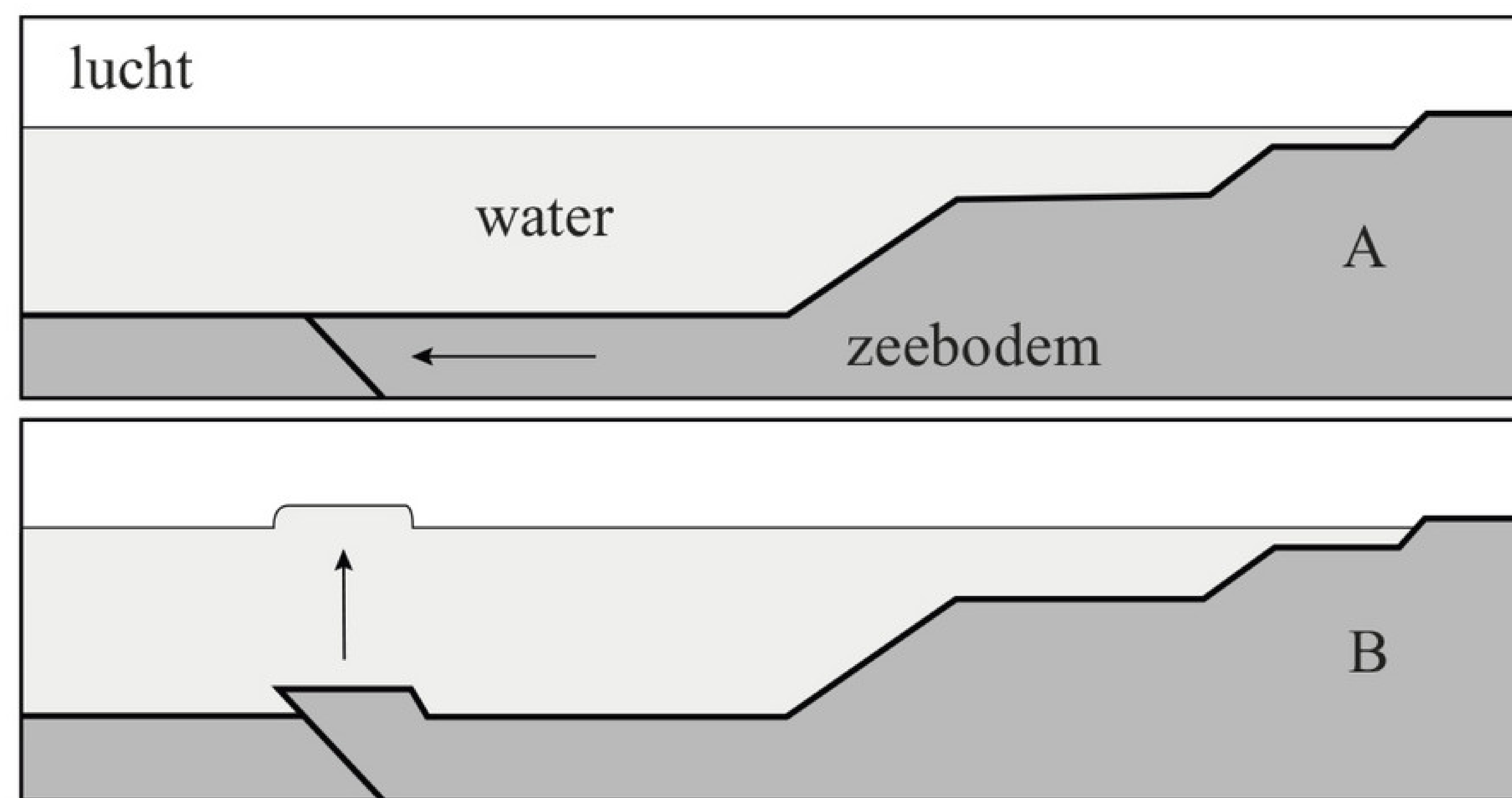
e Piloten van overvliegende vliegtuigen kunnen de laserstraal zien. Welke golflengte kan het laserlicht dan hebben?

bron: pilotexamen 2009-II

Eindopdracht

46 Tsunami

Figuur 67 laat op een vereenvoudigde manier zien hoe een gedeelte van de zeebodem door een aardverschuiving plotseling omhoogkomt. Het zeewater dat boven dat gedeelte zit, wordt omhoog geduwd waardoor er een 'waterberg' aan het oppervlak ontstaat. Deze waterberg is meestal niet hoog, maar kan in de lengte en de breedte grote afmetingen hebben. De figuren zijn schematisch en niet op schaal.

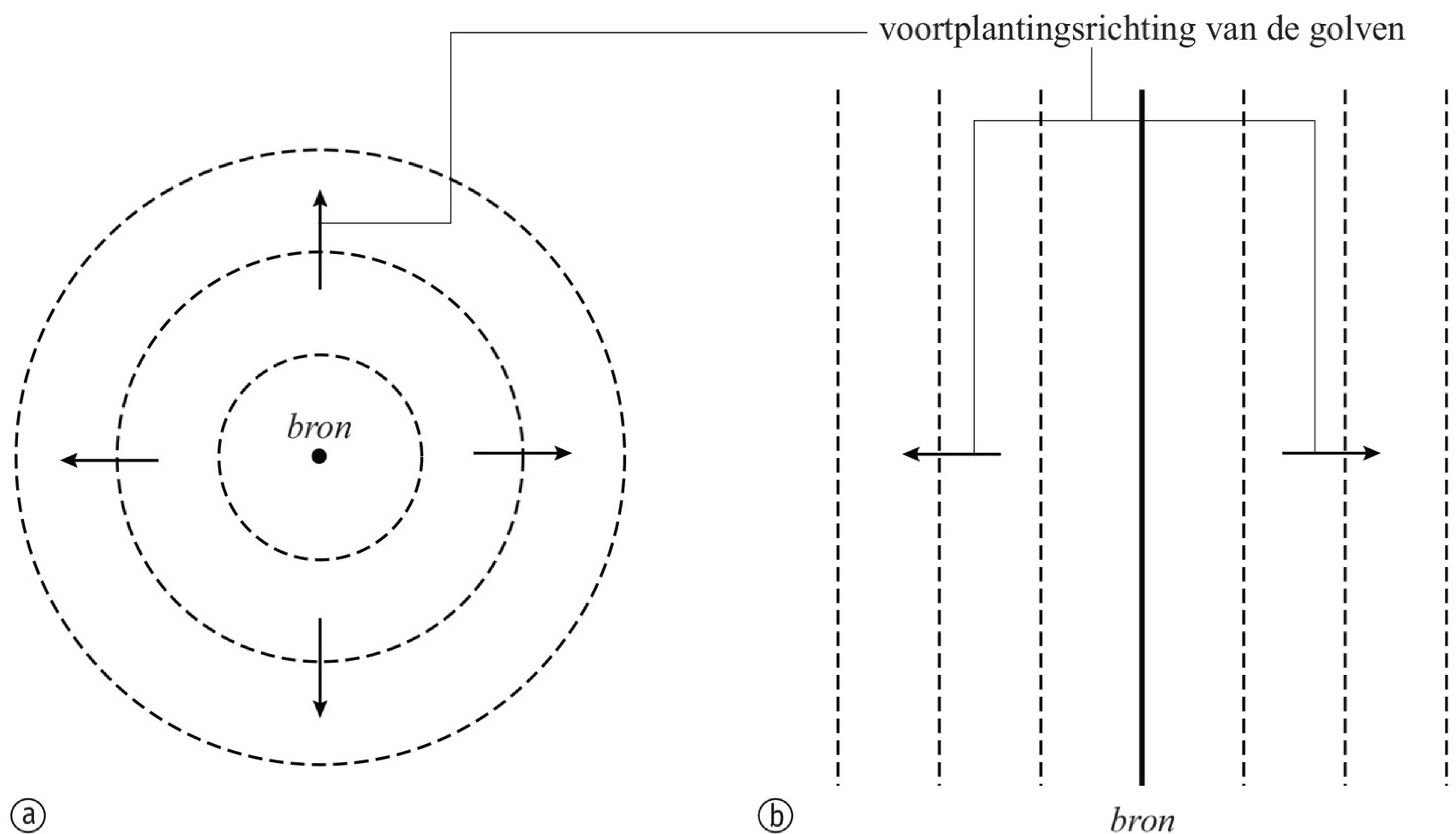


▲ **figuur 67** het ontstaan van een tsunami

De waterberg kan een tsunami, een vloedgolf aan de kust, veroorzaken. Een tsunamigolf verliest weinig aan hoogte als hij een grote afstand aflegt. Dit in tegenstelling tot een golf vanuit een puntvormige bron die bijvoorbeeld wordt veroorzaakt door een steen die in een vijver valt.

In de figuren 68a en 68b worden beide situaties vergeleken.

a Leg uit waarom de amplitude van een golf in figuur 68a *wel* sterk afneemt en in figuur 68b (bijna) *niet*.



▲ **figuur 68** de voortplanting van watergolven

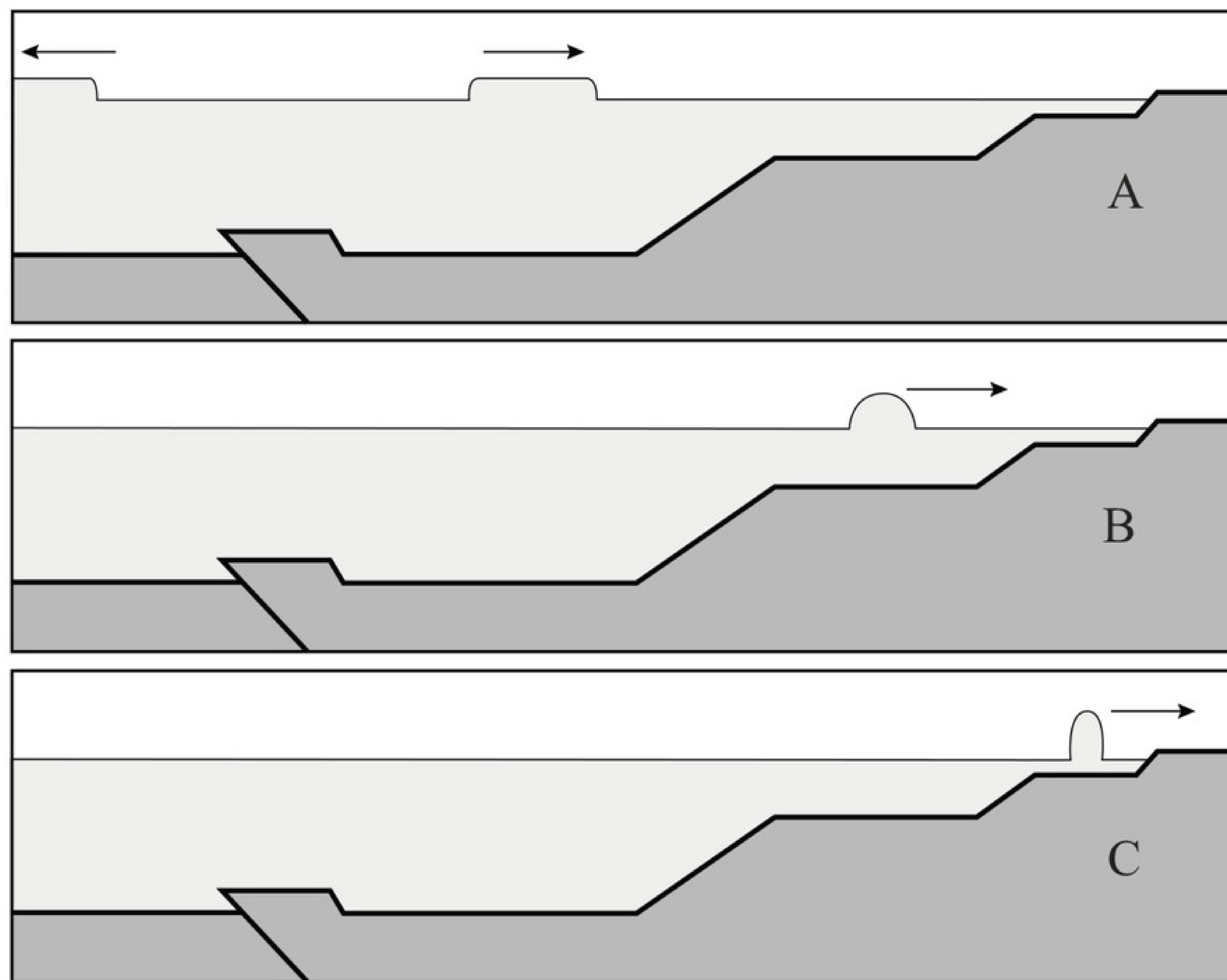
Figuur 69a laat zien hoe de waterberg zich naar rechts (en naar links) verplaatst als een golfberg. De snelheid v waarmee dat gebeurt, wordt gegeven door:

$$v = \sqrt{gd}$$

Hierin is:
- g de valversnelling;
- d de diepte van de zee.

In figuur 69b en 69c nadert de waterberg de kust, waarbij de diepte van de zee kleiner wordt. Er treden hierbij twee effecten op: de waterberg wordt smaller en de waterberg wordt hoger.

b Geef voor beide effecten een natuurkundige verklaring.

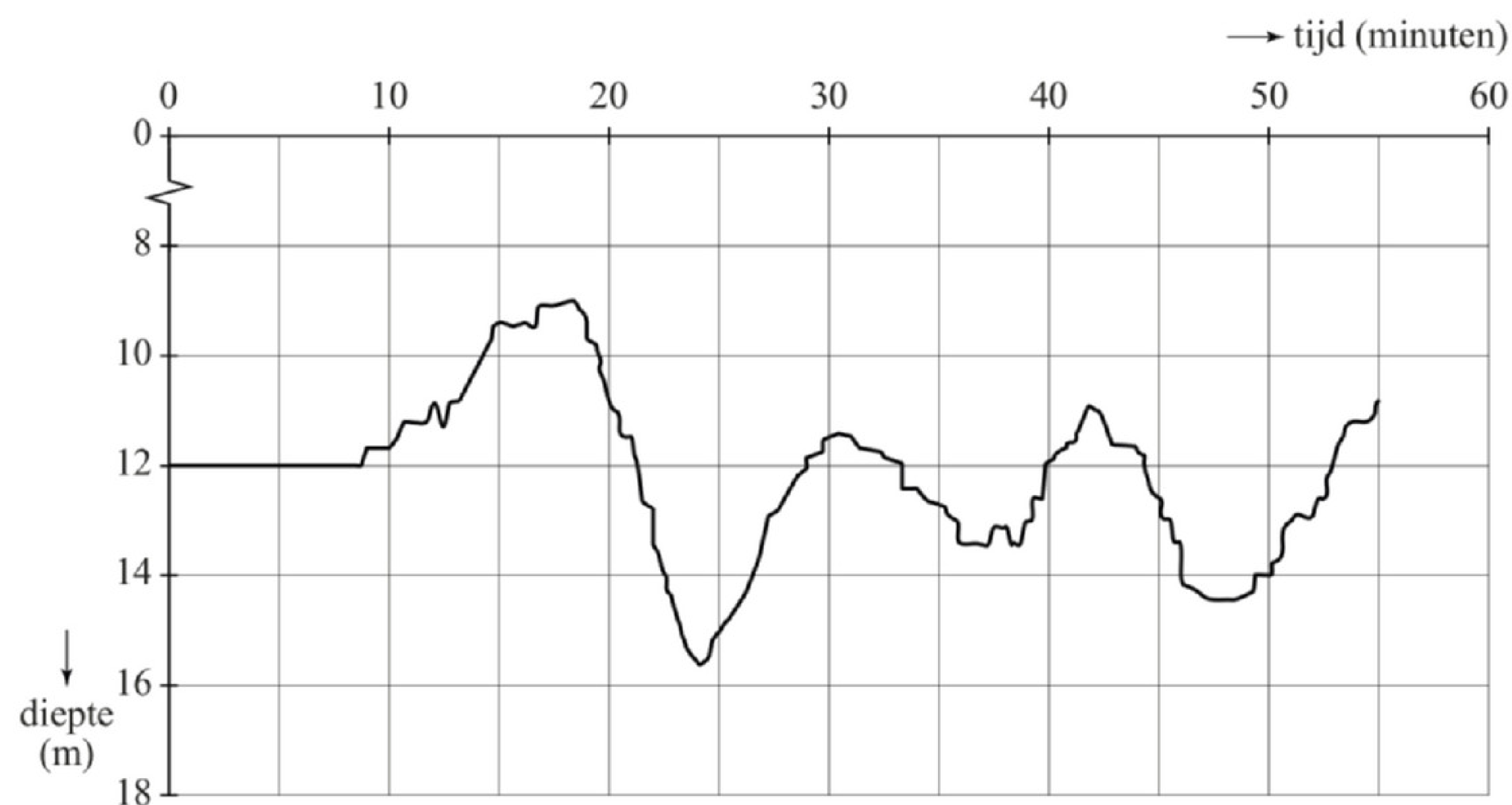


▲ **figuur 69** Een tsunami bereikt de kust.

De gevolgen van een tsunami kunnen aan de kust desastreus zijn. Overheden zoeken dan ook naar manieren om de bevolking van gebieden in de gevarenzone vroegtijdig te waarschuwen. Eén manier werkt als volgt. Een aardverschuiving van de zeebodem veroorzaakt schokgolven door de aardkorst waarvan de voortplantingssnelheid het dubbele is van de voortplantingssnelheid van geluid in steen. Omdat deze snelheid groter is dan de snelheid van de waterberg, bereikt de schokgolf de kust eerder dan de tsunami.
Stel dat een aardverschuiving plaatsvindt op 2500 km van een meetpunt aan de kust en dat de zee een diepte heeft van 3,0 km.

c Bereken het tijdsverschil tussen het waarnemen van de schokgolf en de komst van de tsunami.

In werkelijkheid verloopt het ontstaan van een tsunami vaak complexer dan in figuur 69 is weergegeven. De aardverschuiving vindt meestal in meerdere stappen plaats en soms komen ook verzakkingen van de zeebodem voor. De golf die bij de kust aankomt, is dan ook meestal uitgebreider en kan bestaan uit meerdere golfbergen en golfdalen.
Figuur 70 geeft een registratie van de waargenomen diepte van de zee onder een schip vlak voor de kust van Phuket (Thailand) bij de tsunami van 2004.



▲ **figuur 70** de diepte van de zee vlak voor de kust van Phuket tijdens een tsunami

d Leg met behulp van figuur 70 uit of bij Phuket eerst een golfdal of eerst een golfberg arriveerde.

e De golflengte van de tsunami bepaalt mede hoe hevig de kust wordt getroffen. Bepaal met behulp van figuur 70 de golflengte van de tsunamigolven vlak voor de kust van Phuket.

bron: examen vwo 2014-I

7 Practicum

EXPERIMENT 1 De veerconstante (begripspracticum)

Inleiding
Als je een veer waaraan een massa hangt een stukje naar beneden trekt en dan loslaat, gaat de veer trillen. De trillingstijd is afhankelijk van de stugheid van de veer en de grootte van de massa.

Onderzoeksvragen
1 Is de veerconstante C (een maat voor de stugheid van de veer) te bepalen met behulp van de trillingstijd?
2 Welk verband is er tussen de trillingstijd en de massa?

Benodigdheden
statiefmateriaal; diverse veren; vijf massablokjes van 50 g; stopwatch

Uitvoering
- Meet de trillingstijd van het massa-veersysteem bij de verschillende veren met steeds gelijke massa.
- Meet bij een van de veren de trillingstijden bij verschillende massa's.

Verwerking

1 Leg uit hoe je de trillingstijd zo nauwkeurig mogelijk bepaalt.
2 Bereken C voor de verschillende veren.
3 Maak een tabel met de meetresultaten van trillingstijd en massa.
4 Maak met behulp van de gegevens in de tabel een grafiek waarin je T^2 uitzet tegen m.

Conclusie
5 Beantwoord de onderzoeksvragen.

EXPERIMENT 2 Dobberen (onderzoekspracticum)

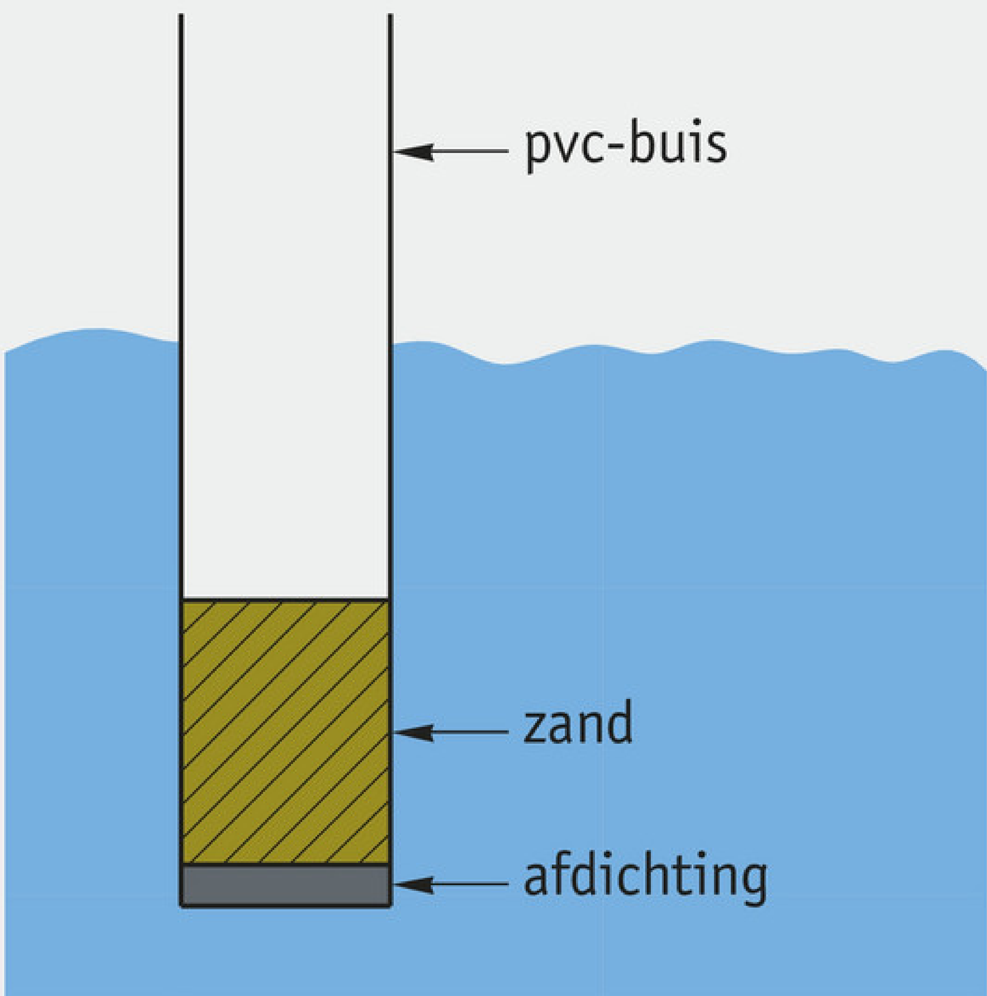
Inleiding
Een dobber, ook wel drijver genoemd, is een hulpmiddel dat wordt gebruikt bij het sportvissen. De dobber is gemaakt van een stof met een dichtheid die kleiner is dan de dichtheid van water, zodat hij op het water kan blijven drijven. In dit experiment bestaat de dobber uit een stuk pvc-pijp die aan één zijde is afgesloten en is verzwaard met zand (figuur 71). Door de hoeveelheid zand te veranderen verandert de massa m van de dobber. Deze dobber laat je een stukje boven het wateroppervlak los, waarna hij in het water een gedempte trilling uitvoert.
Je mag aannemen dat deze trilling een (gedempte) harmonische trilling is. Er geldt voor de trillingstijd:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Onderzoeksvragen
1 Is k in de formule voor de trillingstijd afhankelijk van de massa m van de dobber?
2 Is de mate van demping afhankelijk van de massa m van de dobber?

Benodigdheden
pvc-buis aan één zijde gesloten; stopwatch; zand; weegschaal; emmer met water

Uitvoering
- Bepaal de trillingstijd bij verschillende massa's van de dobber.
- Noteer bij elke meting na hoeveel trillingen de dobber stilligt.



▲ **figuur 71** doorsnede van de dobber

Verwerking

1 Leg uit hoe je de trillingstijd zo nauwkeurig mogelijk bepaalt.
2 Bepaal k.

3 Maak een diagram waarin je k uitzet tegen m.
4 Maak twee (uitwijking,tijd)-diagrammen: één voor de trilling bij de kleinste massa van de dobber en één voor de trilling bij de grootste massa van de dobber.

Conclusie

5 Beantwoord de onderzoeksvragen.

EXPERIMENT 3 De proef van Melde (onderzoekspracticum)

Inleiding

Door één zijde van een touw in trilling te brengen ontstaat in het touw een lopende golf. Terugkaatsing van de golven aan beide zijden van het touw kan ervoor zorgen dat er onder bepaalde omstandigheden een staande golf ontstaat. Bij de ‘grondfrequentie’ komt de lengte van het touw overeen met ½λ. Door de spankracht en/of de frequentie van de trillingen te veranderen, of een koord met een andere massa te nemen, kun je ervoor zorgen dat er ‘boventonen’ ontstaan.

Onderzoeksvraag

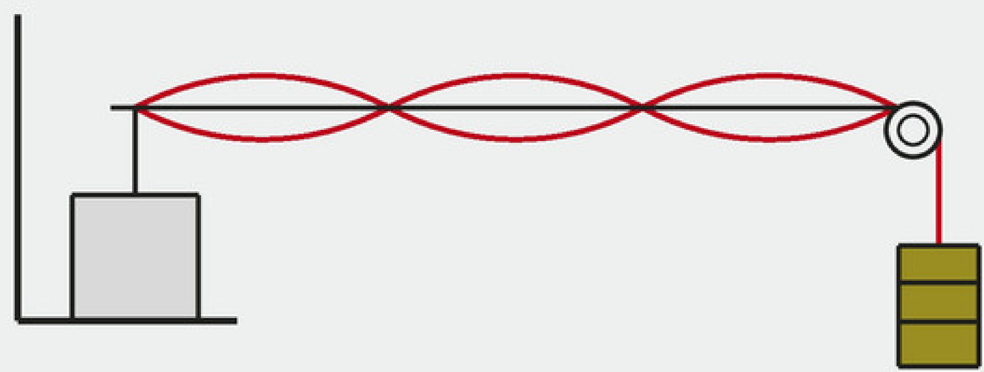
Wat is het verband tussen spankracht en golflengte van het staande golfverschijnsel?
Uitbreiding: wat is de invloed van de massa van het touw?

Benodigdheden

trillingsbron (50 Hz); touw (circa 1 m); massablokjes en massahouder; rolmaat

Uitvoering

- Bevestig het touw aan de trillingsbron.
- Hang aan het andere uiteinde van het touw (figuur 72) zo veel massa dat er een staande golf met één buik ontstaat.
- Verander de massa zodat er achtereenvolgens twee en drie buiken ontstaan.
- Uitbreiding: doe de proef nog twee keer met touwen met verschillende massa’s.



▲ **figuur 72** staande golven in het touw

Verwerking

1 Leg uit wat het verband is tussen de golflengte en de golfsnelheid.
2 Bereken de spankracht in het touw in de situaties dat er een staand golfverschijnsel optreedt.
3 Zet in een grafiek het verband uit tussen de golfsnelheid en de spankracht in het touw.
- Uitbreiding: onderzoek het verband tussen de massa van het touw en de snelheid van de golven.

Conclusie

4 Beantwoord de onderzoeksvraag. Als je de uitgebreide versie van het experiment hebt gedaan, beantwoord je ook de tweede onderzoeksvraag.

Je docent beslist of je het volgende experiment uitvoert volgens de instructies of dat je de uitgebreide omschrijving krijgt.

EXPERIMENT 4 Bepaling van de geluidssnelheid (demonstratieproef)

Inleiding

Als je met behulp van een frequentiegenerator ofwel toongenerator via een speaker geluid in een luchtkolom veroorzaakt, ontstaat er bij bepaalde lengten van de luchtkolom een staande golf, resonantie. De lengte van de luchtkolom kun je aanpassen door meer of minder water in de buis te laten.

Onderzoeksvraag

Hoe bepaal je de geluidssnelheid in lucht met behulp van de opeenvolgende lengten van de luchtkolom waarbij resonantie optreedt?

ONDERZOEK Toonladder met een flesje

Inleiding
Vergelijkbaar met een kerkorgel gaat een luchtkolom in een glazen flesje resoneren als er luchttrillingen aanwezig zijn die overeenkomen met de eigenfrequentie van de luchtkolom in het flesje.

Onderzoeksvraag
Kun je met een glazen flesje en water een toonladder maken?

Praktisch
Plak aan de zijkant van een glazen frisdrankflesje een smalle strook papier, bijvoorbeeld een strook van een zelfklevend etiket. Plak de strook in de lengterichting, dus van hals naar bodem. Blaas zó over de opening van de fles heen dat er een duidelijk hoorbare toon ontstaat. Giet water in de fles en ga na wat er met de toonhoogte gebeurt. Probeer door de waterhoogte te veranderen een toonladder te maken; streep op het etiket de waterhoogte bij de achtereenvolgende muzieknoten aan.

Conclusie
Beantwoord de onderzoeksvraag.

Maak de online diagnostische toets (Test jezelf).



HOOFDSTUK 10

Aarde en heelal

Het heelal heeft voor veel mensen iets magisch. Er zijn nog veel geheimen te ontdekken. Om ver in de onmetelijke ruimte te kunnen kijken, maken onderzoekers gebruik van (radio)telescopen die op het aardoppervlak staan. Maar er wordt ook naar het heelal gekeken vanaf satellieten die in een baan om de aarde cirkelen. Daarmee hopen onderzoekers meer te weten te komen over het ontstaan en de toekomst van het heelal en onze aarde.

Introductie

Praktijk

Theorie

Maatschappij

Wat weet je al over de aarde en het heelal?

Leerdoelen
1 Je kunt berekeningen maken met de formule voor de eenparige beweging ($s = v \cdot t$).
2 Je kunt een kracht ontbinden in componenten.
3 Je kunt de omtrek van een cirkel berekenen.
4 Je kunt rekenen met de formule voor de zwaartekracht.
5 Je kunt de snelheid berekenen bij een eenparige beweging.
6 Je kunt het verschil tussen massa en gewicht uitleggen.
7 Je kunt de effecten van een resulterende kracht op een voorwerp benoemen.

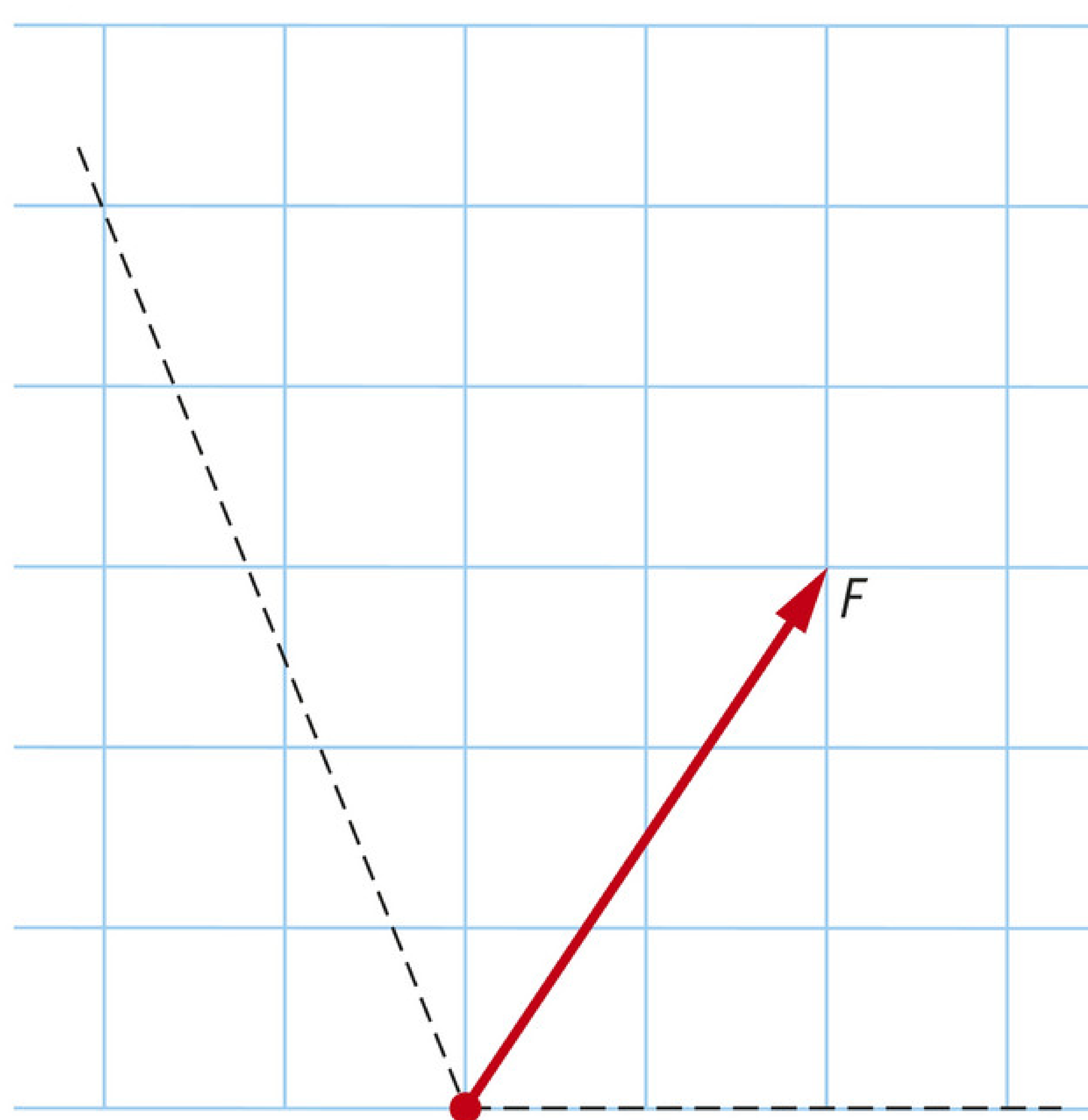
In de vorige leerjaren van Nova Natuurkunde heb je al een aantal dingen geleerd over de aarde en het heelal. Je hebt deze kennis weer nodig wanneer je aan dit hoofdstuk begint. Wil je snel controleren wat je nog weet? Maak dan de volgende opdrachten.

Opdrachten voorkennis

1 De snelheid van het licht is $3{,}0 \cdot 10^8$ m s-1.
Bereken in hoeveel seconden het licht de afstand van de zon tot de aarde ($1{,}50 \cdot 10^{11}$ m) aflegt.

Het licht legt de afstand af in ________s.

2 De kracht F in afbeelding 1 is 50 N.
a Ontbind de kracht in twee componenten, in de aangegeven richtingen.
b Bepaal de grootte van de componenten.



▲ **afbeelding 1**

3 Een cirkel heeft een diameter van 2,0 cm.
Bereken de omtrek van de cirkel. Geef je antwoord in twee significante cijfers.

De omtrek is ________m.

4 Op een voorwerp werkt een zwaartekracht van 15 N.
Hoe groot is de massa van het voorwerp?
☐ A 1,53 g
☐ B 1,53 kg
☐ C 0,65 g
☐ D 0,65 kg

5 In de kermisattractie Gravitron nemen de passagiers plaats in een soort ton die gaat draaien. De passagiers blijven vanaf een bepaald toerental aan de wand van de ton 'plakken'. De passagiers leggen per omwenteling een afstand van 20 m af, en draaien in 1,0 minuut 22× rond.
Bereken de snelheid van de passagiers in de Graviton.

De snelheid van de passagiers is ________ m s^{-1}.

6 In afbeelding 2 zie een astronaut zweven in het ruimteschip ISS, dat in een baan om de aarde draait.



▲ **afbeelding 2**

De massa van de astronaut is in deze situatie:
☐ A 0 kg.
☐ B veel kleiner dan zijn massa op de aarde, maar niet gelijk aan 0 kg.
☐ C hetzelfde als zijn massa op de aarde.

7 Een motor rijdt door een bocht met constante snelheid.
Welke uitspraak is juist?
☐ A De resulterende kracht is nul.
☐ B De resulterende kracht is ongelijk aan nul.
☐ C Je kunt niets over de resulterende kracht zeggen, want je weet de grootte van de krachten die op de motor werken niet.

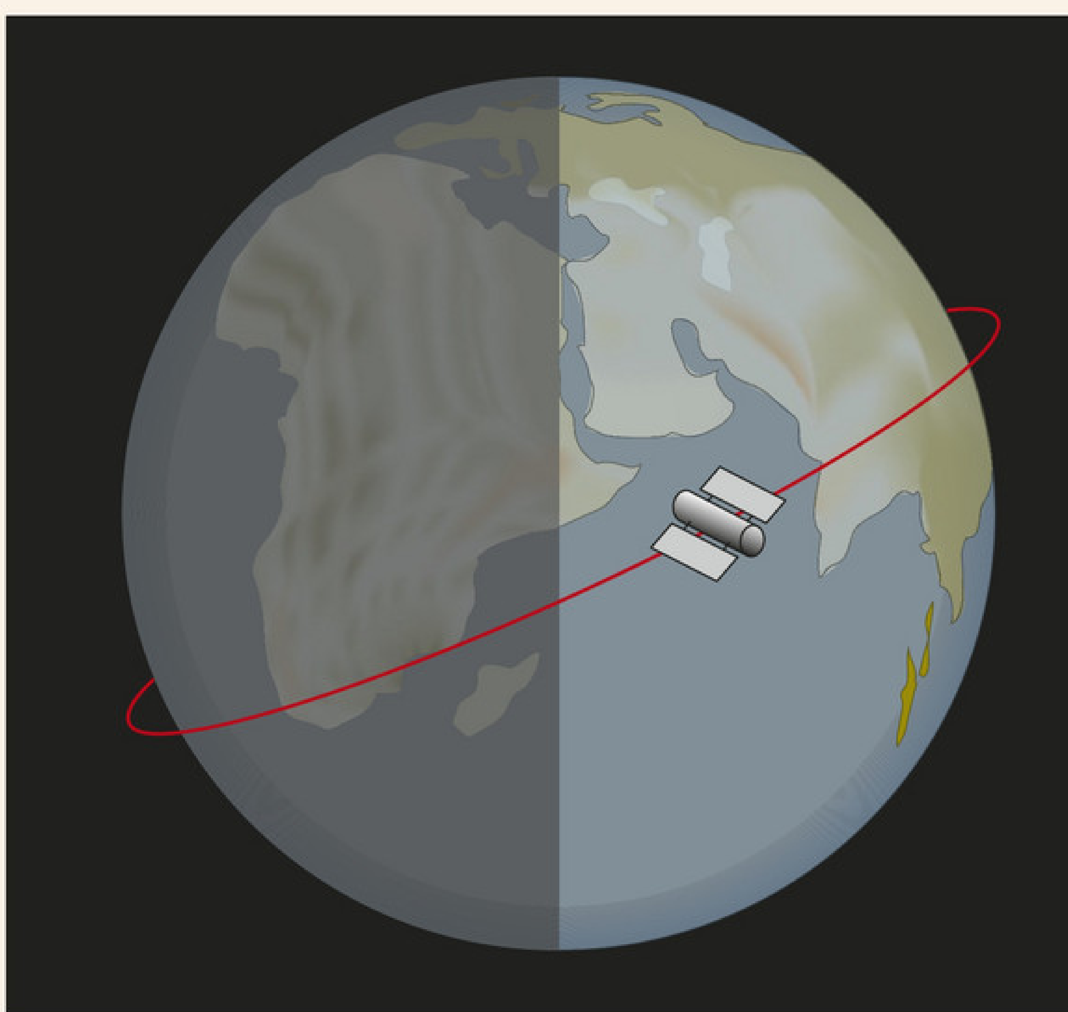
 Wil je weten of je voldoende voorkennis hebt voor dit hoofdstuk, maak dan online de *Voorkennistoets*.

Praktijk

Het ISS, een bijzondere ruimtemissie

In het ruimtestation ISS (*International Space Station*) maken astronauten zestien keer per etmaal een zonsopkomst en zonsondergang mee. De aarde ziet er spectaculair uit tegen de zwarte achtergrond van het heelal. Vanuit de uitzichtkoepel zijn details op aarde met een grootte vanaf vijfhonderd meter te zien. Met een eenvoudige verrekijker worden zelfs gebouwen, schepen en oases zichtbaar. Een belangrijk deel van het werk van de astronauten bestaat uit het uitvoeren van wetenschappelijke experimenten binnen en buiten het ruimtestation.





▲ **figuur 1** het ISS in zijn baan om de aarde

Satellieten

In de afgelopen vijftig jaar zijn er vele duizenden door mensenhanden gemaakte voorwerpen de ruimte in geschoten. Een groot deel daarvan draait in banen rondom de aarde: satellieten of kunstmanen. Er zijn verschillende soorten satellieten. Ze worden gebruikt voor navigatie, communicatie, spionage en om het weer te voorspellen. Tijdens een heldere nacht, bij nieuwe maan wanneer de maan niet zichtbaar is, is een aantal van die kunstmanen aan de hemel te zien. Het zijn heldere stippen die zich langs de hemel verplaatsen. Soms is ook een felle flits zichtbaar als zonnepanelen van een satelliet het zonlicht in de richting van de aarde reflecteren.

De bekendste satelliet is het internationale ruimtestation ISS. Vanwege de lage baan om de aarde en door de positie van de zon is het ruimtestation steeds maar voor korte perioden zichtbaar (figuur 1). De NASA, de Amerikaanse ruimtevaartorganisatie die het ISS-project coördineert, heeft op haar sightings-webpagina een lijst met data waarop het ISS zichtbaar is.

‘De bemanning moest met spoed evacueren toen een stuk ruimteschroot in de buurt van het ISS kwam.’



▲ **figuur 2** het ruimtestation ISS

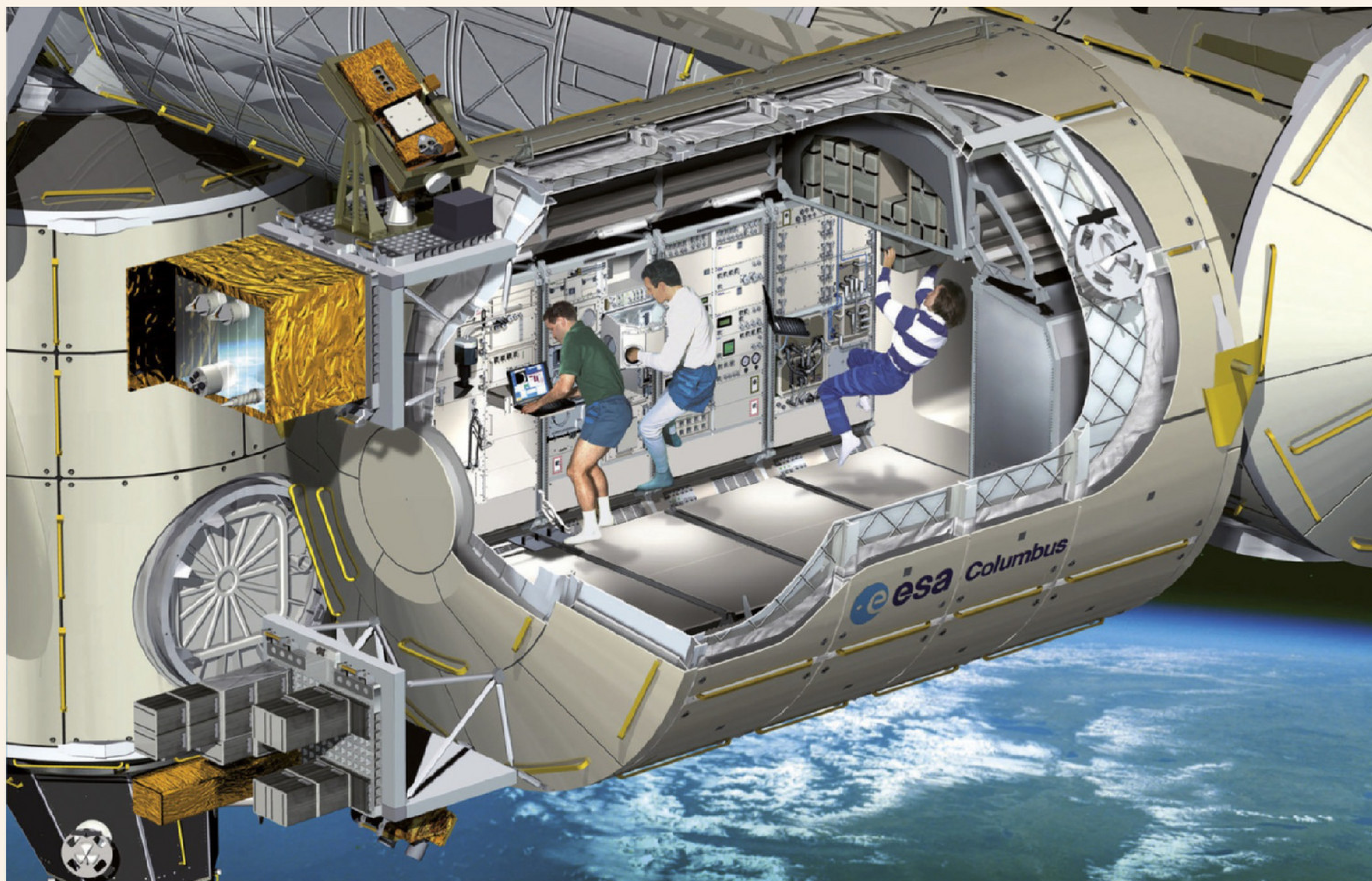
Het International Space Station

Het ISS is een bemand ruimtestation waarvoor het initiatief al in 1984 werd genomen door de Verenigde Staten. Japan, Canada en Europa werden uitgenodigd om aan het project deel te nemen. Later sloot ook Rusland, dat al jarenlang ervaring had met het ruimtestation MIR, zich aan. Het eerste deel van het ISS werd in 1998 gelanceerd en vanaf het jaar 2000 werd het ISS permanent bewoond. In de loop van de jaren is het ruimtestation steeds verder uitgebreid met nieuwe modules. Dat zijn dienstmodules (voor controle, communicatie en huisvesting), verbindingsstukken (koppelingen die het mogelijk maken van de ene naar de andere module te gaan), zonnepanelen (voor de energievoorziening) en wetenschappelijke modules (laboratoria). In de laboratoria wordt onderzoek verricht, onder andere naar het effect van gewichtloosheid op de mens en op eigenschappen van materialen. Sommige experimenten worden uitgevoerd als voorbereiding op toekomstige missies naar Mars.

Het ISS draait op een hoogte van ongeveer 350 km met constante snelheid van circa 27 700 km h^{-1} rondjes om de aarde. De aantrekkingskracht van de aarde voorkomt dat de satelliet in de ruimte verdwijnt. De ruimte waarin het ISS beweegt is bijna luchtledig. Toch zorgt de zeer ijle lucht die zich op deze hoogte bevindt voor zo veel wrijving dat het ruimtevaartuig per dag ongeveer 100 m zou dalen als er niet voortdurend zou worden gecorrigeerd. Om de bemanning te wisselen of onderdelen aan te voeren, worden er regelmatig vluchten uitgevoerd met de Sojoez, een ruimteschip dat ook dienst kan doen als reddingssloep van het ISS. Het ISS zal naar verwachting in 2024 uit zijn baan om de aarde worden gehaald en dan gecontroleerd in de oceaan neerkomen. Dit is om te voorkomen dat de satelliet deel gaat uitmaken van de ‘wolk’ van ruimtepuin die om de aarde zweeft.

In het ruimtestation

Naast verschillende bezoekers zoals de Belgische astronaut Frank De Winne en enkele betalende ruimtetoeristen kent het ruimtestation een vaste bemanning van zes astronauten. De Nederlander André Kuipers woonde van 19 tot 30 april 2004 en van 21 december 2011 tot 1 juli 2012 in het ISS. Voorafgaand aan de ruimtemissie krijgen alle bemanningsleden een zware fysieke training. Ze worden ook getraind op andere aspecten die van belang zijn om een nuttige bijdrage te leveren, bijvoorbeeld een training laserafstandsmeting. Wanneer de radar defect is op het moment dat de Sojoez het ruimtestation nadert, moet met een speciale laser de afstand tot het station worden gemeten. Met de resultaten van deze metingen kan de commandant dan toch zorgen voor een veilige koppeling tussen de Sojoez en het ruimtestation.
Ruimtemissies zijn voor astronauten niet zonder risico. Vooral de start, de koppeling, de afdaling in de atmosfeer en de landing zijn gevaarlijk. Maar ook tijdens het verblijf in het ISS zijn er spannende momenten.
In maart 2012 moest de bemanning met spoed evacueren naar de Sojoez, omdat een stuk ruimteschroot van een oude Russische satelliet in de buurt van het ISS kwam. Er waren te weinig gegevens bekend om een uitwijkmanoeuvre te maken. Toen het gevaar was geweken en het ruimtepuin op 10 km was gepasseerd, kon



▲ **figuur 3** een van de modules van het ISS: het Europese laboratorium Columbus

de bemanning weer uit de ruimtesloep terugkeren naar het ruimtestation.

Onderzoek in de ruimte

Het Europese Columbus-laboratorium is een van de modules van het ISS (figuur 3). Omdat de ruimte in de module beperkt is, moet alles zo klein en compact mogelijk zijn. Aan de buitenkant van Columbus is ook apparatuur aangebracht. Hiermee wordt de ruimteatmosfeer onderzocht en worden proeven gedaan op het gebied van astronomie en aardobservatie.

Er wordt veel onderzoek gedaan naar de invloed van gewichtloosheid op de levende natuur (biologische en medische experimenten) en op scheikundige en natuurkundige verschijnselen. In andere experimenten, zoals het *Materials Exposure and Degradation Experiment* (MEDET), wordt het gedrag van materialen bestudeerd in de barre omgeving van de ruimte, of wordt onderzoek gedaan naar micrometeorieten en ander materiaal dat het ruimtestation dagelijks raakt. Ongeveer de helft van de tijd wordt door de bemanning besteed aan wetenschappelijke experimenten. De rest van de werktijd is nodig voor controles en onderhoudswerkzaamheden aan het ISS.

U moet de groenten van Mars hebben

De plannen zijn er al: over een jaar of vijftien zullen de eerste mensen zich op de planeet Mars vestigen. En om daar zelfvoorzienend te overleven hebben ze uiteraard voedsel nodig. Liefst groenten en fruit. Om dit allemaal voor elkaar te krijgen, loopt er een uitgebreid onderzoek. Marsgrond heeft namelijk een andere samenstelling dan de aardbodem. Dit kan van invloed zijn op bijvoorbeeld de opname van zware metalen door planten. De eerste resultaten zijn ondertussen bekend. En wat blijkt? Wortels, radijsjes, erwten, aardappelen en tomaten groeien prima op Marsgrond. Maar zijn ze ook eetbaar? Jawel, de hoeveelheid zware metalen in de groenten valt binnen de wettelijke norm.
bron: www.plantenziektekunde.nl

Na het ISS

Tegen de tijd dat het ISS zijn taak heeft volbracht, zullen er veel nuttige wetenschappelijke experimenten zijn uitgevoerd. Er wordt nagedacht om als vervolg op de ISS-missie ergens in de ruimte een permanent ruimtestation te vestigen, bijvoorbeeld op de maan of op Mars. Essentieel voor een bemande missie is de aanwezigheid van water en dat blijft een probleem. Maar misschien is de techniek tegen die tijd al zo ver ontwikkeld dat de mens zelf op aarde blijft en er robots op ruimtemissie worden gestuurd.

Opdrachten

Bestudeer eerst de theorie van dit hoofdstuk voordat je de volgende opdrachten uitvoert.

1 ISS (I)
Het ISS beweegt in een cirkelbaan rond de aarde.
- **a** Bereken de omtrek van de baan van het ISS met behulp van gegevens in de tekst en in Binas.
- **b** Bereken hoelang de tijdsduur van één omwenteling van het ISS is.

2 Vlucht rond de aarde
De aarde draait om de zon. Het vlak van de evenaar maakt een hoek van 23,4° met het vlak waarin de aarde om de zon draait.
- **a** Teken de aarde als een cirkel en geef daarin de aardas en de evenaar aan.
- **b** Het ISS vliegt in een baan rond de aarde van west naar oost en kruist de evenaar onder een hoek van 51,6°. Teken met een andere kleur een lijn die de baan van het ISS aangeeft.

3 ISS (II)
Het ISS beschrijft een cirkelbaan onder een hoek van 51,6° met de evenaar.
- **a** Leg het verschil uit tussen de baan van het ISS en de baan van een geostationaire satelliet.
- **b** Leg uit dat een geostationaire satelliet zich wel boven de evenaar, maar niet boven een keerkring of boven de polen kan bevinden.

+4 Satelliet
Een satelliet cirkelt rond de aarde. Voor de omlooptijd T geldt:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{r^3}{G \cdot M}}$$

Hierin is:
- r de afstand van de satelliet tot het middelpunt van de aarde;
- G de gravitatieconstante;
- M de massa van de aarde.

a Leid deze formule af met behulp van de volgende drie formules:

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T}$$

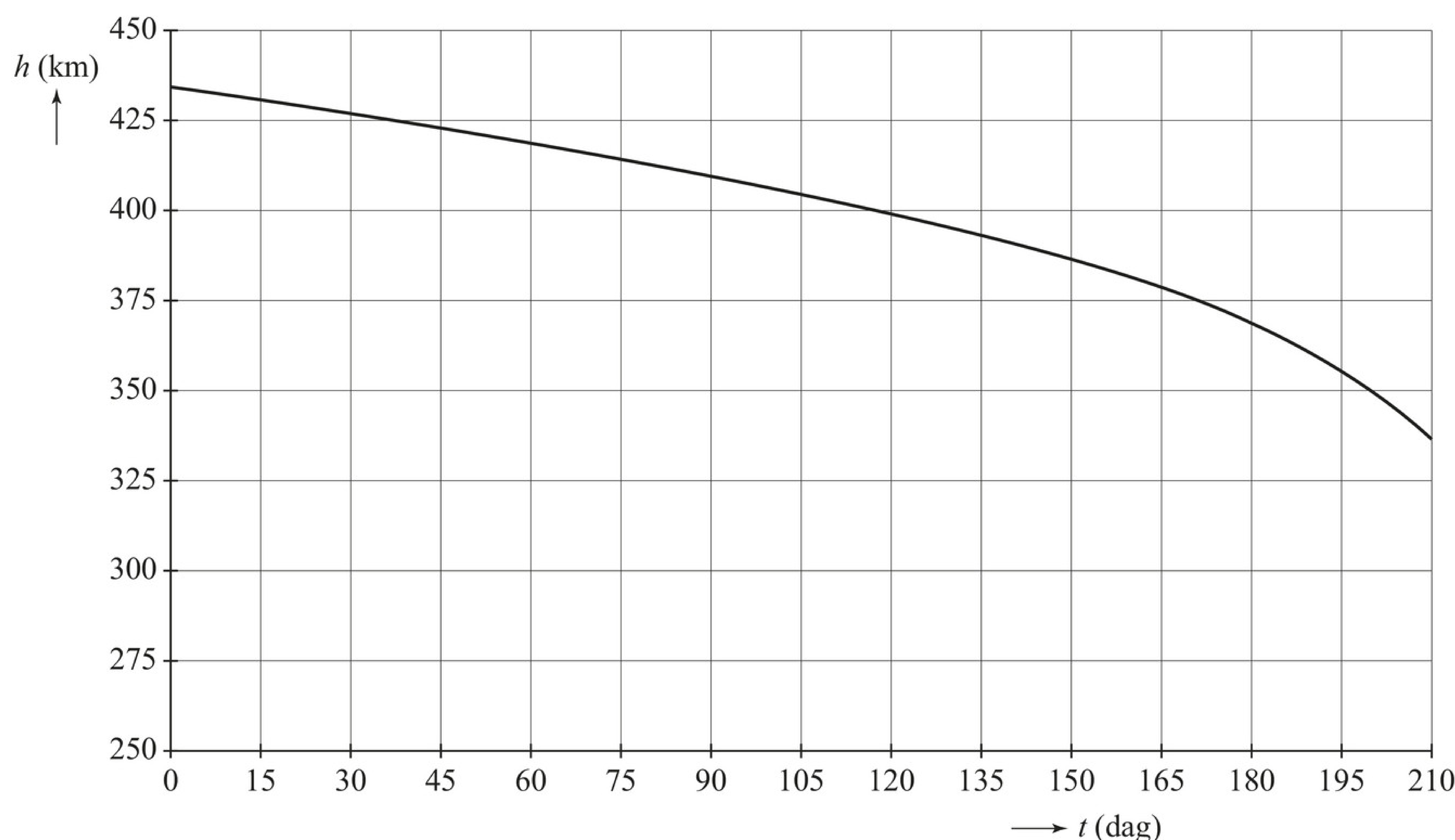
$$F_{mpz} = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

$$F_g = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$$

Een satelliet die door de buitenste lagen van de atmosfeer rondcirkelt, ondervindt een kleine wrijvingskracht. Als hij geen aandrijfmotor heeft, zal hij daardoor in een steeds lagere baan rond de aarde gaan cirkelen en uiteindelijk op de aarde neerstorten. In figuur 4 zie je de grafiek van dit proces.

b Op een bepaald moment bevindt de satelliet zich op een hoogte van 400 km boven de aarde. Bepaal met behulp van figuur 4 het hoogteverlies van de satelliet per dag op dat moment.

naar: examen vwo 2011-II



◀ **figuur 4** het hoogteverloop van een satelliet

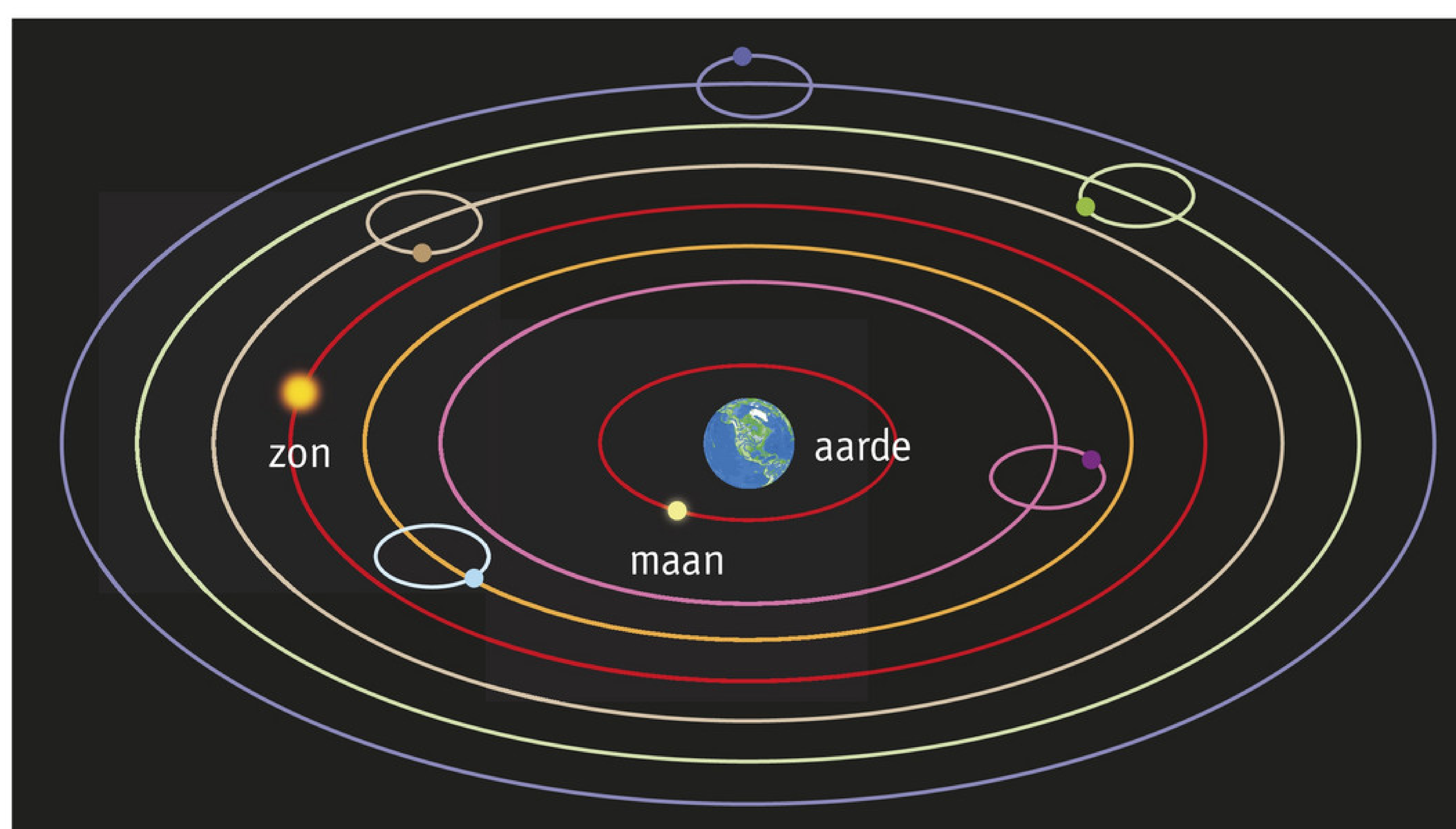
1 Hemellichamen

In deze paragraaf leer je:
- de verschillen tussen het heliocentrisch en geocentrisch wereldbeeld kennen;
- waarnemingen van maanfasen en de hemelbaan van zon, maan en sterren begrijpen;
- de hemellichamen maan, planeet, komeet en meteoriet kennen;
- het begrip zonnestelsel kennen.

Als je op een heldere nacht naar de hemel kijkt, zie je een enorme hoeveelheid sterren, dikwijls de maan en soms een vallende ster. Het heelal heeft altijd een grote aantrekkingskracht op mensen gehad, al begrepen ze de verschijnselen die aan de hemel optreden lang niet altijd.

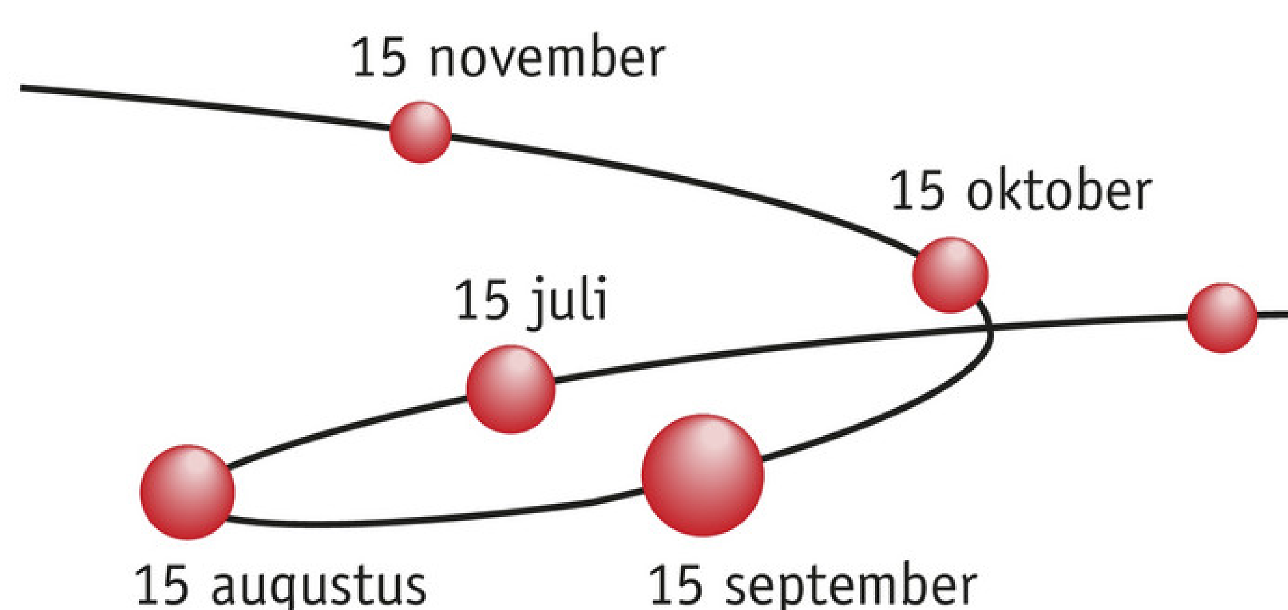
Geocentrisch en heliocentrisch wereldbeeld

In veel oude culturen hielden wetenschappers zich bezig met het waarnemen en beschrijven van de bewegingen van sterren en andere hemellichamen. Sterrenkundigen dachten vroeger dat de aarde het middelpunt van het heelal was en dat alle hemellichamen, dus ook de sterren en de zon, in cirkelbanen om de aarde heen draaiden. Dit wordt het **geocentrisch wereldbeeld** genoemd (figuur 1). De sterrenkundigen zagen de sterren aan de hemelbol ronddraaien, maar ten opzichte van elkaar niet bewegen.



▲ **figuur 1** geocentrisch wereldbeeld volgens Ptolemaeus

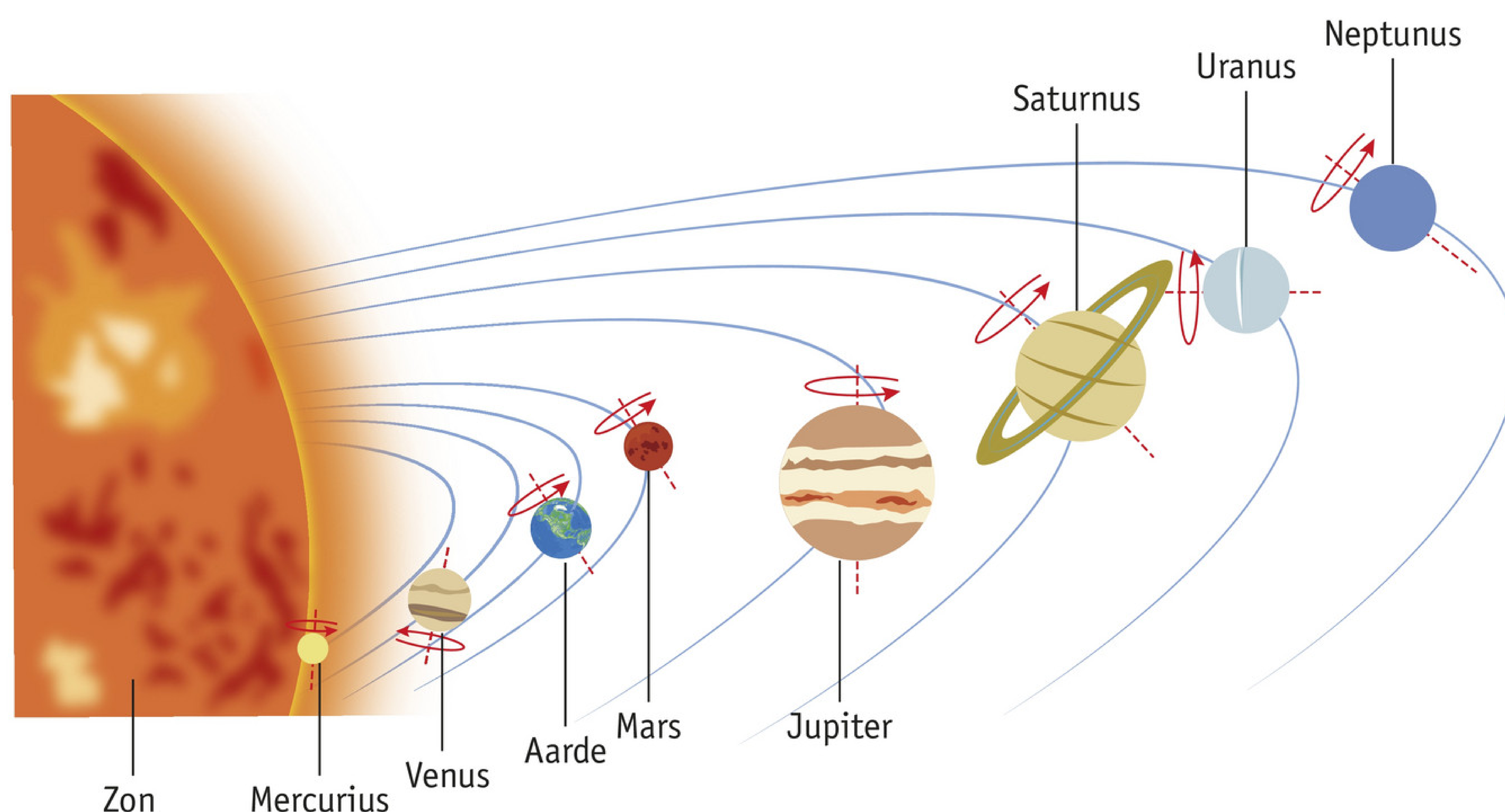
Sommige hemellichamen leken af en toe achteruit en daarna weer vooruit te bewegen. Ze beschreven als het ware lussen tussen de sterren. Ze werden dwaalsterren, in het Grieks *planetos*, genoemd. Daar is de naam **planeet** van afgeleid. De waargenomen lusbeweging is in figuur 2 voor de planeet Mars weergegeven.



▲ **figuur 2** de lusvormige beweging van Mars

De Griekse wetenschapper Ptolemaeus stelde een model op waarmee hij de beweging van de planeten aan de hemel met een geocentrisch model kon verklaren. Volgens Ptolemaeus beschreef elke planeet een cirkelbaan rond een denkbeeldig middelpunt, en draaide dat punt op zijn beurt rond de aarde. De sterren bevonden zich in dit model op zeer grote afstand op een vaste positie op een boloppervlak dat ook rond de aarde draaide.

In 1543 publiceerde de Pools-Duitse wis- en sterrenkundige Copernicus het boek *Revolutionibus Orbium Coelestium* ('Over de omwentelingen van de hemellichamen'). In dat boek ging hij ervan uit dat niet de aarde, maar de zon in het midden van ons zonnestelsel staat. De planeten en ook de aarde draaien in cirkelvormige banen rond de zon. Dit wordt het **heliocentrisch wereldbeeld** genoemd (figuur 3). De beweging van de sterren aan de hemelbol is in dit model een gevolg van de draaiing van de aarde om haar eigen as. Ook de lusvormige beweging van de planeten kon Copernicus hiermee verklaren.



▲ **figuur 3** heliocentrisch wereldbeeld volgens Copernicus

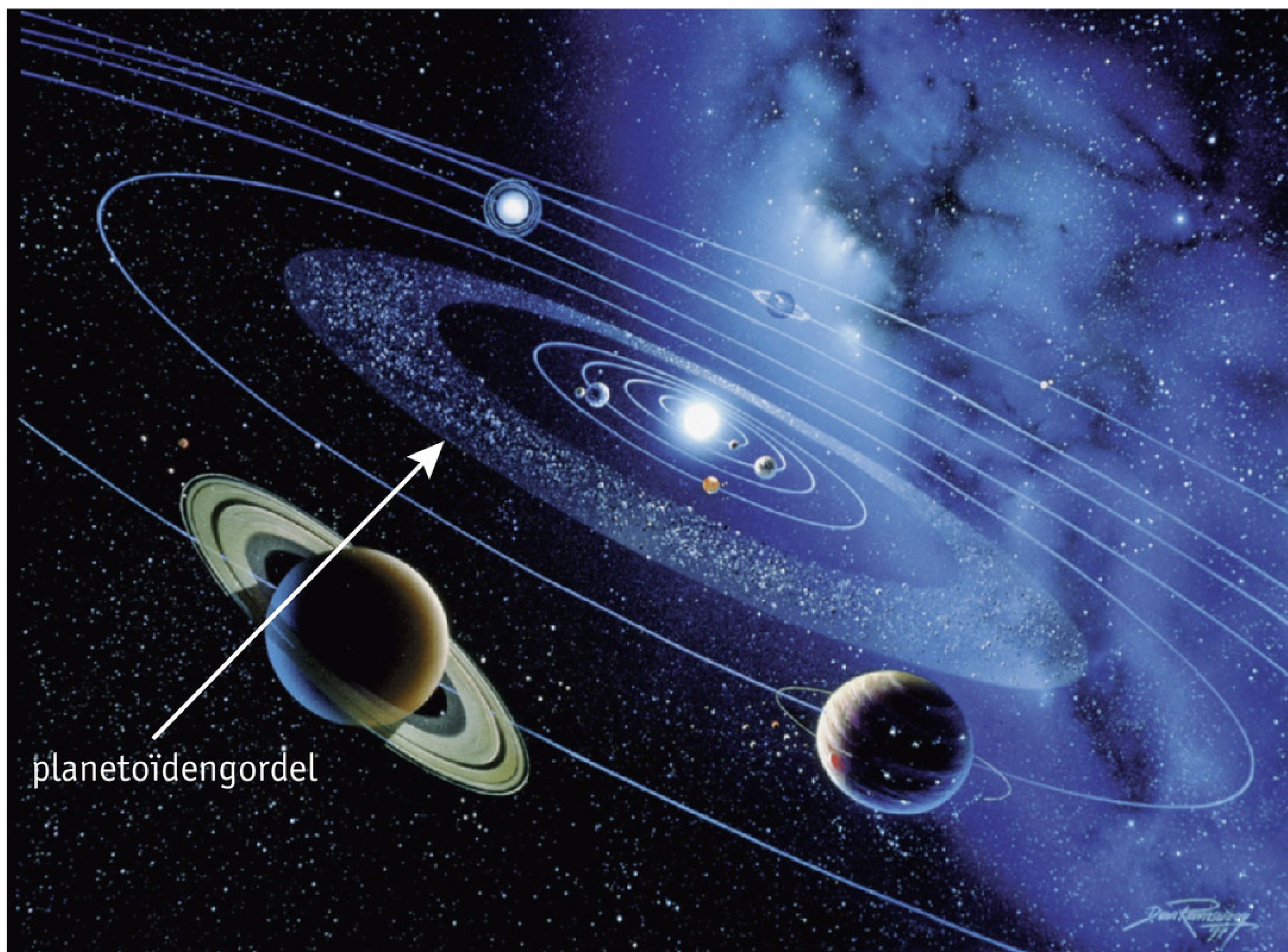
In 1610 ontdekte de Italiaan Galileo Galilei dat er een aantal manen rond de planeet Jupiter draaide. Niet alle hemellichamen draaiden blijkbaar rond de aarde. De ontdekking van Galilei betekende dat veel wetenschappers het heliocentrisch wereldbeeld accepteerden.

Doordat de aarde rond haar eigen as draait zie je de zon overdag langs een cirkelbaan aan de hemel bewegen. Afhankelijk van het seizoen en de plaats op aarde waar je je bevindt ligt deze baan hoger of lager boven de horizon. Ook de tijd dat de zon zichtbaar is (de lengte van de dag), is hiervan afhankelijk.
Door hun geringe lichtsterkte zijn sterren alleen 's nachts zichtbaar. Vanwege de draaiing van de aarde beschrijven ook de sterren een cirkelbaan aan de hemel.

Het zonnestelsel

De aarde maakt deel uit van het zonnestelsel. Ons **zonnestelsel** bestaat uit de zon waar de acht planeten Mercurius, Venus, Aarde, Mars, Jupiter, Saturnus, Uranus en Neptunus omheen draaien. Elke planeet draait bovendien nog om zijn eigen as. Sommige planeten hebben een of meer manen. Een **maan** is een hemellichaam dat om een planeet cirkelt. De aarde heeft één maan, Mercurius en Venus hebben geen manen en Jupiter en Saturnus hebben er een heleboel. Saturnus is bekend om zijn ringen, die bestaan uit brokken ijs, steen en stofdeeltjes. Maar ook Jupiter, Uranus en Neptunus hebben ringen, alleen niet zulke duidelijke. Binas tabel 31 bevat veel informatie over ons zonnestelsel.

Tussen Mars en Jupiter cirkelen ook nog rots- en ijsblokken rond de zon, de zogenoemde planetoïden (figuur 4). **Planetoïde** betekent 'kleine planeet'. Planetoïden hebben een diameter tussen 500 m en 300 km. De grootste nu bekende is Ceres met een diameter van 300 km.



▲ **figuur 4** planetoïdengordel tussen Mars en Jupiter

Er zijn nog meer hemellichamen die rond de zon bewegen, zoals kometen en meteoroïden. **Kometen** zijn klompen die uit ijs, steen, metaal en stof bestaan en die in een elliptische baan rond de zon draaien. Als een komeet dicht bij de zon komt, wordt hij warmer. Daardoor sublimeert een deel van de materie van de komeet en ontstaat een kern met een soort omhulsel, de zogenoemde coma, en een of meer staarten. Zo'n staart kan meer dan 150 miljoen kilometer lang worden en is altijd van de zon af gericht (figuur 5). De bekendste komeet is de komeet van Halley. Die doet 76 jaar over een baan rond de zon. In 1986 was deze komeet in de buurt van de zon en vanaf de aarde duidelijk met het blote oog te zien.

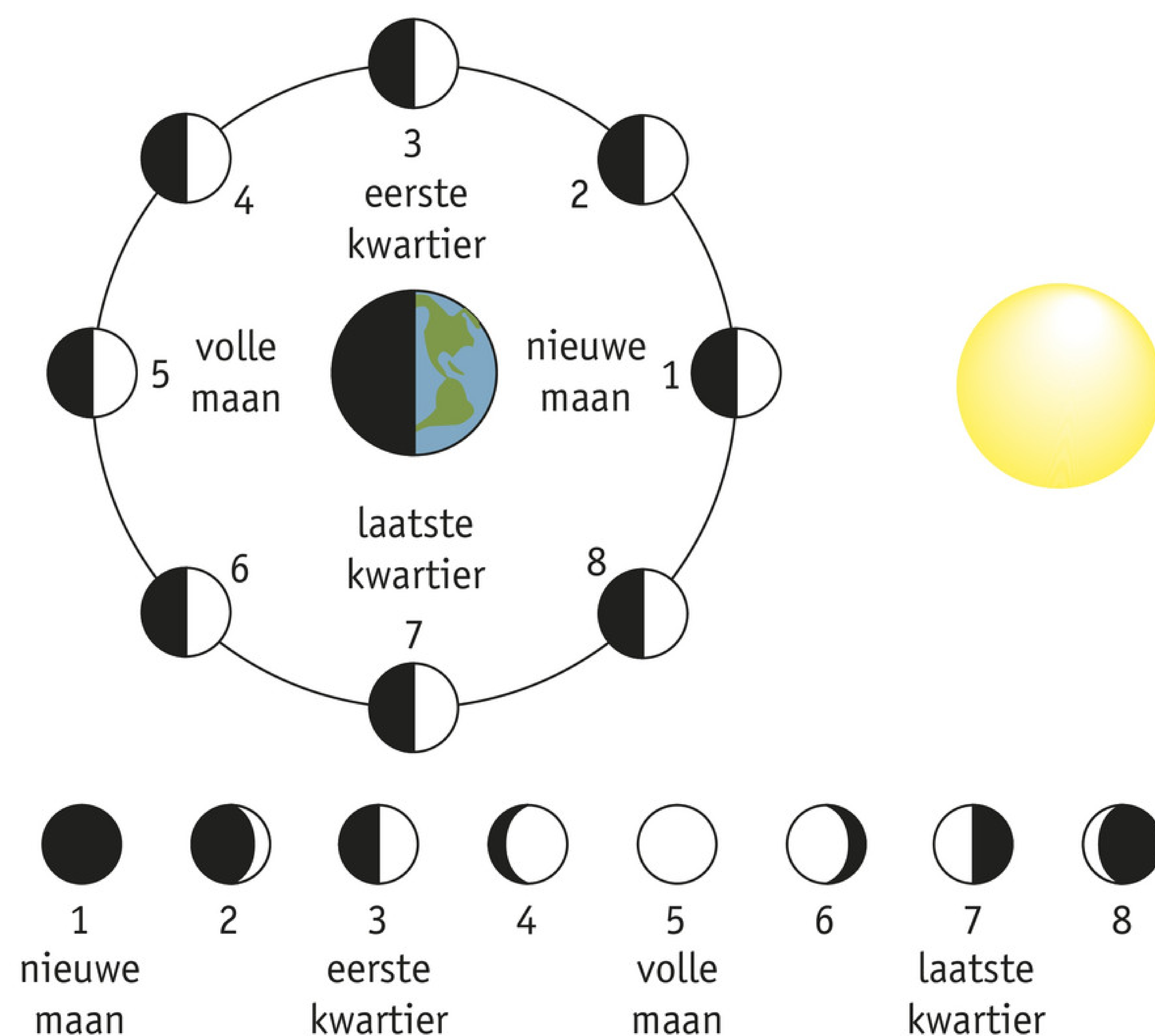


▲ **figuur 5** een komeet met drie staarten

Meteoroïden zijn stukjes steen of ijs die in de ruimte zweven en ook een baan rond de zon beschrijven. Ze kunnen in grootte variëren tussen een zandkorrel en een groot rotsblok. Als zo'n meteoroïde in de dampkring van de aarde komt, wordt het een **meteoor** genoemd. Een meteoor verbrandt door de wrijving met de lucht en veroorzaakt daardoor een lichtspoor. Soms verbrandt niet de hele meteoor. Dan slaat een deel ervan in op de aarde: een **meteoriet**.

De maan

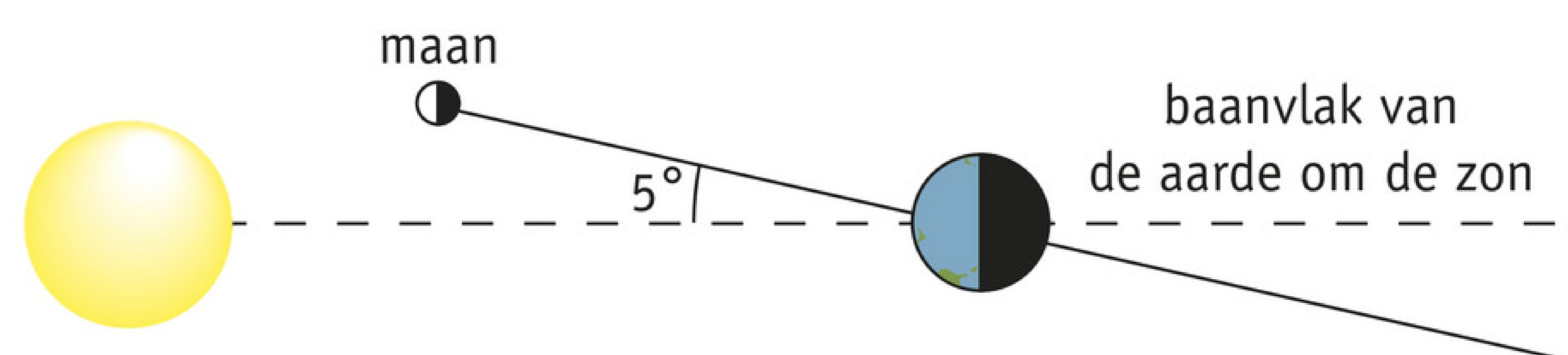
De maan zendt net als de aarde zelf geen licht uit; daar is dit hemellichaam veel te koud voor. Je kunt de maan toch zien omdat ze zonlicht in de richting van de aarde reflecteert. De maan draait in 27,3 dagen één keer rond de aarde. In de loop van die tijd zie je vanaf de aarde steeds een andere vorm van de maan aan de hemel. Dat zijn de **schijngestalten** of de **fasen van de maan** van de maan (figuur 6). Tijdens de beweging van de maan om de aarde wordt steeds de helft van de maan door de zon beschenen, maar op aarde is slechts een deel van die verlichte helft te zien.



▲ **figuur 6** baan van de maan rond de aarde en de schijngestalten

Positie 1: het verlichte deel van de maan is vanaf de aarde niet te zien. De maan is dus niet zichtbaar. Dit noem je nieuwe maan.
Positie 3: de rechterhelft van het verlichte deel van de maan is te zien. Dit is het eerste kwartier.
Positie 5: de hele verlichte helft van de maan is te zien. Het is volle maan.
Positie 7: de linkerhelft van het verlichte deel is te zien. Dit heet het laatste kwartier.

In positie 5 (figuur 6) kan er ook een maansverduistering optreden: de volle maan beweegt dan door de schaduw van de aarde. De maan is dan even niet te zien. Doordat de baan van de aarde om de zon en de baan van de maan om de aarde niet in één plat vlak liggen (figuur 7), maar een hoek van ongeveer 5° met elkaar maken, is er niet iedere maand een maansverduistering.



▲ **figuur 7** het baanvlak van de aarde om de zon

Onthoud!

- Tot 1600 geloofden mensen in het geocentrisch wereldbeeld waarbij de aarde het middelpunt van het heelal is. Daarna werd ontdekt dat planeten om de zon draaien: dit is het heliocentrisch wereldbeeld.
- Ons zonnestelsel bestaat uit de zon waar acht planeten omheen draaien. Sommige planeten hebben een of meer manen. Daarnaast behoren ook kometen en meteoren tot ons zonnestelsel.
- De schijngestalten van de maan ontstaan doordat de zon een deel van de maan verlicht. Doordat de maan rond de aarde beweegt, is die verlichte helft niet altijd volledig zichtbaar.
- De maan draait om de aarde, en de aarde draait in een baan om de zon. De aarde draait bovendien nog om haar eigen as. Hierdoor beschrijft elk hemellichaam een specifieke baan aan de hemel.

Opdrachten

1 Wereldbeeld
Vanaf de oudheid hebben wetenschappers verschillende theorieën over de opbouw van het heelal bedacht.
Leg het verschil uit tussen het geocentrisch en het heliocentrisch wereldbeeld.

2 Hemellichamen
In het heelal bewegen verschillende hemellichamen. Geef een beschrijving van de volgende begrippen.
a planeet
b ster
c maan
d komeet
e meteoriet

3 Zon en maan
De maan heeft verschillende verschijningsvormen.
a Leg met een schets uit hoe de schijngestalten van de maan ontstaan.
b Leg met een schets uit hoe een maansverduistering ontstaat.

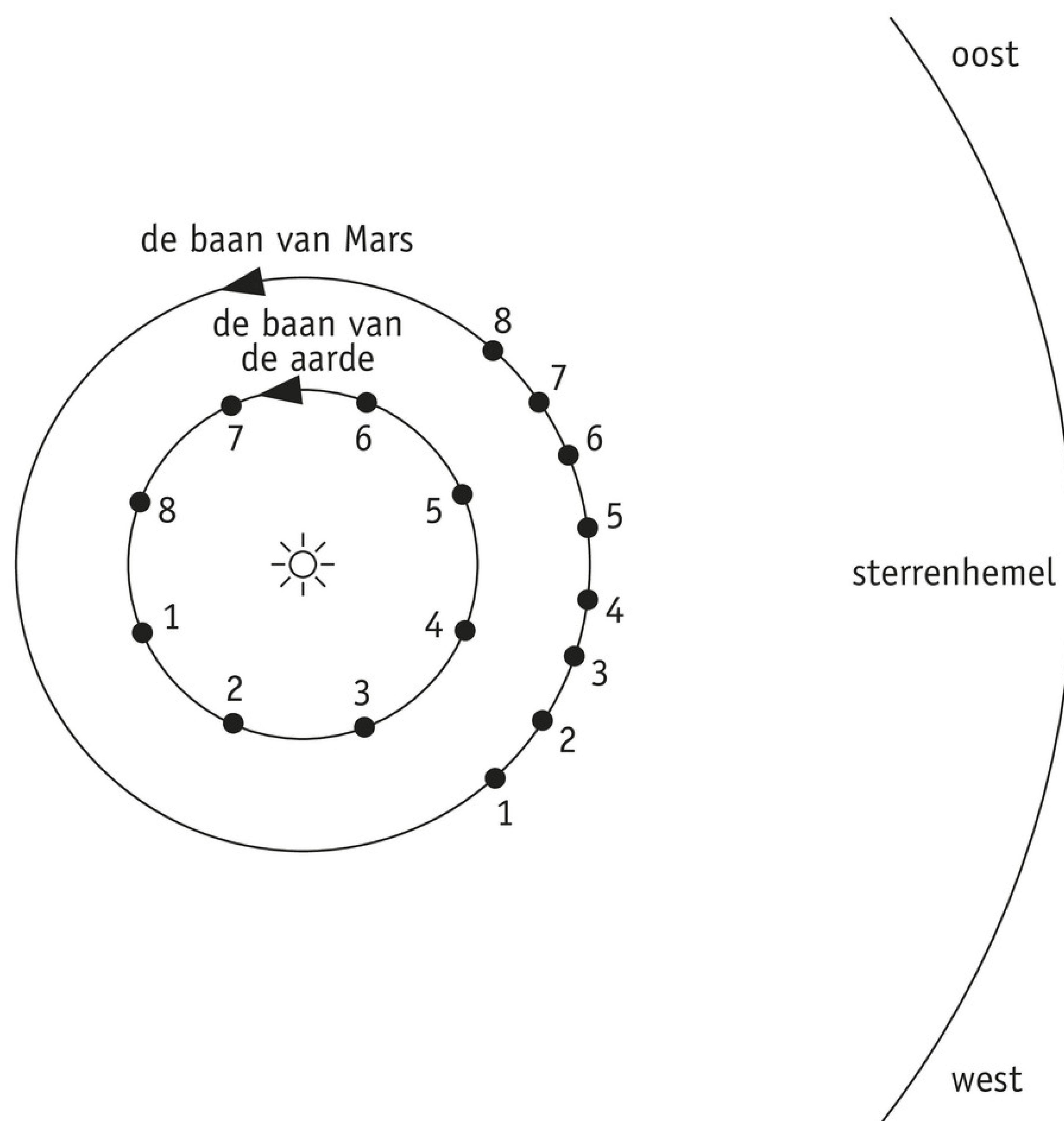
4 Mercurius
De planeet Mercurius heeft net als de maan schijngestalten.
Leg uit dat daaruit volgt dat Mercurius geen licht uitzendt.

5 Planeten in Binas
Gegevens van planeten kun je in Binas vinden. Zoek met behulp van Binas tabel 31 uit welke planeet:
a de grootste massa heeft;
b het langst over een omwenteling om de zon doet;
c de grootste dichtheid heeft;
d het grootste volume heeft.

Zoek met behulp van Binas tabel 31 op:
e hoelang een dag op Mercurius duurt;
f hoelang een jaar op Saturnus duurt.

6 Uranus
Uranus draait in ongeveer 17 uur om zijn eigen as. Op de noordpool van Uranus is het echter 42 jaar licht en 42 jaar donker.
Leg dit uit met behulp van figuur 3 en Binas tabel 31.

7 Mars
In figuur 8 zie je de aarde in haar baan om de zon. Ook de baan van Mars is getekend. Mars heeft een kleinere snelheid dan de aarde. Als de aarde op positie 1 is, staat Mars eveneens op zijn positie 1. Dat geldt ook voor de andere posities.
a Teken in figuur 8 voor de acht aangegeven posities van de aarde de verbindingslijn Aarde-Mars. Trek deze verbindingslijn door tot de sterrenhemel.
b Leg aan de hand van je tekening uit dat Mars vanaf de aarde een lusvormige baan lijkt te volgen.



▲ **figuur 8** het ontstaan van de lusvormige beweging van Mars

8 Dichtheid berekenen
De dichtheid van de aarde kun je berekenen met behulp van gegevens in Binas.
a Bereken het volume van de aarde. Beschouw hierbij de aarde als bol.
b Bereken de gemiddelde dichtheid van de aarde.

De aarde bestaat uit een kern met daaromheen een buitenlaag. De kern van de aarde bestaat voor het grootste deel uit gesmolten ijzer.
c Leg uit dat de buitenlaag van de aarde een kleinere dichtheid dan de kern moet hebben.

9 Venus

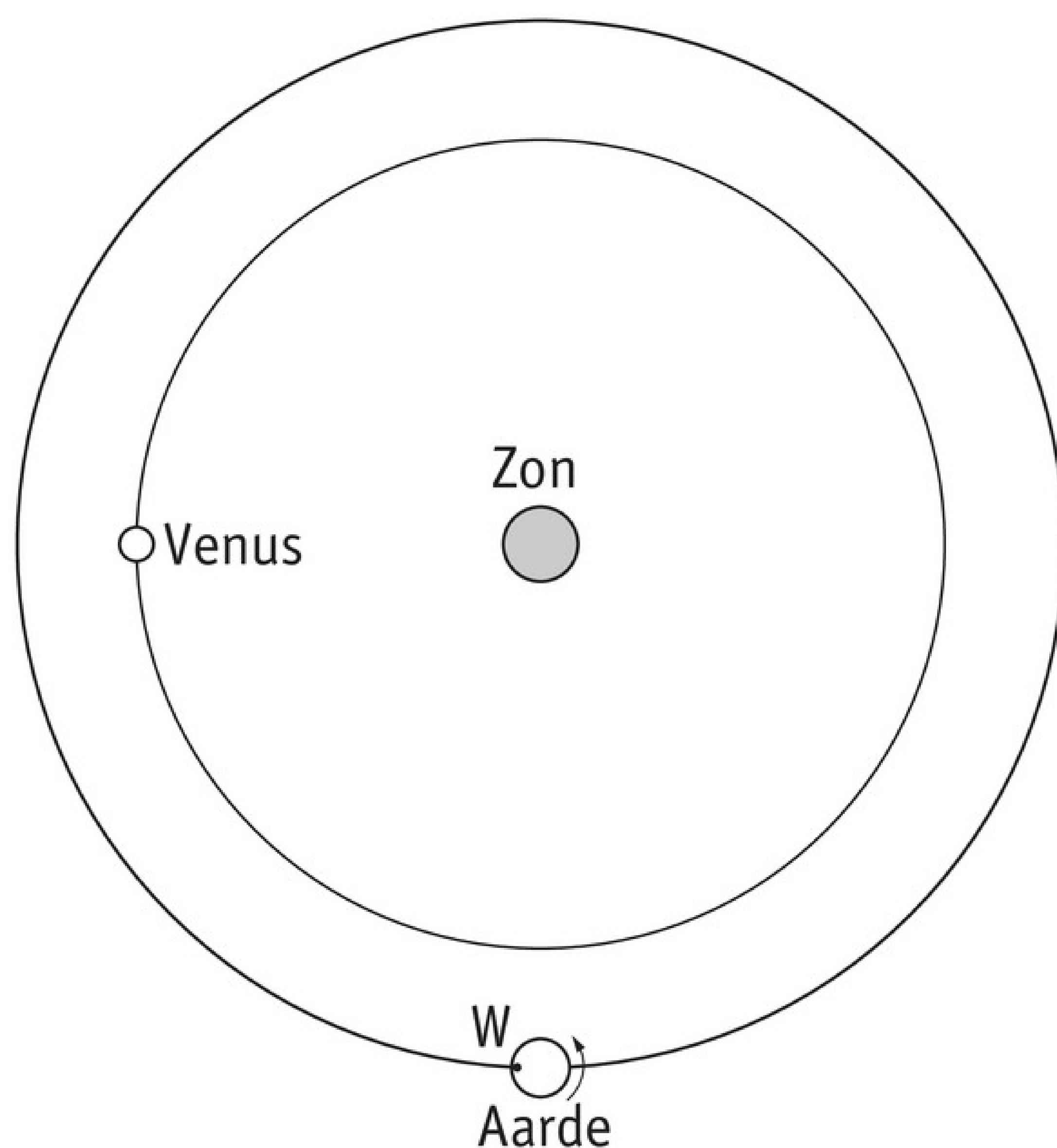
Venus wordt weleens ochtendster of avondster genoemd, maar dat is eigenlijk niet goed, want Venus is een planeet.

a Bekijk de vier uitspraken over sterren en planeten. Geef voor elke uitspraak aan of deze waar of niet waar is.

1 Ons zonnestelsel bevat geen enkele ster.
2 Sterren staan stil en planeten bewegen.
3 Planeten kunnen net als sterren licht uitstralen.
4 Venus staat van alle planeten het dichtst bij de zon.

Venus draait, net als de aarde, in een cirkelbaan om de zon. In figuur 9 zijn zowel Venus als de aarde in hun baan om de zon weergegeven. In deze figuur stelt de letter W een waarnemer op aarde voor.

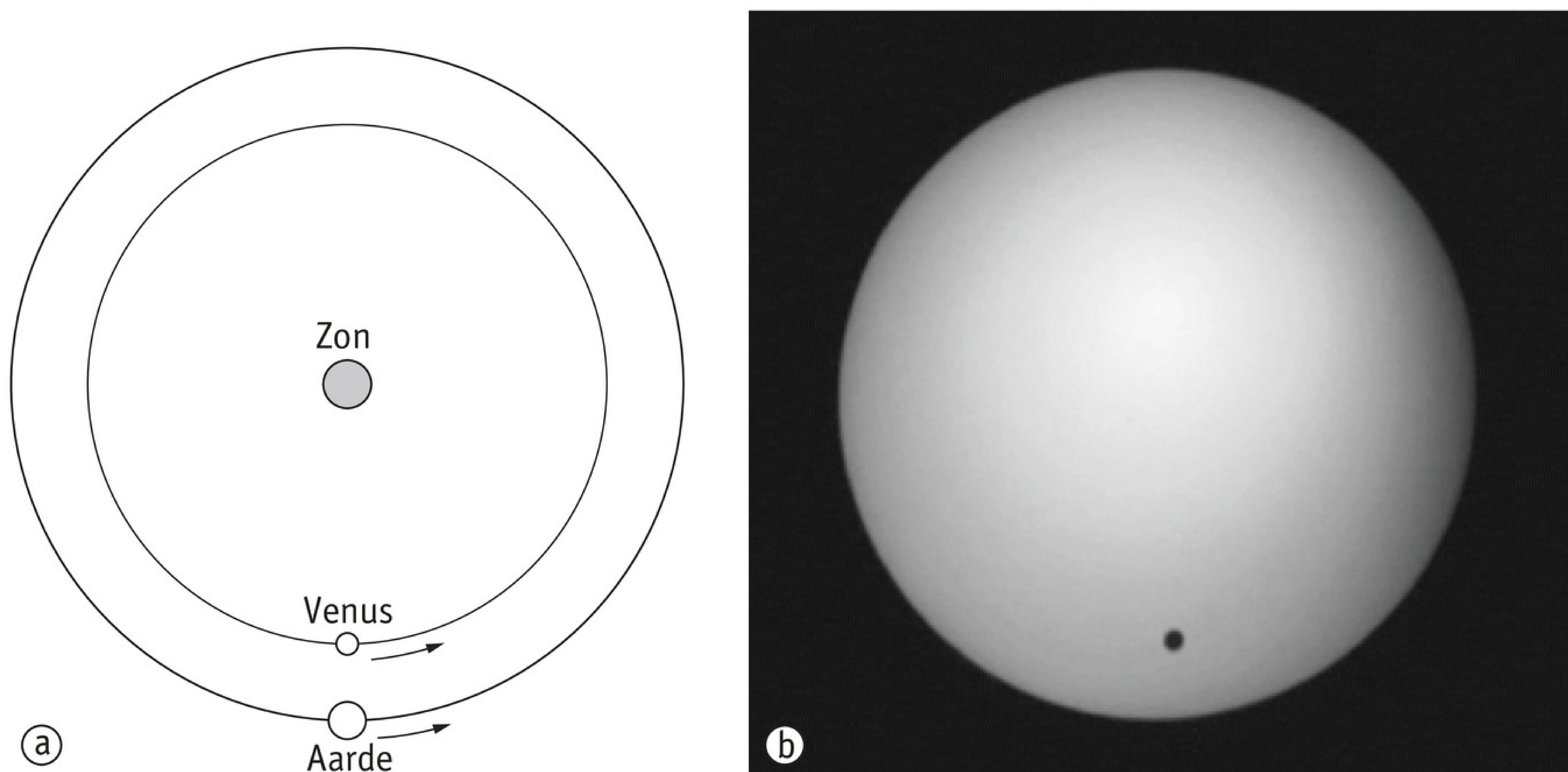
b Is Venus voor waarnemer W als ochtendster of als avondster te zien? Licht je antwoord toe.



▲ **figuur 9** Venus en de aarde

Soms staan Venus, de aarde en de zon precies op één lijn (figuur 10a). Dit verschijnsel wordt een Venusovergang genoemd. De foto in figuur 10b toont de Venusovergang zoals die op 8 juni 2004 in Nederland was te zien.

c Leg uit waarom Venus in figuur 10b als een zwart bolletje en in figuur 9 als een wit bolletje is te zien.



▲ **figuur 10** Venus, de aarde en de zon staan op één lijn.

d Teken in figuur 10a waar Venus staat als er op aarde één jaar is verstreken. Licht je antwoord toe.

e Op 6 juni 2012 vond er weer een Venusovergang plaats. Toon met een berekening aan dat Venus, de aarde en de zon dan weer op één lijn staan.

naar: pilotexamen vwo 2015-I

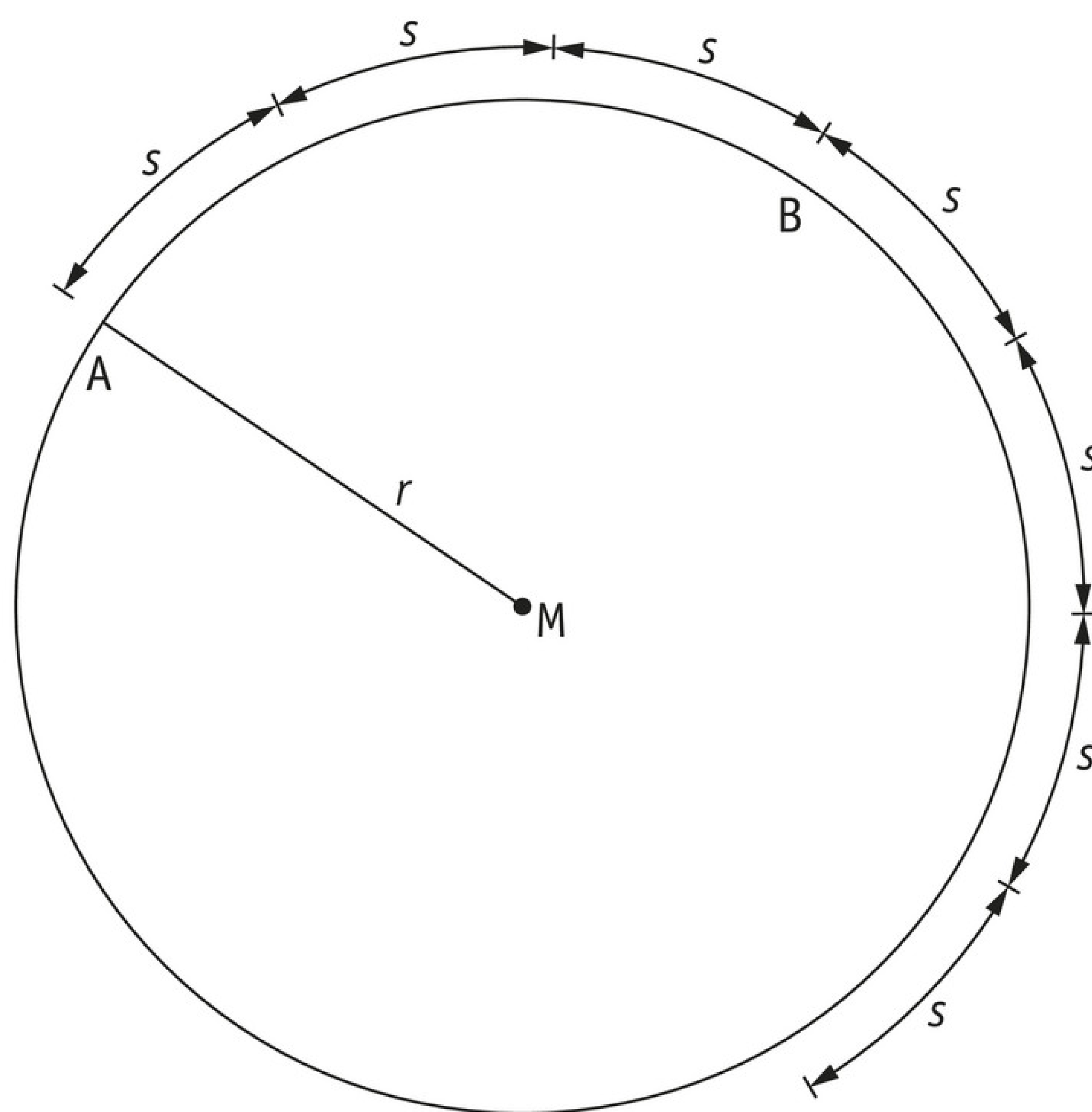
2 Cirkelbeweging

In deze paragraaf leer je:
- de begrippen omlooptijd, baanstraal en baansnelheid kennen;
- de middelpuntzoekende kracht kennen;
- de formules voor de baansnelheid en de middelpuntzoekende kracht toepassen.

Bewegingen in de vorm van een cirkelbaan komen in de natuur en techniek vaak voor. Draaiende wielen van een fiets, de beweging van een deurklink, de draaiing van de aarde om haar as en de beweging van de maan om de aarde zijn voorbeelden van cirkelvormige bewegingen.

Eenparige cirkelbeweging

Als de snelheid van een voorwerp dat in een cirkelbaan beweegt constant is, noem je de beweging een **eenparige cirkelbeweging**. Bij een eenparige beweging worden in gelijke tijdsduren steeds even grote afstanden afgelegd. Bij een eenparige cirkelbeweging zijn dat gelijke stukken s van de cirkelomtrek (figuur 11).



▲ **figuur 11** een eenparige cirkelbeweging

In hoofdstuk 1 heb je geleerd dat je bij een eenparige beweging de formule $v = \frac{s}{t}$ mag gebruiken. Deze formule geldt ook voor de eenparige cirkelbeweging. De afstand s die je aflegt bij één volledige omwenteling is gelijk aan de omtrek van de cirkelbaan: $O = 2 \cdot \pi \cdot r$.

De **omlooptijd** T is de tijdsduur die nodig is voor één omwenteling. De **baansnelheid** v in deze cirkelbaan kun je dus berekenen met:

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T}$$

Hierin is:
- v de baansnelheid in meter per seconde ($m\,s^{-1}$);
- r de straal van de cirkel in meter (m), ook wel de baanstraal genoemd;
- T de tijd van één volledige cirkelomtrek in seconde (s).

Voorbeeldopgave 1

Een fietser rijdt met een constante snelheid in een cirkelbaan over een grote rotonde en legt een afstand van 100 m in 13,0 s af.

a Bereken de baansnelheid van deze fietser.

De omtrek van het fietswiel bedraagt 2,2 m.

b Bereken de straal r van het fietswiel.

c Bereken de omlooptijd T van het fietswiel.

Uitwerking

a Gegevens:
$s = 100$ m
$t = 13{,}0$ s

Formule: $v = \frac{s}{t}$

De (baan)snelheid is: $v = \frac{s}{t} = \frac{100}{13{,}0} = 7{,}69\ m\,s^{-1}$

b Gegeven: $O = 2{,}2$ m
Formule: $O = 2 \cdot \pi \cdot r$ (Binas tabel 36)

Dus: $2 \cdot \pi \cdot r = 2{,}2$ m; $r = \frac{2{,}2}{2 \cdot \pi} = 0{,}35$ m

c De afstand die over de weg wordt afgelegd komt overeen met de afstand waarover de buitenzijde van het wiel het wegdek steeds heeft geraakt (als het wiel niet slipt). Hieruit volgt dat de snelheid van de fiets gelijk is aan de snelheid van een punt op de buitenzijde van het wiel, ofwel de baansnelheid van dat punt: $v = 7{,}69\ m\,s^{-1}$.

Formule: $v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T}$

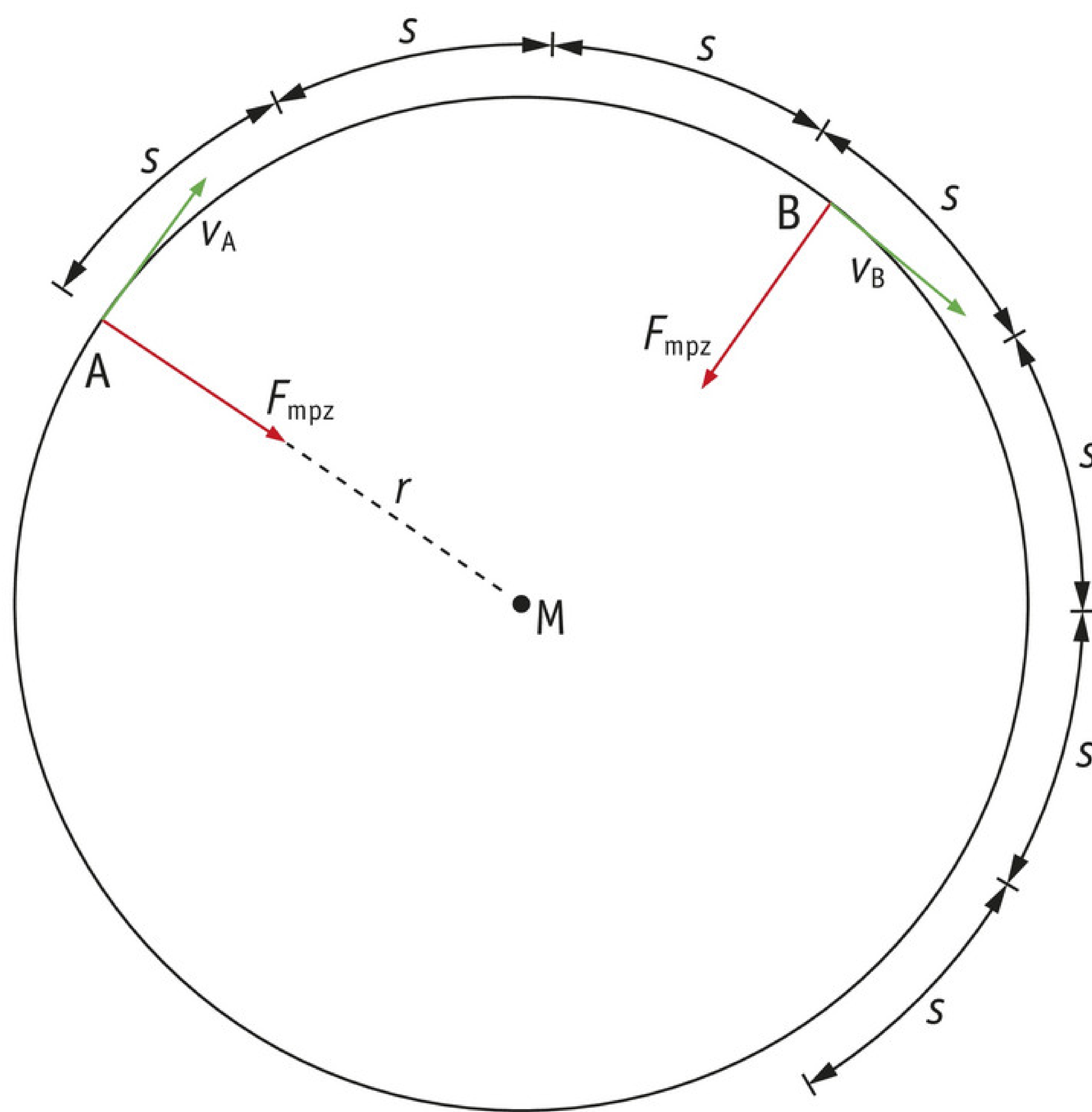
Invullen: $7{,}69 = \frac{2 \cdot \pi \cdot 0{,}35}{T}$; $T = 0{,}29$ s

Er is nog een andere manier om tot het juiste antwoord te komen. Eén wielomtrek heeft een lengte van 2,2 m. De totale afstand is 100 m. Het aantal keer dat de omtrek in de totale afstand past komt overeen met het totale aantal omwentelingen van deze beweging.

Dat zijn er $\frac{100}{2{,}2} = 45$. Voor dat aantal omwentelingen is een tijd van 13,0 s nodig. Eén omwenteling duurt dan $\frac{13{,}0}{45} = 0{,}29$ s.

Middelpuntzoekende kracht

Bij een eenparige beweging blijft de snelheid steeds constant en dat geldt ook voor een eenparige cirkelbeweging. Toch is er bij een eenparige cirkelbeweging sprake van een snelheidsverandering. De snelheid is namelijk steeds gericht langs de raaklijn aan de cirkel en omdat de richting van die raaklijn voortdurend verandert, geldt dat ook voor de snelheid.
In figuur 12 zie je de snelheid v_A als het voorwerp bij A is. Wanneer het voorwerp B passeert, is de snelheid nog steeds even groot, maar hij heeft nu een andere richting (v_B). Voor elke verandering van snelheid, al is het alleen een verandering van richting, is volgens de tweede wet van Newton een kracht nodig. Bij een eenparige cirkelbeweging is deze kracht steeds naar het middelpunt van de cirkel gericht. Deze kracht heet de **middelpuntzoekende kracht** F_{mpz}.



▲ **figuur 12** middelpuntzoekende kracht

De middelpuntzoekende kracht is altijd een (resulterende) kracht die door andere krachten moet worden geleverd. Bij kogelslingeren is dat bijvoorbeeld de spankracht in de draad; bij een auto die door een bocht rijdt is het de dwarse wrijvingskracht tussen de banden en het wegdek. Voor de grootte van de middelpuntzoekende kracht bij een eenparige cirkelbeweging geldt:

$$F_{mpz} = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

Hierin is:
- F_{mpz} de middelpuntzoekende kracht in newton (N);
- m de massa die de cirkelbeweging uitvoert in kilogram (kg);
- v de baansnelheid in meter per seconde ($m\,s^{-1}$);
- r de straal van de cirkel in meter (m).

Voorbeeldopgave 2

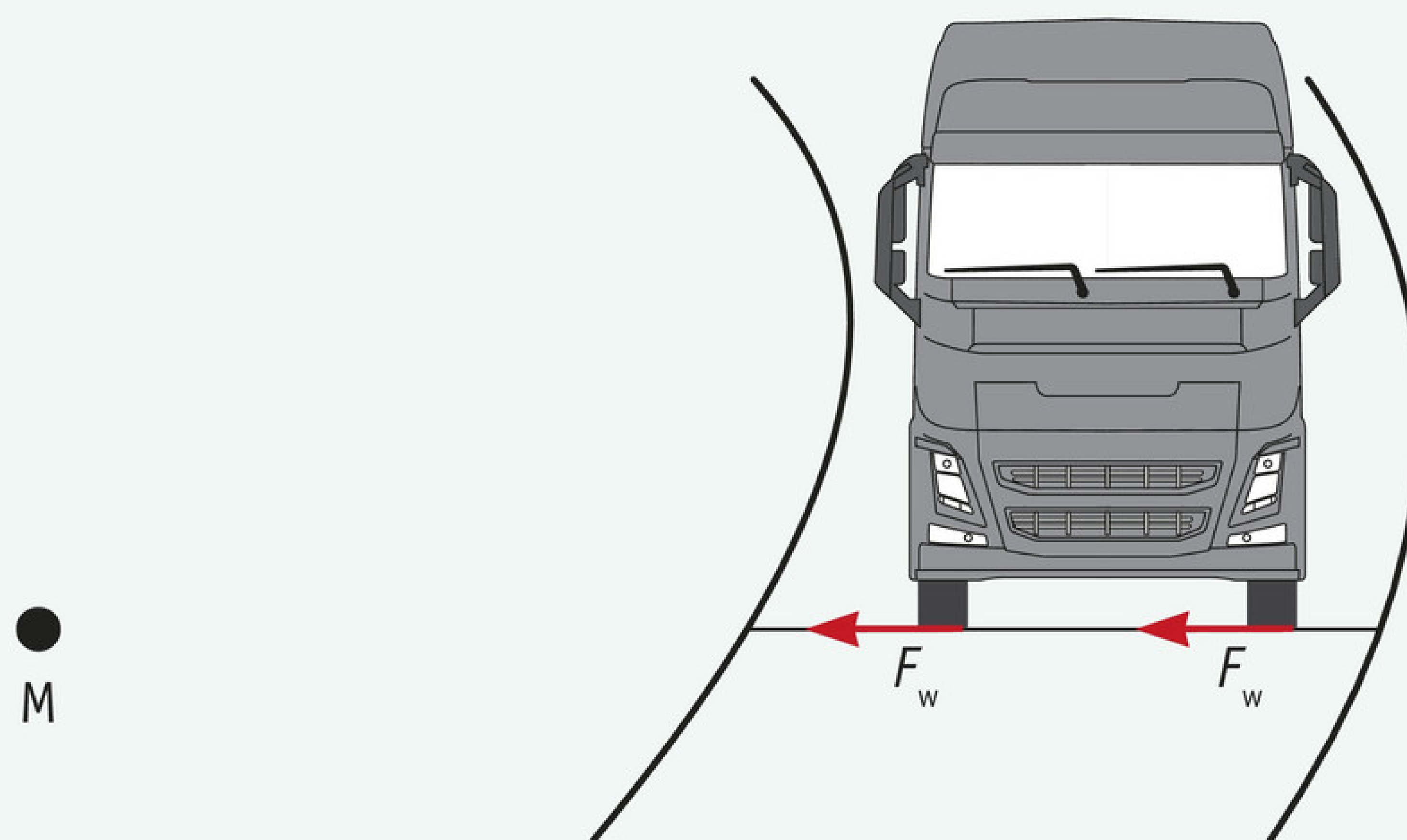
Een zwaarbeladen vrachtwagen (m = 10 ton) rijdt met een snelheid van 80 $km\,h^{-1}$ door een cirkelvormige bocht. De straal van de bocht is 0,30 km.

a Welke kracht levert de middelpuntzoekende kracht die ervoor zorgt dat de vrachtwagen de bocht maakt en niet rechtdoor gaat?

b Bereken de grootte van de middelpuntzoekende kracht.

Uitwerking

a De dwarse wrijvingskrachten tussen de banden en het wegdek (schuifwrijving) zorgen ervoor dat de vrachtwagen niet uit de bocht vliegt. In deze situatie levert de schuifwrijvingskracht dus de middelpuntzoekende kracht (figuur 13).



▲ **figuur 13** de dwarse wrijvingskracht op de auto

b Reken de gegevens om naar de juiste SI-eenheden:
m = 10 ton = $10 \cdot 10^3$ kg
v = 80 km h^{-1} = 22 m s^{-1}
r = 0,30 km = $3{,}0 \cdot 10^2$ m
Vul dan de formule in: $F_{mpz} = \dfrac{m \cdot v^2}{r} = \dfrac{10 \cdot 10^3 \times 22^2}{3{,}0 \cdot 10^2} = 1{,}6 \cdot 10^4$ N

▶ **EXPERIMENT 1** Cirkelbeweging in een horizontaal vlak (onderzoekspracticum)

▶ **EXPERIMENT 2** De cirkelslinger (onderzoekspracticum)

Onthoud!

- Een eenparige cirkelbeweging heeft een constante baansnelheid die je kunt berekenen met: $v = \dfrac{2 \cdot \pi \cdot r}{T}$
- Voor de richtingverandering van de snelheid bij een eenparige cirkelbeweging is een (resulterende) kracht nodig die steeds naar het middelpunt van de cirkelbaan is gericht: de middelpuntzoekende kracht (F_{mpz}).
- De middelpuntzoekende kracht bij een eenparige cirkelbeweging bereken je met: $F_{mpz} = \dfrac{m \cdot v^2}{r}$
- De middelpuntzoekende kracht is een (resulterende) kracht die moet worden geleverd door andere krachten.

Opdrachten

10 Cirkelbeweging
Veel planeten beschrijven een vrijwel eenparige cirkelbeweging rond de zon.
a Leg uit wat een eenparige cirkelbeweging is.
b Leg uit waarom er voor het afleggen van een eenparige cirkelbeweging een kracht nodig is.

11 Middelpuntzoekende kracht

Voor een cirkelbeweging is een middelpuntzoekende kracht nodig.

- Noem de kracht(en) die zorgt/zorgen voor de middelpuntzoekende kracht in de volgende situaties.
- Maak een schets waarin je de genoemde kracht/krachten tekent.
- Teken in de schets met een andere kleur ook de middelpuntzoekende kracht.

a Een steen wordt aan een touw in een horizontaal vlak rondgeslingerd.
b Een karretje in een achtbaan bevindt zich op het hoogste punt van een looping.
c De was draait rond in een centrifuge.

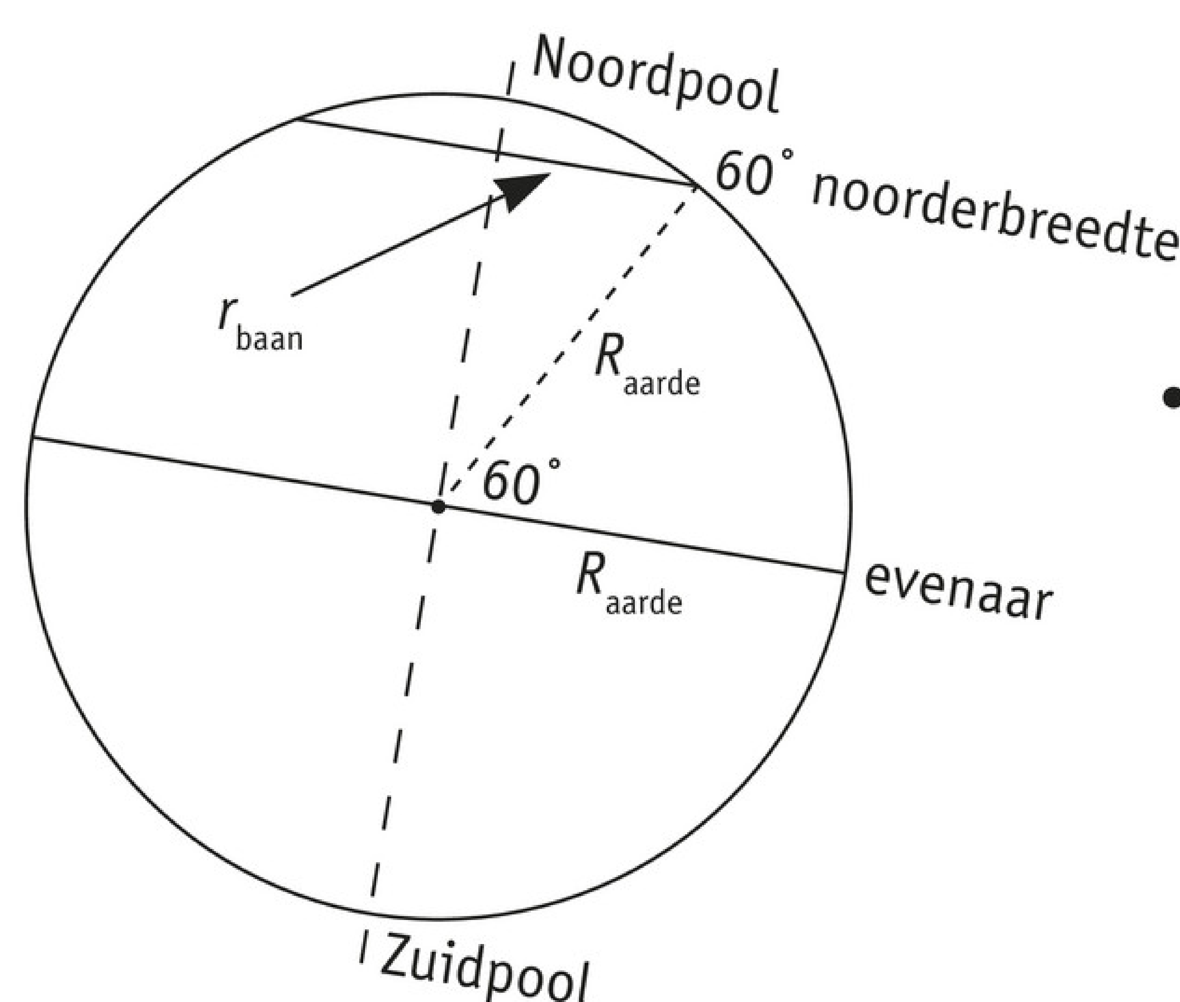
12 Neptunus

Neptunus staat ongeveer 30× zo ver weg van de zon als de aarde. De omlooptijd van Neptunus is ongeveer 165× zo groot als die van de aarde.
Kies het juiste alternatief.
De baansnelheid van Neptunus is ongeveer *5,5 / 30 / 165 / 4950* keer zo *klein / groot* als de baansnelheid van de aarde.

13 Aarde

De aarde draait in een etmaal om haar as (figuur 14).

a Leg uit hoe groot de baansnelheid op de Noordpool is.
b Bereken de baansnelheid van een punt op de evenaar.
c Bereken de baansnelheid van een punt op 60° noorderbreedte.



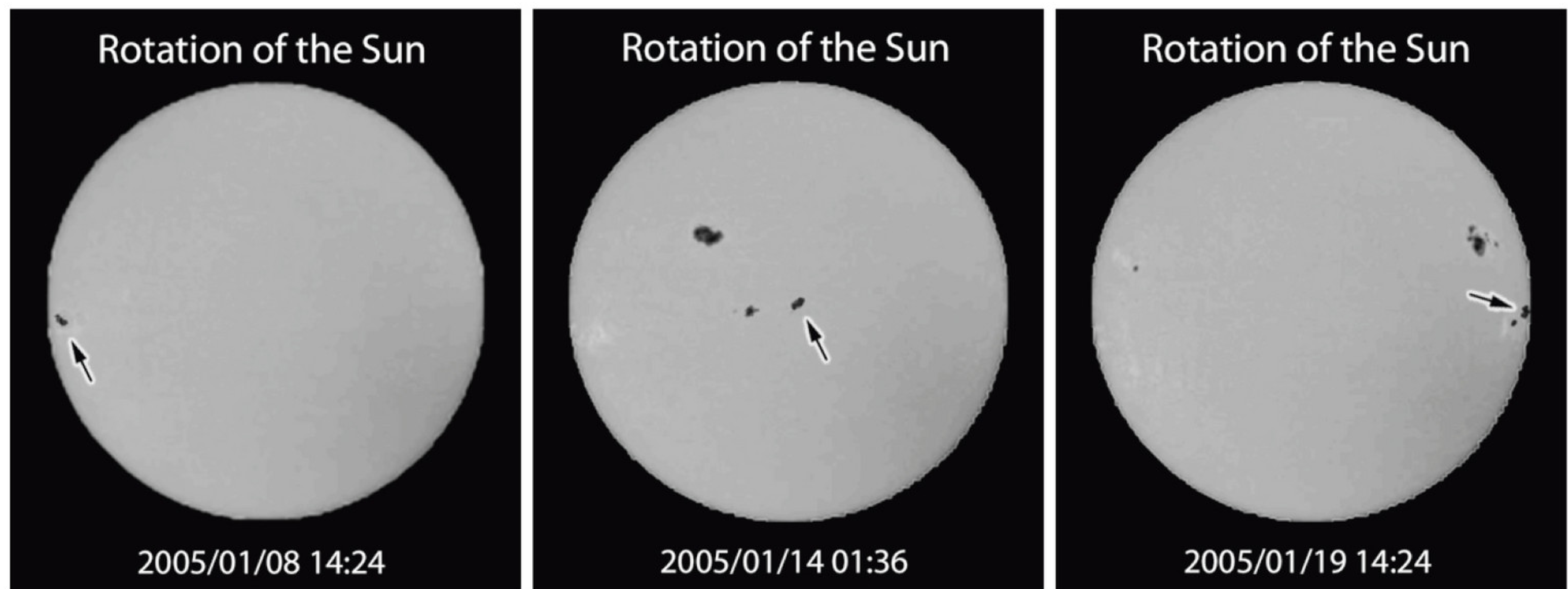
▲ **figuur 14** model van de aarde

14 ISS

Het ruimtestation ISS draait met een baansnelheid van $27,7 \cdot 10^3$ km h^{-1} rond de aarde. De straal van de cirkelbaan die het ruimtestation beschrijft is 6711 km.
Bereken de omlooptijd van het ruimtestation.

15 Zonnevlekken

Zonnevlekken zijn donkere vlekken op het oppervlak van de zon (figuur 15). Deze vlekken worden al eeuwenlang door astronomen bestudeerd. In figuur 15 zie je dat op 8 januari 2005 een kleine zonnevlek verscheen aan de linkerkant op de evenaar van de zon. De zonnevlek is met een pijltje aangegeven. Op 14 januari was de vlek halverwege en op 19 januari verdween de zonnevlek weer uit beeld.



▲ **figuur 15** zonnevlekken op de zon

Bepaal de (baan)snelheid van de kleine zonnevlek. Geef je antwoord in twee significante cijfers. Gegevens over de zon kun je vinden in Binas tabel 32C.
naar: pilotexamen 2011-I

16 Centrifuge
Bij motoren wordt gesproken over het toerental. Het toerental is het aantal omwentelingen per minuut.
Een centrifuge heeft een toerental van 1000 min^{-1}. In de centrifuge wordt bij het aangegeven toerental een natte handdoek met een massa van $6{,}0 \cdot 10^2$ g tegen de trommelwand rondgeslingerd. De trommel heeft een diameter van 44 cm.
a Bereken de middelpuntzoekende kracht op deze handdoek.
b Leg uit hoe de centrifuge ervoor zorgt dat de handdoek droger wordt.
c Leg uit hoe de middelpuntzoekende kracht verandert als de snelheid van de handdoek 2× zo groot wordt.

+17 Schommel
Een meisje met een massa van 35 kg zit op een schommel. De lengte van de touwen is 2,5 m. Verwaarloos de massa van de schommel.
a Bereken de grootte van de spankracht in de touwen van de schommel wanneer het meisje nog niet is begonnen met schommelen.

Het meisje gaat nu schommelen en passeert de onderste stand met een snelheid van 1,8 $m\,s^{-1}$.
b Bereken de middelpuntzoekende kracht op het meisje als ze het onderste punt passeert.
c Bereken de spankracht in de touwen van de schommel als het meisje het onderste punt passeert.

3 De gravitatiewet van Newton

In deze paragraaf leer je:
- de gravitatiewet van Newton kennen;
- de formule voor de gravitatiewet van Newton toepassen;
- hoe de valversnelling en zwaartekracht aan een planeetoppervlak afhangen van de massa en straal van de planeet.

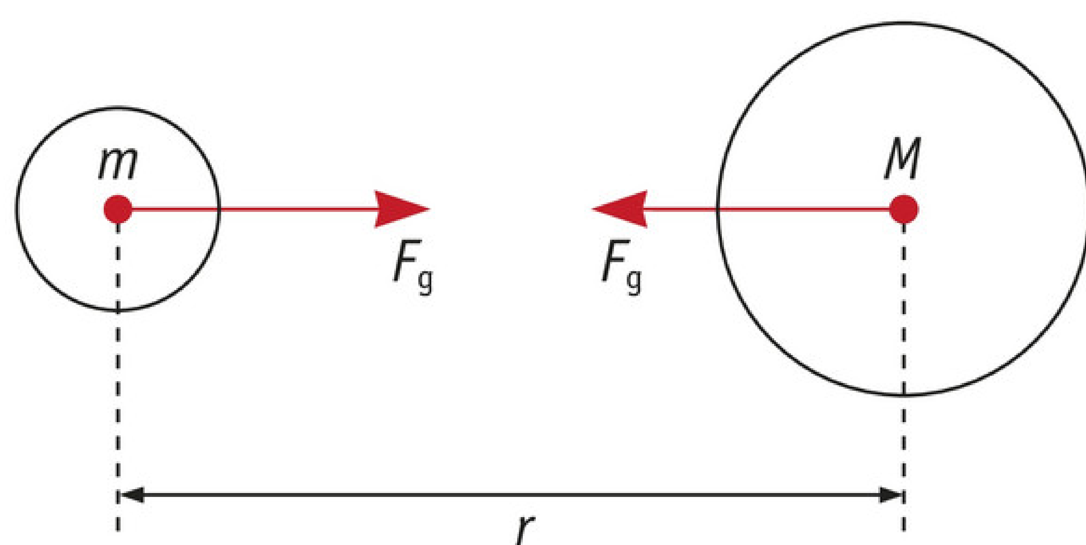
De aarde oefent een aantrekkende kracht uit op ieder voorwerp dat zich op de aarde of in haar buurt bevindt: de zwaartekracht. Maar volgens Isaac Newton oefenen alle voorwerpen aantrekkende krachten op elkaar uit. Hij publiceerde in 1666 zijn gravitatiewet.

De gravitatiewet van Newton

Twee voorwerpen waarvan de zwaartepunten zich op een afstand r van elkaar bevinden, oefenen een gravitatiekracht F_g op elkaar uit (figuur 16). Voor deze **gravitatiewet van Newton** geldt:

$$F_g = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$$

Hierin is:
- G de gravitatieconstante ($6{,}673\,84 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2});
- m de massa van voorwerp 1 in kilogram (kg);
- M de massa van voorwerp 2 in kilogram (kg);
- r de afstand tussen de zwaartepunten van de voorwerpen in meter (m).



▲ **figuur 16** de gravitatiekracht tussen twee voorwerpen

De grootte van de gravitatieconstante G was lange tijd onbekend. Pas in 1798 bepaalde de Engelse natuurkundige Henry Cavendish met een experiment de grootte van de gravitatieconstante. Dat deed hij door de gravitatiekracht tussen twee loden bollen te meten: $G = 6{,}673\,84 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}. De gravitatieconstante is een *universele* natuurconstante. **Universeel** betekent hier dat deze constante overal in het heelal dezelfde waarde heeft. In Binas tabel 7A is de waarde van de gravitatieconstante vermeld.

De gravitatiekracht is een heel kleine kracht doordat de gravitatieconstante zo'n kleine waarde heeft. In het algemeen is de gravitatiekracht tussen twee voorwerpen dan ook te verwaarlozen, behalve als minstens één van de massa's zeer groot is. Dat is het geval als een van de massa's een planeet, ster of maan is.

Zwaartekracht en gravitatiekracht

Voor voorwerpen op het aardoppervlak zijn de zwaartekracht en de gravitatiekracht hetzelfde. Voor een bowlingbal met een massa van 2,00 kg geldt:
$F_z = m \cdot g = 2{,}00 \times 9{,}81 = 19{,}6$ N

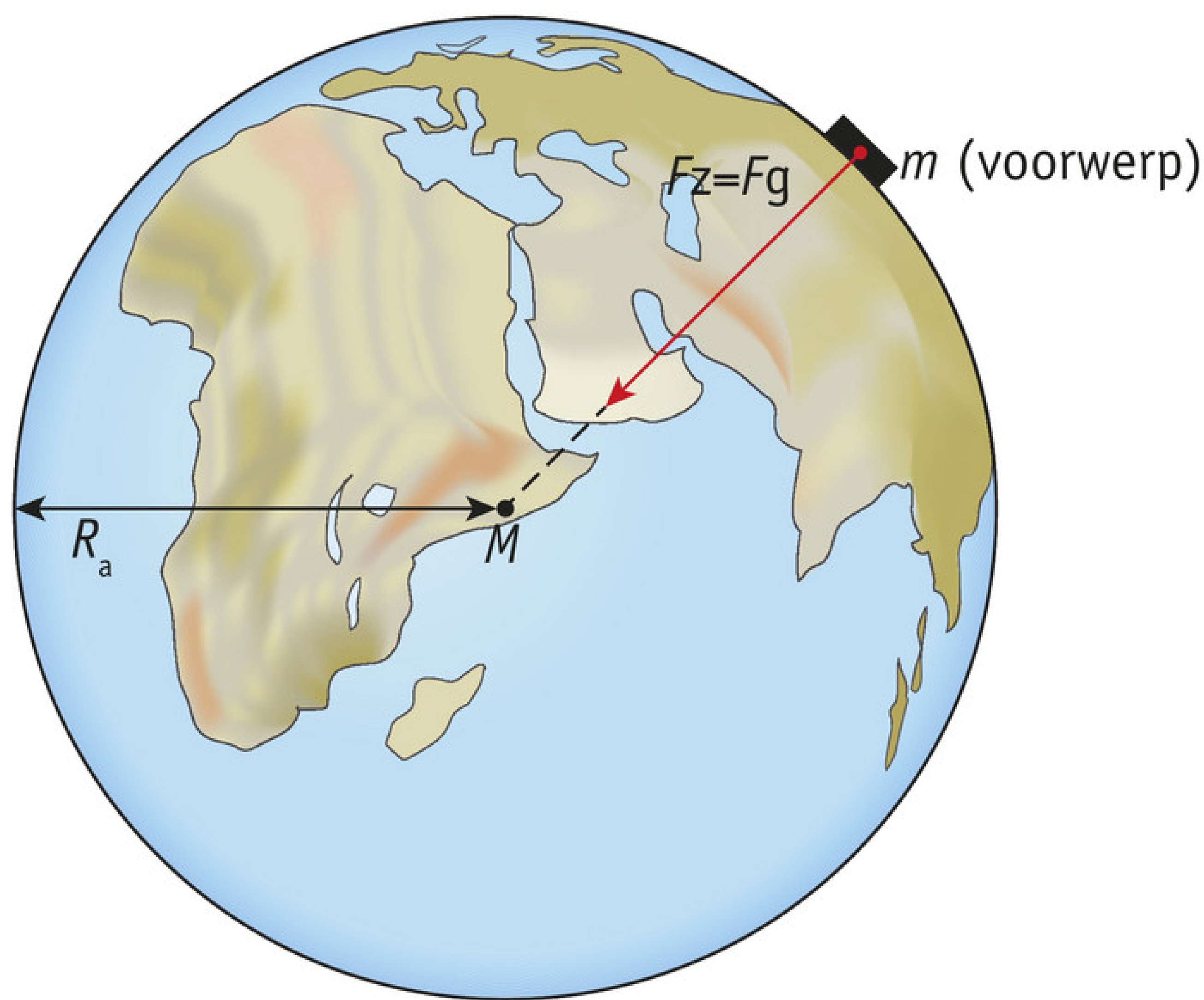
$$F_g = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} = 6{,}673\,84 \cdot 10^{-11} \times \frac{2{,}00 \times 5{,}972 \cdot 10^{24}}{(6{,}371 \cdot 10^6)^2} = 19{,}6 \text{ N}$$

In deze laatste formule is M de massa van de aarde (Binas tabel 31) en r de afstand tussen de zwaartepunten van de aarde en de bowlingbal. De straal van de aarde kun je ook in Binas tabel 31 opzoeken, onder het kopje *straal* (*equator*).

Opmerking: bij een bowlingbal met een straal van 12 cm bevindt het zwaartepunt zich eigenlijk 12 cm boven het aardoppervlak. Deze afstand is natuurlijk te verwaarlozen ten opzichte van de straal van de aarde, dus hier hoef je bij het invullen van de formule geen rekening mee te houden.

Uit de voorgaande berekening blijkt dat voor voorwerpen die zich aan het aardoppervlak bevinden de gravitatiekracht gelijk is aan de zwaartekracht (figuur 17). Voor een voorwerp met massa m op het aardoppervlak geldt dus: $F_z = F_g$.
De zwaartekracht kun je berekenen met de formule $F_z = m \cdot g$ en de gravitatiekracht met

$$F_g = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}.$$



▲ **figuur 17** de zwaartekracht op een voorwerp aan het aardoppervlak

Dus geldt: $m \cdot g = G \cdot \dfrac{m \cdot M}{R^2_{aarde}}$

Hieruit volgt: $g = G \cdot \dfrac{M}{R^2_{aarde}}$

Als je in deze formule de gravitatieconstante, de massa van de aarde en de straal van de aarde invult, vind je voor g de al bekende 9,8 m s^{-2}.

Deze formule geldt ook voor andere planeten, alleen moet je dan de massa en de straal van de desbetreffende planeet invullen. Je vindt deze gegevens in Binas tabel 31. De valversnelling g wordt ook wel de **gravitatieversnelling** genoemd.

Je ziet in de formule dat de gravitatieversnelling aan het planeetoppervlak afhangt van twee eigenschappen van de planeet:
- de massa van de planeet: hoe groter de massa, hoe groter de gravitatieversnelling;
- de straal van de planeet: hoe kleiner de straal, hoe groter de gravitatieversnelling.

Als een voorwerp zich op een flinke hoogte boven het aardoppervlak bevindt zoals een satelliet, kun je de formule $F_z = m \cdot g$ niet meer gebruiken, omdat de waarde voor g alleen op het aardoppervlak of vlak in de buurt daarvan geldt. Je moet dan de gravitatiekracht berekenen. In paragraaf 4 leer je hier meer over.

Onthoud

- Twee voorwerpen waarvan de zwaartepunten zich op een afstand r van elkaar bevinden, oefenen een gravitatiekracht F_g op elkaar uit waarvoor geldt: $F_g = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$
- Voor voorwerpen die zich aan het aardoppervlak bevinden, is de gravitatiekracht gelijk aan de zwaartekracht: $F_z = m \cdot g$
- De valversnelling op een planeetoppervlak kun je berekenen met: $g = G \cdot \frac{M}{R^2_{planeet}}$

Opdrachten

18 Gravitatiekracht
De gravitatiekracht is de kracht die twee voorwerpen ten gevolge van hun massa op elkaar uitoefenen.
a Geef de formule waarmee je de gravitatiekracht tussen twee voorwerpen kunt uitrekenen.
b Leg uit wat de symbolen in deze formule voorstellen en geef de eenheden waarin je ze moet uitdrukken.

19 Gravitatiekracht en zwaartekracht
In het dagelijks leven gebruik je het begrip zwaartekracht veel vaker dan het begrip gravitatiekracht.
a Leg uit wat het verschil tussen de zwaartekracht en de gravitatiekracht is.
b Leid af hoe je de valversnelling op een planeet kunt uitrekenen met behulp van de massa en de straal van deze planeet.

20 Gravitatiekracht tussen twee personen
Een jongen heeft een massa van 70 kg, een meisje heeft een massa van 60 kg. Hun zwaartepunten bevinden zich op 80 cm van elkaar.
Bereken de gravitatiekracht waarmee ze elkaar aantrekken.

21 Gravitatiekracht tussen hemellichamen (I)
De maan en de aarde trekken elkaar aan.
a Zoek in Binas de massa's van de aarde en de maan, en de afstand tussen de aarde en de maan op.
b Bereken de gravitatiekracht tussen de aarde en de maan.

22 Gravitatiekracht tussen hemellichamen (II)
Ook tussen de zon en de aarde werkt een gravitatiekracht.
a Zoek in Binas de massa's van de aarde en de zon, en de afstand tussen de aarde en de zon op.
b Bereken de gravitatiekracht tussen de zon en de aarde.

23 Valversnelling boven het aardoppervlak
De gravitatiekracht op een voorwerp neemt af naarmate de afstand tot het aardoppervlak toeneemt.
a Bereken de gravitatiekracht die de aarde uitoefent op een massa van 100 kg op het aardoppervlak.
b Bereken de gravitatiekracht die de aarde uitoefent op een massa van 100 kg die zich op 25 km hoogte boven het aardoppervlak bevindt.

24 Weegschaal
Inge heeft thuis een weegschaal die 62,0 kg aanwijst als zij erop staat. In de weegschaal zit een veer die wordt ingedrukt bij belasting. Inge vraagt zich af wat de weegschaal zou aanwijzen als zij op het oppervlak van Jupiter op deze weegschaal zou kunnen staan.

a Hoe groot is de massa van Inge op Jupiter?

b Bereken hoeveel de weegschaal op Jupiter zou aanwijzen als Inge er op die planeet op zou kunnen staan.

naar: pilotexamen 2010-II

+25 Valversnelling
De valversnelling op Jupiter is veel groter dan die op aarde.

a Bereken uit de massa en straal van Jupiter de valversnelling op deze planeet.

Stel dat wetenschappers een exoplaneet zouden ontdekken met een straal die tweemaal zo klein is als die van de aarde, en waarvan de massa tweemaal zo groot is als die van de aarde.

b Beredeneer wat de valversnelling op deze planeet zal zijn.

---

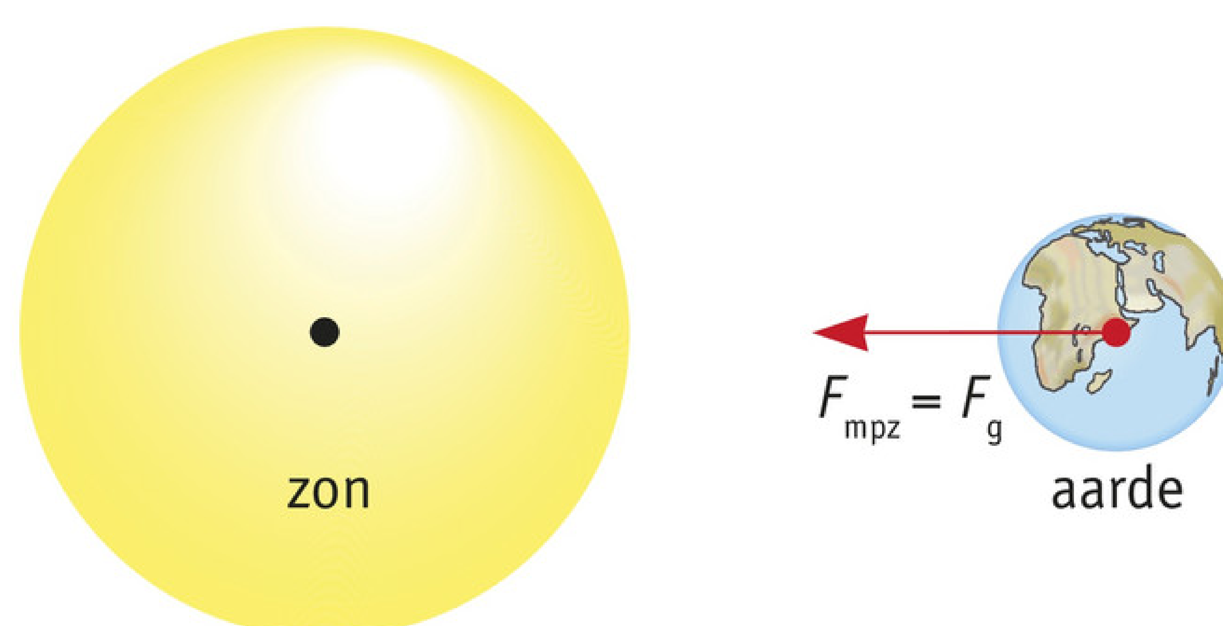
4 Toepassingen van de gravitatiekracht

In deze paragraaf leer je:
- verschillende toepassingen van de gravitatiewet van Newton kennen;
- de begrippen ellipsbaan en geostationaire baan kennen.

De maan draait bij benadering in een cirkelbaan rond de aarde en de aarde en de andere planeten draaien bij benadering in een cirkelbaan om de zon. De gravitatiekracht levert de benodigde middelpuntzoekende kracht om deze banen te beschrijven.

Beweging van de aarde om de zon

De enige kracht die de aarde in haar baan om de zon ondervindt is de gravitatiekracht (figuur 18). De gravitatiekracht is naar het middelpunt van de zon gericht, dat tevens het middelpunt van de cirkelbaan is. De gravitatiekracht zorgt dus voor de middelpuntzoekende kracht.



▲ **figuur 18** De zon oefent een gravitatiekracht op de aarde uit.

De gravitatiekracht levert de middelpuntzoekende kracht voor de cirkelbeweging van de aarde om de zon. Er geldt:

$$F_{mpz} = F_g$$

$$\frac{m_{aarde} \cdot v^2}{r} = G \cdot \frac{m_{aarde} \cdot M_{zon}}{r^2}$$

In de formule voor de gravitatiekracht is r de afstand van het zwaartepunt van de aarde tot het zwaartepunt van de zon. In de formule voor de middelpuntzoekende kracht is r de straal van de cirkelbaan. Deze is precies gelijk aan de afstand tussen de zwaartepunten van zon en aarde.

Kruislings vermenigvuldigen levert:

$$r^2 \cdot m_{aarde} \cdot v^2 = G \cdot m_{aarde} \cdot M_{zon} \cdot r$$

Nu kun je links en rechts delen door m_{aarde} en door r. Dat geeft:

$$r \cdot v^2 = G \cdot M_{zon} \text{ dus } v^2 = \frac{G \cdot M_{zon}}{r}$$

Hiermee kun je de snelheid van de aarde uitrekenen:

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M_{zon}}{r}}$$

Hierin is:

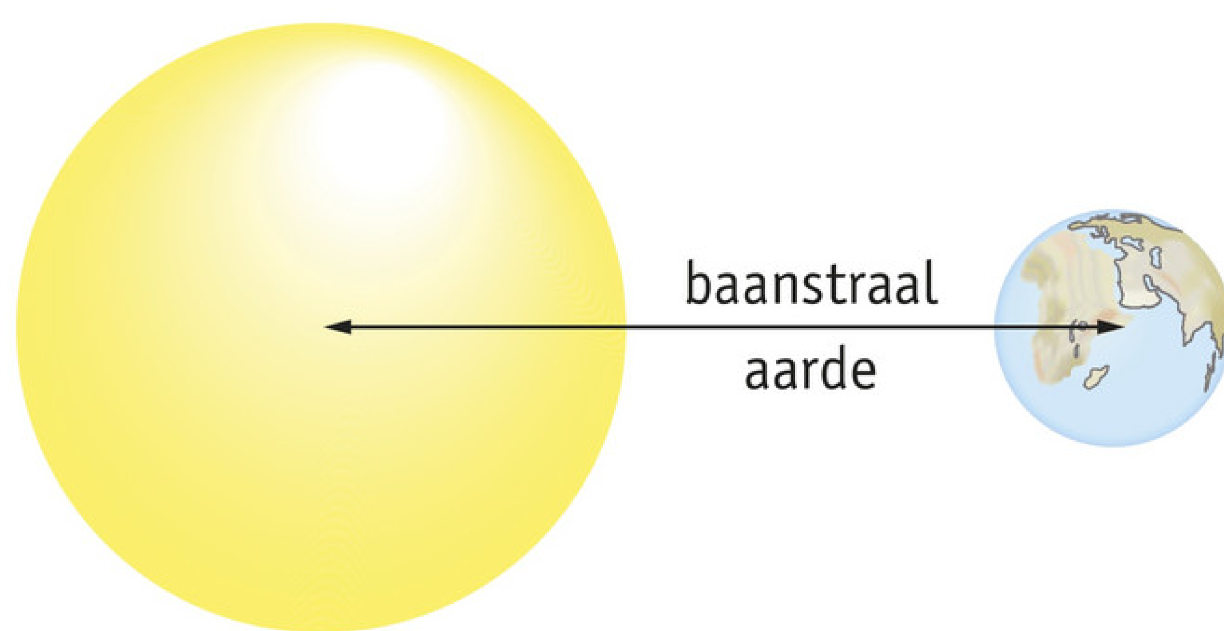
- $G = 6{,}673\ 84 \cdot 10^{-11}\ \text{N m}^2\text{kg}^{-2}$;
- $M_{zon} = 1{,}9884 \cdot 10^{30}$ kg;
- r = afstand aarde-zon = baanstraal = $0{,}1496 \cdot 10^{12}$ m.

Invullen geeft:

$v = 2{,}978 \cdot 10^4\ \text{m s}^{-1} = 29{,}78\ \text{km s}^{-1}$

Met deze snelheid wordt de afstand van Maastricht naar Groningen (337 km) in 11,3 s afgelegd!

Opmerking: de afstand aarde-zon die in Binas tabel 31 staat vermeld (de baanstraal) is de afstand tussen de zwaartepunten van de aarde en de zon en dus niet de afstand tussen het zonneoppervlak en het aardoppervlak. Dit zie je ook in figuur 19.



▲ **figuur 19** In Binas tabel 31 is de afstand tussen de zwaartepunten van de aarde en de zon gegeven.

Ook de andere planeten en planetoïden bewegen in een bij benadering cirkelvormige baan om de zon. Hiervoor geldt dus ook $F_{mpz} = F_g$, en de snelheid van elke planeet kun je dus berekenen met $v = \sqrt{\frac{G \cdot M_{zon}}{r}}$. Uit deze formule kun je een belangrijk gegeven afleiden: hoe groter de baanstraal (r) van de planeet, hoe kleiner de snelheid (v). In ons zonnestelsel heeft Mercurius dus de grootste baansnelheid en Neptunus de kleinste.

Beweging van de maan om de aarde

De vergelijking $F_{mpz} = F_g$ geldt voor elk voorwerp of hemellichaam dat in een cirkelbaan om een ander hemellichaam draait: een planeet rond de zon, de maan rond de aarde, enzovoort. Als de omlooptijd en baanstraal van bijvoorbeeld een maan rond een planeet bekend zijn, kunnen wetenschappers hiermee de massa van die planeet berekenen.

Voorbeeldopgave 3

De omlooptijd T van de maan rond de aarde is 27,32 dagen, de baanstraal is $384{,}4 \cdot 10^6$ m.
Bereken met deze gegevens:

a de baansnelheid van de maan;
b de massa van de aarde.

Uitwerking

a Reken de omlooptijd om naar de juiste SI-eenheid en zoek de verdere gegevens die je nodig hebt op in Binas.
T = 27,32 dagen = $27{,}32 \times 86\,400 = 2{,}360 \cdot 10^6$ s (In Binas tabel 5 vind je 1 dag = 86 400 s.)
$r = 384{,}4 \cdot 10^6$ m; $G = 6{,}673\,84 \cdot 10^{-11}$ N m² kg⁻²

Formule: $v = \dfrac{2 \cdot \pi \cdot r}{T}$

Invullen: $v = \dfrac{2 \cdot \pi \cdot r}{T} = \dfrac{2 \cdot \pi \cdot 384{,}4 \cdot 10^6}{2{,}360 \cdot 10^6} = 1{,}023 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1}$

Dat is ruim 1 km s^{-1}. De maan cirkelt dus om de aarde met een snelheid van ongeveer driemaal de geluidssnelheid (343 m s^{-1}).

b Gegevens:
$r = 384{,}4 \cdot 10^6$ m
$v = 1{,}023 \cdot 10^3$ m s^{-1}
Formule: $F_{mpz} = F_g$

$\dfrac{m_{maan} \cdot v^2}{r} = G \cdot \dfrac{m_{maan} \cdot M_{aarde}}{r^2}$, dus $r \cdot v^2 = G \cdot M_{aarde}$

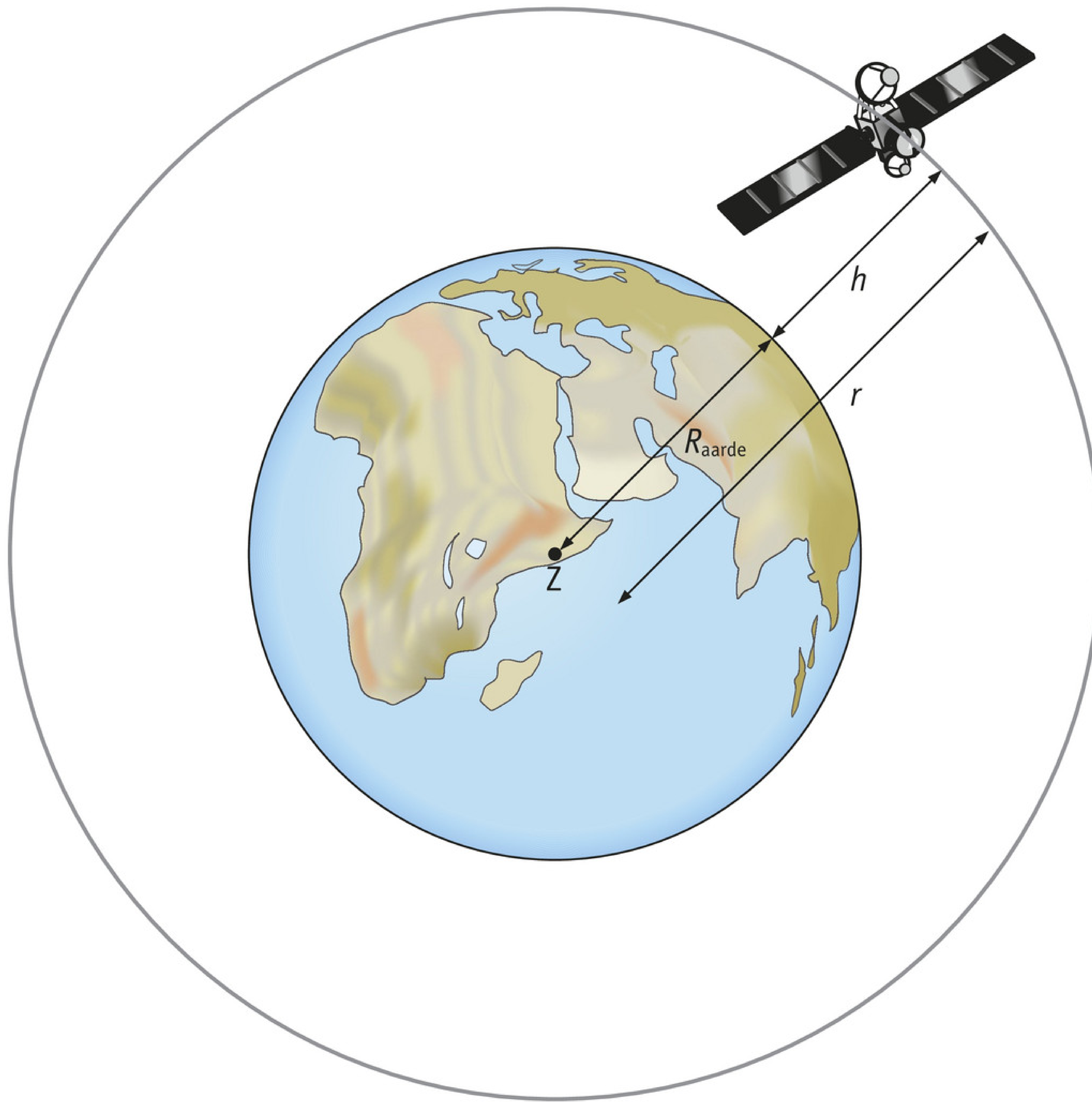
Invullen geeft: $384{,}4 \cdot 10^6 \times (1{,}023 \cdot 10^3)^2 = 6{,}673\,84 \cdot 10^{-11} \cdot M_{aarde}$
Uitwerken van deze vergelijking geeft: $M_{aarde} = 6{,}028 \cdot 10^{24}$ kg.
De gevonden waarde wijkt iets af van de waarde die Binas geeft, omdat de maan geen perfecte cirkelbaan beschrijft.



◀ **figuur 20** een satelliet in zijn baan om de aarde

Beweging van satellieten om de aarde

Behalve de maan draait er ook een groot aantal satellieten om de aarde (figuur 20). De meeste satellieten draaien op een hoogte tussen enkele honderden kilometers tot tienduizenden kilometers. Hoewel dit grote afstanden zijn, moet je er in berekeningen bij satellieten altijd rekening mee houden dat de baanstraal gelijk is aan de afstand tussen de zwaartepunten van de (hemel)lichamen. In figuur 21 zie je dat voor de baanstraal r geldt: $r = R_{aarde} + h$ waarbij h de hoogte van de satelliet boven het aardoppervlak is.



▲ **figuur 21** $r = R_{aarde} + h$

Voorbeeldopgave 4

Een satelliet draait met een snelheid van 751 m s⁻¹ op een hoogte van 1600 km in een cirkelvormige baan rond de aarde. De massa van de satelliet is 700 kg.

a Bereken de middelpuntzoekende kracht op de satelliet.
b Leg uit of de gravitatiekracht groter dan, gelijk is aan of kleiner is dan de middelpuntzoekende kracht op de satelliet.

Uitwerking

a Gegevens:
$m = 700$ kg
$r = R_{aarde} + h = 6{,}371 \cdot 10^6 + 1600 \cdot 10^3 = 7{,}971 \cdot 10^6$ m
$v = 751$ m s^{-1}

Formule: $F_{mpz} = \dfrac{m \cdot v^2}{r} = \dfrac{700 \times 751^2}{7{,}071 \cdot 10^6} = 55{,}8$ N

b De middelpuntzoekende kracht is een resulterende kracht en deze wordt hier geleverd door de gravitatiekracht. De gravitatiekracht is dus gelijk aan de middelpuntzoekende kracht: 55,8 N.

Voor de snelheid van de satelliet kun je op dezelfde wijze als in voorbeeldopgave 3 afleiden dat $v_{\text{satelliet}} = \sqrt{\dfrac{G \cdot M_{\text{aarde}}}{r}}$. De massa van de zon in de formule is nu vervangen door de massa van de aarde, want de cirkelbaan van de satelliet heeft als middelpunt het middelpunt van de aarde, niet het middelpunt van de zon.

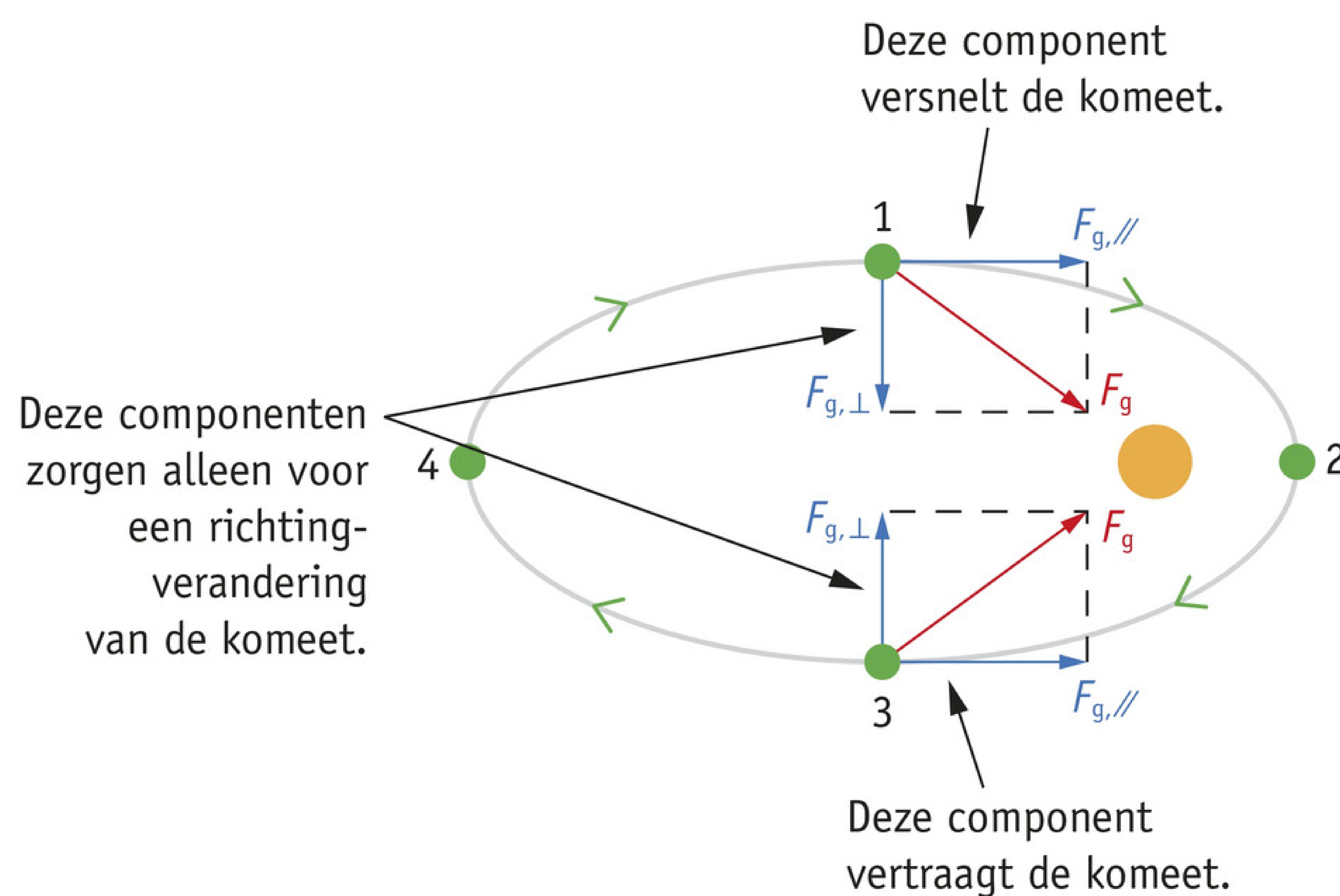
Uit deze formule kun je twee belangrijke conclusies trekken:
- Bij elke straal van een baan rond de aarde, dus in feite bij elke hoogte, hoort een bepaalde snelheid. Hoe groter de hoogte, hoe kleiner de snelheid.
- De massa van de satelliet is niet van invloed op de snelheid, hoogte en straal van de baan.

Beweging van geostationaire satellieten

Communicatiesatellieten moeten voortdurend boven hetzelfde stukje aarde blijven hangen. Omdat de aarde om haar as draait, moeten communicatiesatellieten dus met de aarde meedraaien. Als de aarde in 24 uur één omwenteling heeft gemaakt, heeft de communicatiesatelliet ook één rondje gedraaid. Daardoor lijkt de satelliet stil te hangen boven één punt van de aarde. Zo'n satelliet noem je een **geostationaire satelliet**. Geostationaire satellieten bewegen op een hoogte van $3{,}6 \cdot 10^4$ km boven de evenaar.

Beweging van kometen

Sommige hemellichamen zoals kometen en sommige satellieten beschrijven geen cirkelbaan, maar een duidelijke ellipsbaan (figuur 22). In zo'n baan is de baansnelheid niet constant.



▲ **figuur 22** Een komeet draait om de zon.

Zoals je in figuur 22 ziet wordt de komeet versneld door de evenwijdige component aan de baan van de gravitatiekracht als hij naar de zon toe beweegt (punt 1), en afgeremd als hij van de zon vandaan beweegt (punt 3). De grootste snelheid heeft de komeet dus in punt 2, als hij het dichtst bij de zon is.

Onthoud!

- De planeten draaien in een cirkelbaan om de zon, waarbij de gravitatiekracht de middelpuntzoekende kracht levert.
- De maan en satellieten draaien in cirkelbanen om de aarde, waarbij de gravitatiekracht de middelpuntzoekende kracht levert.

- Bij elke straal van een hemellichaam dat om een ander hemellichaam draait hoort een bepaalde snelheid. De massa van het hemellichaam dat de rondjes draait, is niet van invloed op de snelheid, omlooptijd en straal van de baan.
- Geostationaire satellieten hebben dezelfde omlooptijd als de aarde (T = 24 h) waardoor ze steeds boven hetzelfde punt van de evenaar staan.
- Bij berekeningen aan satellieten met hoogte h boven het aardoppervlak geldt:
  $r = R_{aarde} + h$
- Sommige hemellichamen (zoals kometen) beschrijven een ellipsbaan. De snelheid van deze kometen in de ellipsbaan is het grootst als de komeet het dichtst bij het hemellichaam is waar de komeet omheen draait.

Opdrachten

26 Vakbegrippen
De snelheid van een planeet of satelliet in een cirkelbaan kun je op verschillende manieren berekenen.
a Geef twee manieren waarop je de snelheid van de aarde in haar baan om de zon kunt berekenen.
b Geef twee manieren waarop je de snelheid van een satelliet op hoogte h boven het aardoppervlak, en omlooptijd T kunt berekenen.
c Leg uit wat een geostationaire satelliet is.

27 Maan
In voorbeeldopgave 3 is uitgerekend dat de maan een snelheid heeft van 1023 $m\,s^{-1}$ bij haar beweging rondom de aarde.
a Bereken hieruit de omlooptijd van de maan rond de aarde.
b Klopt deze omlooptijd met wat je had verwacht?

28 Satelliet
Een satelliet met een massa van 2500 kg draait op een hoogte van 2000 km rondjes om de aarde.
a Bereken de gravitatiekracht van de aarde op de satelliet.
b Bereken de snelheid van de satelliet.
c Bereken de omlooptijd van de satelliet.

29 Zon
De massa van de zon kun je berekenen als de omlooptijd en baanstraal van een planeet bekend zijn.
Zoek in Binas de omlooptijd en baanstraal van Mercurius op en bereken hiermee de massa van de zon.

+30 Twee satellieten
Twee satellieten A en B bewegen in een cirkelvormige baan om de aarde. De snelheid van satelliet A is 3× zo groot als die van satelliet B.
a Bereken de verhouding van de stralen van hun banen.
b Bereken de verhouding van de gravitatiekrachten op de satellieten als ze een even grote massa hebben.

+31 Kepler

De natuur- en sterrenkundige Johannes Kepler leidde af dat voor de beweging van een planeet rond de zon geldt:

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot M_{zon}}{4\pi^2}$$

Hierin is:
- r de straal van de baan van de planeet in meter (m);
- T de omlooptijd van de planeet rond de zon in seconden (s);
- G de gravitatieconstante ($6{,}673\ 84 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2});
- M_{zon} de massa van de zon in kilogram (kg).

Deze formule heet de derde wet van Kepler.

a Leid deze wet af door de formule voor de gravitatiekracht van de zon op een planeet te combineren met de formule voor de baansnelheid bij een cirkelbeweging.

b Bereken $\frac{r^3}{T^2}$ voor de aarde en voor Mars.

c Wat valt je op aan de uitkomsten bij opgave b? Kun je dat verklaren met de derde wet van Kepler?

32 Maan

De afstand aarde-maan kun je nauwkeurig meten door laserpulsen naar de maan te verzenden en de tijd te meten die een laserpuls onderweg is geweest. De laserpulsen worden gereflecteerd door spiegels die zijn achtergelaten door astronauten. Deze meting heeft een onnauwkeurigheid van circa 10 picoseconde.

a Hoe groot is dan de onnauwkeurigheid in de afstand van de aarde tot de maan?
A enkele millimeters
B enkele centimeters
C enkele decimeters
D enkele meters
E enkele kilometers
F honderden kilometers

Uit de metingen is gebleken dat de maan zich langzaam van de aarde verwijdert.

b De gravitatiekracht van de aarde op de maan was vroeger:
A kleiner
B even groot
C groter

Voor de beweging van de maan om de aarde geldt de derde wet van Kepler: $\frac{r^3}{T^2}$ = constant.

Hierin is:
- r de (gemiddelde) baanstraal;
- T de omlooptijd.

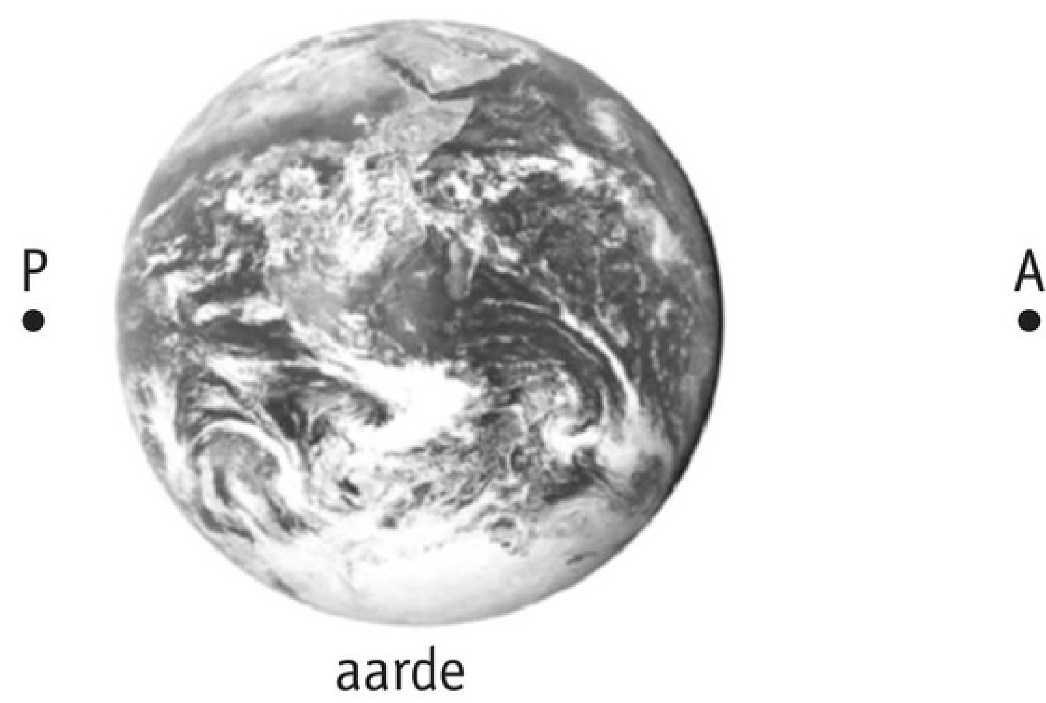
c De omlooptijd van de maan om de aarde was vroeger:
A kleiner
B even groot
C groter

naar: examen 2009-II

33 Ellipsbaan

Sommige satellieten bewegen in een ellipsbaan rond de aarde (figuur 23). In het verst verwijderde punt A (het zogenoemde apogeum) en in het dichtstbijzijnde punt P (het zogenoemde perigeum) van deze baan geldt: $F_{mpz} = F_G$.

Leg met behulp van deze vergelijking uit of de snelheid het grootst is in punt A, in punt P, of dat de snelheden in A en P gelijk zijn.
naar: pilotexamen 2014-II



▲ **figuur 23** een satelliet in een ellipsbaan

34 Jupiter
Jupiter heeft een veel grotere massa dan de aarde en staat veel verder weg van de zon dan de aarde.
Beredeneer of bereken of de gravitatiekracht van de zon op Jupiter groter of kleiner is dan de gravitatiekracht van de zon op de aarde.
naar: pilotexamen 2010-II

5 Ontstaan van het heelal

In deze paragraaf leer je:
- berekeningen maken met de lichtsnelheid en de eenheid lichtjaar;
- de begrippen sterrenstelsel, sterrencluster en planetenstelsel kennen;
- de begrippen oerknal, uitdijend heelal en Melkweg kennen;
- hoe de tijd tussen uitzenden en waarnemen van licht van een ster samenhangt met de afstand tot de ster.

Als je de zon ziet opkomen, is ze eigenlijk al acht minuten op; het licht van de zon doet er namelijk ongeveer acht minuten over om ons te bereiken. Aan een heldere nachtelijke hemel zie je sterren en sterrenstelsels in de toestand waarin die sterren zich bevonden toen ze dat licht uitzonden. Dat varieert tussen vier jaar geleden voor de dichtstbijzijnde ster (buiten ons zonnestelsel) tot honderden miljoenen jaren geleden voor ver gelegen sterrenstelsels. Kijken naar de sterrenhemel is dus kijken in een ver verleden.

Lichtjaar

De afstanden in het heelal zijn zó groot dat ze meestal niet in kilometer worden uitgedrukt, maar in lichtjaar. Eén **lichtjaar** is de afstand die het licht in één jaar aflegt. De lichtsnelheid bedraagt $2{,}997\,924\,58 \cdot 10^{8}$ m s^{-1} (Binas tabel 7A), zodat één lichtjaar $9{,}461 \cdot 10^{15}$ m (Binas tabel 5) bedraagt.

Voorbeeldopgave 5

De ster die het dichtst bij ons zonnestelsel staat is Proxima Centauri. De ster staat op een afstand van 4,2 lichtjaar van de aarde.

a Bereken de afstand tussen de aarde en Proxima Centauri in meter.

De ster Rigel is de helderste ster in het sterrenbeeld Orion. De ster staat op een afstand van $820 \cdot 10^{16}$ m van de aarde.

b Bereken hoelang geleden het licht dat je nu op aarde waarneemt door deze ster werd uitgezonden.

Uitwerking

a Gegeven: s = 4,2 lichtjaar
1 lichtjaar = $9{,}461 \cdot 10^{15}$ m
$s = 4{,}2 \times 9{,}461 \cdot 10^{15}$ m $= 4{,}0 \cdot 10^{16}$ m

b Gegeven: $s = 820 \cdot 10^{16}$ m
1 lichtjaar = $9{,}461 \cdot 10^{15}$ m
de afstand in lichtjaren is $\dfrac{820 \cdot 10^{16}}{9{,}461 \cdot 10^{15}}$ = 867 lichtjaar.

Het licht van deze ster dat je nu op aarde waarneemt is dus 867 jaar geleden (rond het jaar 1155) uitgezonden.

Sterrenstelsels, sterrenclusters en planetenstelsels

Door naar de sterrenhemel te kijken kun je meer te weten komen over de structuur van het heelal en over hoe het is ontstaan. Daarvoor kun je telescopen gebruiken. Daarmee wordt met verschillende kijkers naar allerlei soorten straling tot in de verste uithoeken van ons heelal gezocht. Iedere soort straling (röntgenstraling, radiostraling, enzovoort) die uit het heelal komt, levert andere informatie op.
Met deze informatie kunnen wetenschappers onder andere de afstand van de sterren tot de aarde berekenen. Hieruit blijkt dat sterren niet gelijkmatig over het heelal zijn verspreid. Onder invloed van de onderlinge zwaartekracht hebben ze zich verzameld in **sterrenstelsels** (figuur 24). Wetenschappers denken dat er wel meer dan een biljoen sterrenstelsels in ons heelal zijn.



▲ **figuur 24** opname van ver verwijderde sterrenstelsels

De zon maakt ook deel uit van een sterrenstelsel: het Melkwegstelsel of kortweg de Melkweg. De **Melkweg** is een spiraalvormig sterrenstelsel. In figuur 25 zie je waar de aarde zich in de Melkweg bevindt. In ongeveer 230 miljoen jaar draait de zon en de rest van ons zonnestelsel volledig rond het middelpunt.



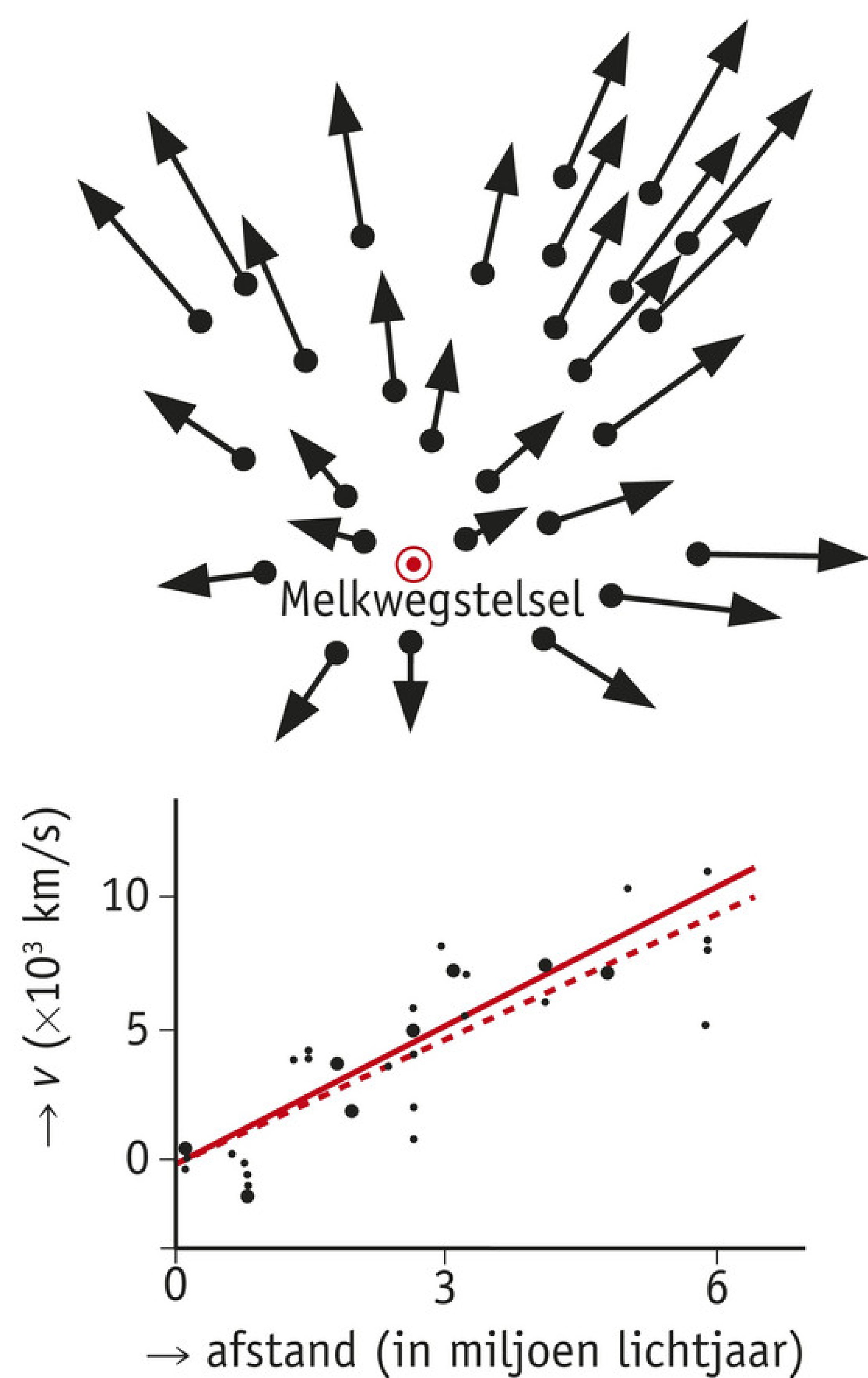
▲ **figuur 25** De zon bevindt zich in het Melkwegstelsel.

Sterrenstelsels worden bij elkaar gehouden door de onderlinge gravitatiekracht. Diezelfde kracht zorgt ervoor dat sterrenstelsels zich op hun beurt ook verzamelen in **sterrenclusters**. Zo'n cluster kan afmetingen hebben van meer dan tien miljoen lichtjaren en kan duizenden sterrenstelsels bevatten.

Door steeds nauwkeuriger metingen aan sterren hebben wetenschappers ontdekt dat er rond veel sterren ook planeten bewegen. Zo'n ster is dus het middelpunt van een **planetenstelsel**. De ontdekte planeten buiten ons zonnestelsel heten ook wel **exoplaneten**. De planetenstelsels krijgen een naam die verwijst naar de centrale ster waar ze omheen draaien; daarom heet ons planetenstelsel het zonnestelsel. Op sommige van deze planeten zou misschien buitenaards leven mogelijk kunnen zijn.

Beweging van sterrenstelsels

Bij het bestuderen van de beweging van sterrenstelsels in het heelal is in de vorige eeuw een bijzonder verschijnsel waargenomen: de 'roodverschuiving'. Dit fenomeen kun je vergelijken met een brandweerauto die voorbijrijdt met z'n sirene aan. Op het moment dat de brandweerauto je passeert, daalt de toonhoogte die je hoort, het zogeheten dopplereffect. Bij sterrenstelsels verandert niet de toonhoogte, maar de kleur van het waargenomen licht, afhankelijk van de snelheid waarmee die stelsels zich van ons verwijderen. Hoe sneller een stelsel zich verwijdert, hoe meer het uitgezonden licht verschuift in de richting van het rode deel van het spectrum. Hoe verder het waargenomen sterrenstelsel zich van ons af bevindt, des te sterker deze roodverschuiving blijkt te zijn. Dat betekent dat hoe verder de sterrenstelsels zich van de aarde bevinden, des te groter de snelheid is waarmee ze zich van de aarde verwijderen. Het verband tussen de snelheid van een sterrenstelsel en zijn afstand werd uitvoerig onderzocht door de Amerikaanse astronoom Hubble. Uit zijn metingen ontstond het beeld van het **uitdijend heelal** zoals je dat ziet in figuur 26.



◀ **figuur 26** het verband tussen afstand en verwijderingssnelheid van sterrenstelsels volgens Hubble

Als de sterrenstelsels zich van elkaar verwijderen, dan zal er, terugrekenend, een moment zijn geweest waarop de materie in het heelal in één punt was geconcentreerd. Hoe je je het heelal moet voorstellen voor dat tijdstip weet niemand. Een gangbare theorie is dat het heelal in dat ene punt is begonnen met een **oerknal** (tabel 1).

▼ **tabel 1** van oerknal tot Melkwegstelsels

tijd vanaf oerknal (s)	temperatuur (K)	dichtheid (kg m⁻³)	straal heelal (m)	bijzonderheden
0	?	?	?	Tijdstip oerknal.
10^{-43}	?	?	?	Pas na dit tijdstip (de ‘plancktijd’) gelden de ons bekende natuurwetten.
10^{-34}	10^{22}	10^{67}	1	Na dit tijdsverloop is het heelal al 10^{47} keer zo groot geworden.
10^{-10}	10^{15}	10^{29}	10^{12}	Vorming van protonen en neutronen.
10^{-4}	10^{12}	10^{20}	10^{15}	Einde vorming van protonen en neutronen.
1	10^{10}	10^{9}	10^{17}	Vorming van heliumatoomkernen.
$2 \cdot 10^{2}$	10^{9}	10^{4}	10^{18}	Het heelal heeft een diameter van 100 lichtjaar (1/1000ᵉ van ons Melkwegstelsel).
$1{,}5 \cdot 10^{13}$	$4 \cdot 10^{3}$	10^{-24}	10^{24}	Vorming van atomen; het heelal wordt doorzichtig.
$5 \cdot 10^{17}$	3	10^{-26}	10^{27}	Op sterren vormen zich elementen; Melkwegstelsel wordt gevormd.

Op basis van de kennis over het verleden van ons heelal kunnen ook theorieën worden ontwikkeld over de toekomst ervan. Inmiddels is bekend dat de aanwezigheid van materie in de ruimte een remmende werking heeft op de uitzetting (expansie) van het heelal. Dan is er een aantal mogelijkheden voor ons heelal.

- *Open heelal*. De massa is te klein om de expansie van het heelal te stoppen. De aanwezige energie wordt verdeeld over een steeds grotere ruimte. Het heelal dooft uit.
- *Gesloten heelal*. Er is voldoende massa om de expansie tot stilstand te brengen en om daarna het heelal zelfs te laten krimpen tot het in één punt ‘implodeert’. Wellicht is dit de oerknal van een ander tijdperk.
- *Kritisch heelal*. Er is precies zo veel massa aanwezig dat het heelal zich op de grens van open en gesloten bevindt. In die situatie kunnen sterren zich blijven vormen.

In deze drie scenario's speelt massa een grote rol. Veel onderzoek richt zich daarom op de aanwezige massa (materie) in het heelal. Er wordt aangenomen dat er naast zichtbare materie veel onzichtbare 'donkere materie' in de ruimte aanwezig is, misschien wel 90%.

Onthoud!

- Als je naar een ster kijkt, zie je die ster op het moment dat zijn licht werd uitgezonden.
- Groepen sterren die dicht bij elkaar staan noem je een sterrenstelsel. Een sterrencluster is een verzameling van dicht bij elkaar staande sterrenstelsels. Een planetenstelsel is een groep planeten die rond een ster draait.
- De zon en ons planetenstelsel maakt deel uit van het Melkwegstelsel.
- Eén lichtjaar is de afstand die het licht in één jaar aflegt.
- Sterrenstelsels en sterrenclusters bewegen met grote snelheid uit elkaar, een zogenoemd uitdijend heelal. Wetenschappers leiden hieruit af dat de oerknal het begin van ons heelal was.

Opdrachten

35 Heelal
Wetenschappers hebben verschillende scenario's hoe het heelal zich in de toekomst zal ontwikkelen.
a Leg uit wat de verschillen zijn tussen een open, een gesloten en een kritisch heelal.
b Leg uit wat 'roodverschuiving' is.

36 Proxima Centauri
De ster die na de zon het dichtst bij ons staat, Proxima Centauri, bevindt zich op 4,2 lichtjaar afstand van de aarde.
Reken de afstand van Proxima Centauri tot de aarde om in kilometer.

37 Parsec
De afstand tussen de aarde en sterren wordt soms uitgedrukt in de eenheid parsec (pc).
Stel dat een ster zich op 140 pc van ons vandaan bevindt. Behalve de parsec wordt ook de eenheid lichtjaar gebruikt om afstanden in het heelal aan te geven.
Reken met behulp van Binas de afstand tot deze ster om in lichtjaar.
naar: pilotexamen 2010 II

38 Hubble
De astronoom Hubble ontdekte een verband tussen de afstand en de verwijderingssnelheid van sterrenstelsels.
a Ga met het diagram in figuur 26 na op welke afstand een sterrenstelsel staat als de verwijderingssnelheid 7000 $km\,s^{-1}$ bedraagt.

Een sterrenstelsel bevindt zich op een afstand van 3,26 miljoen lichtjaar.
b Bepaal met hoeveel procent van de lichtsnelheid het stelsel zich van ons verwijdert.

+39 Expanderend heelal
Bij een expanderend heelal neem je aan licht van ver verwijderde sterrenstelsels roodverschuiving waar.
a Waarom neem je aan sterren in ons Melkwegstelsel die roodverschuiving niet waar?
b Wat zou je aan het licht van ver verwijderde sterrenstelsels ontdekken als je met een krimpend heelal te maken zou hebben?

+40 Geschiedenis van het heelal
In tabel 1 is de geschiedenis van het heelal in beknopte vorm weergegeven. Maak bij het beantwoorden van de volgende vragen gebruik van de tabel.
- **a** Bereken hoe groot de massa van een emmer (V = 8,0 L) materie was, 10^{-34} s na de oerknal.
- **b** Bereken hoeveel jaar na de oerknal zich het Melkwegstelsel vormde.
- **c** Bereken de massa van het heelal 1,0 s na de oerknal. Ga ervan uit dat het heelal bolvormig was.

Eindopdracht

41 De Pioneer-10
Ruimtevaartuigen die worden gebruikt om het heelal te onderzoeken, worden soms eerst in een baan om de aarde geparkeerd. Na verloop van tijd wordt het vaartuig dan verder het zonnestelsel in gestuurd.

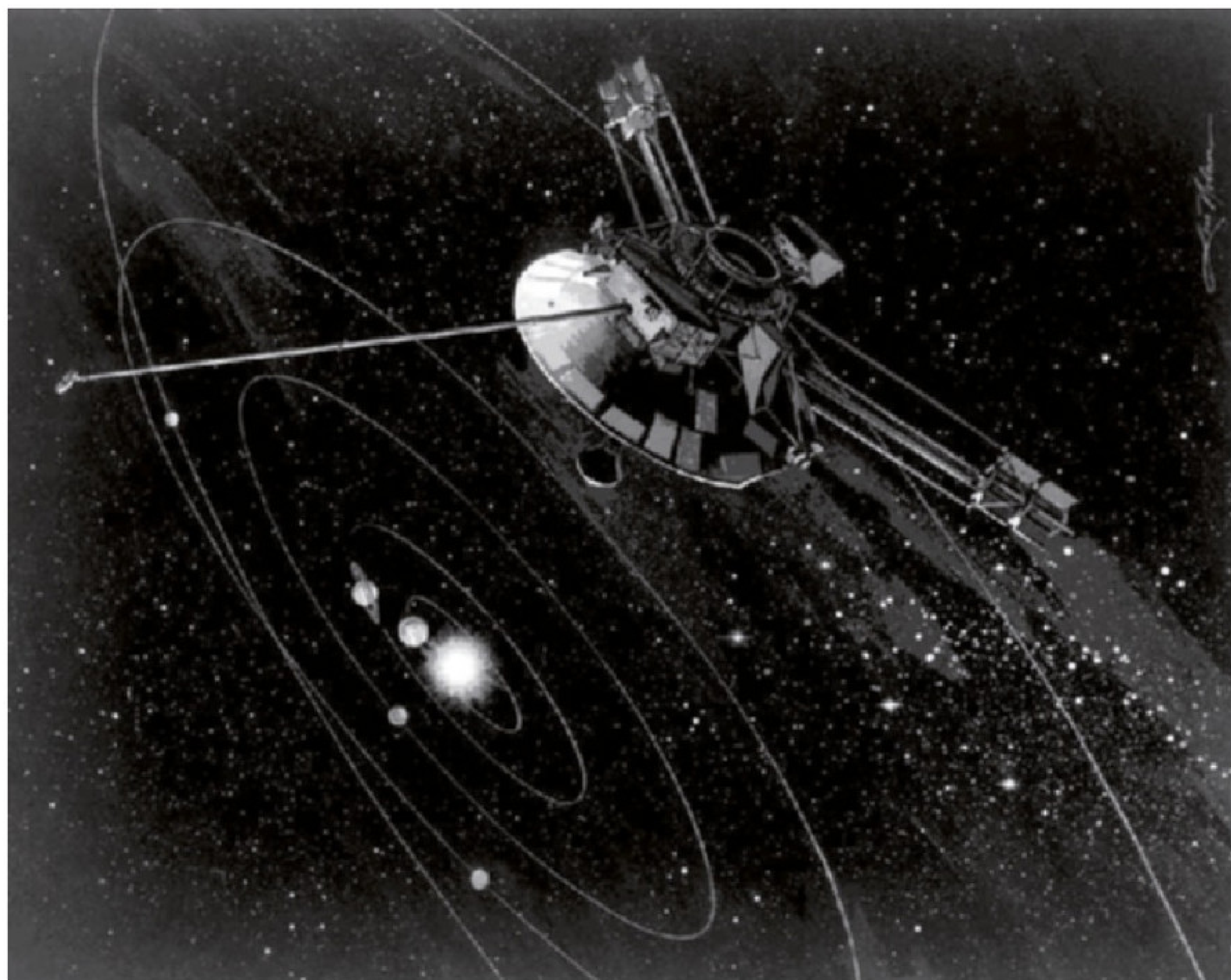
Voor de omlooptijd T van een voorwerp rond een planeet met massa M geldt de volgende formule:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{r^3}{G \cdot M}}$$

Stel dat het ruimtevaartuig dezelfde omlooptijd zou hebben als een geostationaire satelliet.
- **a** Toon aan dat straal r van de cirkelbaan die een geostationaire satelliet aflegt $42{,}3 \cdot 10^6$ m is.
- **b** Bereken de hoogte waarop de satelliet (en dus ook het ruimtevaartuig) zich gemiddeld boven de aarde bevindt.

Een geostationaire satelliet heeft een massa van $5{,}5 \cdot 10^2$ kg.
- **c** Bereken de middelpuntzoekende kracht die deze satelliet in zijn baan ondervindt.

De verkenner Pioneer-10 werd in 1972 gelanceerd en was in 1983 het eerste ruimtevaartuig dat ons zonnestelsel verliet. Zie de ‘artist impression’ in figuur 27.

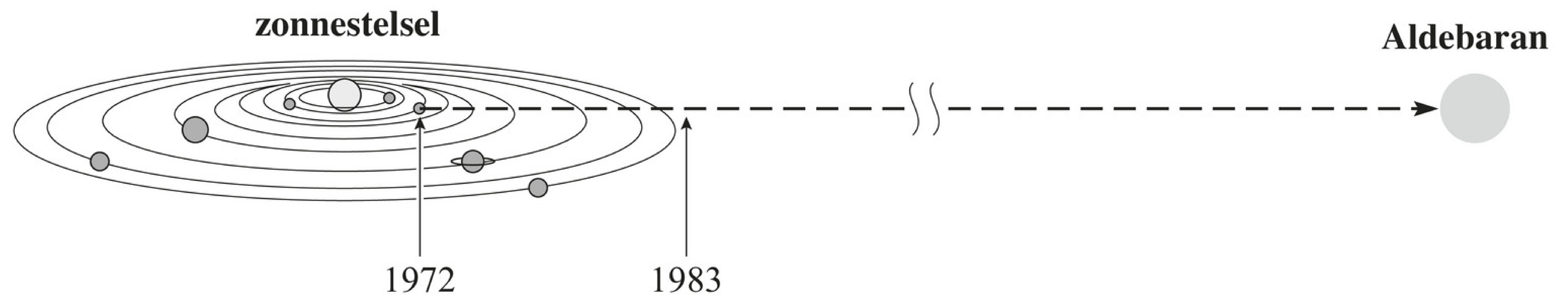


▲ **figuur 27** ‘artist impression’ van de Pioneer-10

In 1983 bewoog de Pioneer-10 met een snelheid van ongeveer 2,6 AE per jaar in de richting van de rode ster Aldebaran (figuur 28). Deze figuur is niet op schaal. Eén AE (astronomische eenheid) is gelijk aan de gemiddelde afstand van de zon tot de aarde.

d Reken de eenheid AE om in de eenheid lichtjaar.

e Bereken hoeveel jaar de Pioneer-10 over zijn reis naar Aldebaran zal doen als hij zijn hele reis met de gegeven snelheid beweegt. Maak gebruik van Binas tabel 32B.



▲ **figuur 28** de Pioneer-10 op weg naar Aldebaran

In 1983 bevond de Pioneer-10 (m = 240 kg) zich op een afstand $r = 6{,}2 \cdot 10^{12}$ m van de zon. Zelfs op die enorme afstand ondervond de satelliet nog een aantrekkingskracht van de zon.

f Bereken de aantrekkingskracht die de zon op de Pioneer-10 uitoefende toen de satelliet zich op $6{,}2 \cdot 10^{12}$ m van de zon bevond.

naar: examen vwo 2011-I

6 Practicum

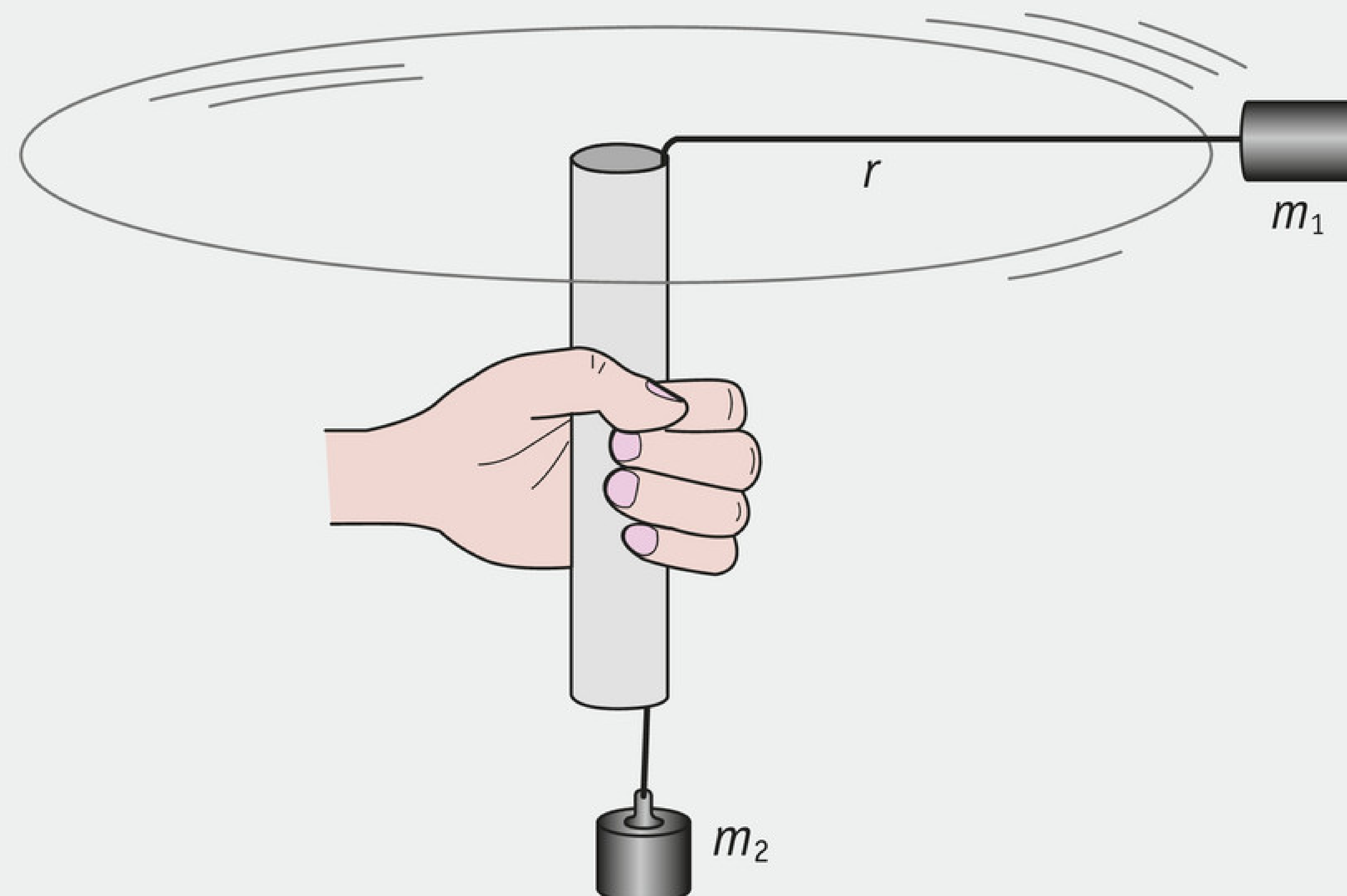
EXPERIMENT 1 Cirkelbeweging in een horizontaal vlak (onderzoekspracticum)

Inleiding
Een massa m_1 wordt aan een touw in een nagenoeg horizontaal vlak rondgeslingerd. De spankracht in het koord levert de benodigde middelpuntzoekende kracht voor m_1. Deze spankracht ontstaat doordat aan de andere kant van het touw een massa m_2 stilhangt.

Onderzoeksvragen
1 Is de spankracht in het koord even groot als de benodigde middelpuntzoekende kracht?
2 Kloppen de op grond van de theorie verwachte baansnelheden met de baansnelheden die je uit de straal en omlooptijd kunt berekenen?

Benodigdheden
pvc-buisje (lengte 15 cm); draad (circa 70 cm); liniaal; stopwatch; massablokje m_1 (10 g, 20 g, 25 g en 50 g); massablokje m_2 (20 g, 25 g en 50 g)

Uitvoering
- Haal de draad door het pvc-buisje.
- Hang massa m_1 aan de ene kant van de draad en massa m_2 aan de andere kant.
- Draai met het pvc-buisje korte cirkels, zodat m_1 een eenparige cirkelbeweging in een nagenoeg horizontaal vlak uitvoert (figuur 29).
- Meet hoelang vijf omwentelingen van massa m_1 duren en meet tegelijkertijd de straal van de cirkelbaan.
- Verander de grootte van massa m_1, maar laat m_2 ongewijzigd.
- Meet weer de tijdsduur van vijf omwentelingen en de straal van de cirkelbaan.
- Verander de grootte van massa m_1 nog twee keer en laat m_2 steeds ongewijzigd. Meet telkens de tijdsduur van vijf omwentelingen en de straal van de cirkelbaan.
- Houd nu de waarde van massa m_1 constant en varieer massa m_2.
- Meet weer steeds de tijdsduur van vijf omwentelingen en de straal van de cirkelbaan.



▲ **figuur 29** Massa m_1 voert een cirkelbeweging in een horizontaal vlak uit.

Verwerking
1 Laat zien hoe je bij de metingen de spankracht F_s in de draad kunt bepalen.
2 Vul de eerste vijf kolommen van tabel 2 in.
3 Bereken bij al je metingen de omlooptijd en vul deze in de tabel in.
4 Bereken bij al je metingen de baansnelheid en vul deze in de tabel in.
5 Bereken bij al je metingen de middelpuntzoekende kracht op massa m_1 en vul deze in de tabel in.
6 Vergelijk de waarden van F_s en F_{mpz} met elkaar en beantwoord de eerste onderzoeksvraag.
7 In deze situatie geldt:

$$F_{\text{mpz op } m_1} = \frac{m_1 \cdot v^2}{r} = F_s = F_{\text{z op } m_2} = m_2 \cdot g$$

Hieruit volgt: $v = \sqrt{\frac{m_2}{m_1} \cdot g \cdot r}$

Leid deze formule voor de theoretisch verwachte baansnelheid af.
8 Bereken met deze formule bij al je metingen de theoretisch verwachte baansnelheid en vul deze in de laatste kolom van de tabel in.

▼ tabel 2

m_1 (kg)	m_2 (kg)	F_s (N)	r (m)	5 T (s)	T (s)	v (m s^{-1})	F_{mpz} (N)	$v_{theorie}$ (m s^{-1})				

Conclusie

9 Kloppen de theoretisch verwachte baansnelheden met de baansnelheden uit de zevende kolom die je uit de straal en omlooptijd hebt berekend? Zo nee, probeer te verklaren hoe dat komt.

10 Leg uit waarom het in principe onmogelijk is om massa m_1 in een horizontaal vlak rond te bewegen.

EXPERIMENT 2 De cirkelslinger (onderzoekspracticum)

Inleiding

Een voorwerp dat een eenparige cirkelbeweging maakt, heeft voor het uitvoeren van die beweging een kracht nodig die is gericht naar het middelpunt van de cirkel. De grootte van de middelpuntzoekende kracht is afhankelijk van de massa en de snelheid van het voorwerp en de straal van de cirkelbaan.

Onderzoeksvraag

Hoe groot is de middelpuntzoekende kracht op een voorwerp dat je in een horizontaal vlak rond laat draaien bij verschillende snelheden van dat voorwerp?

Benodigdheden

touw (1,5 m); massablokje (50 g); rolmeter; stopwatch; markeerkrijt

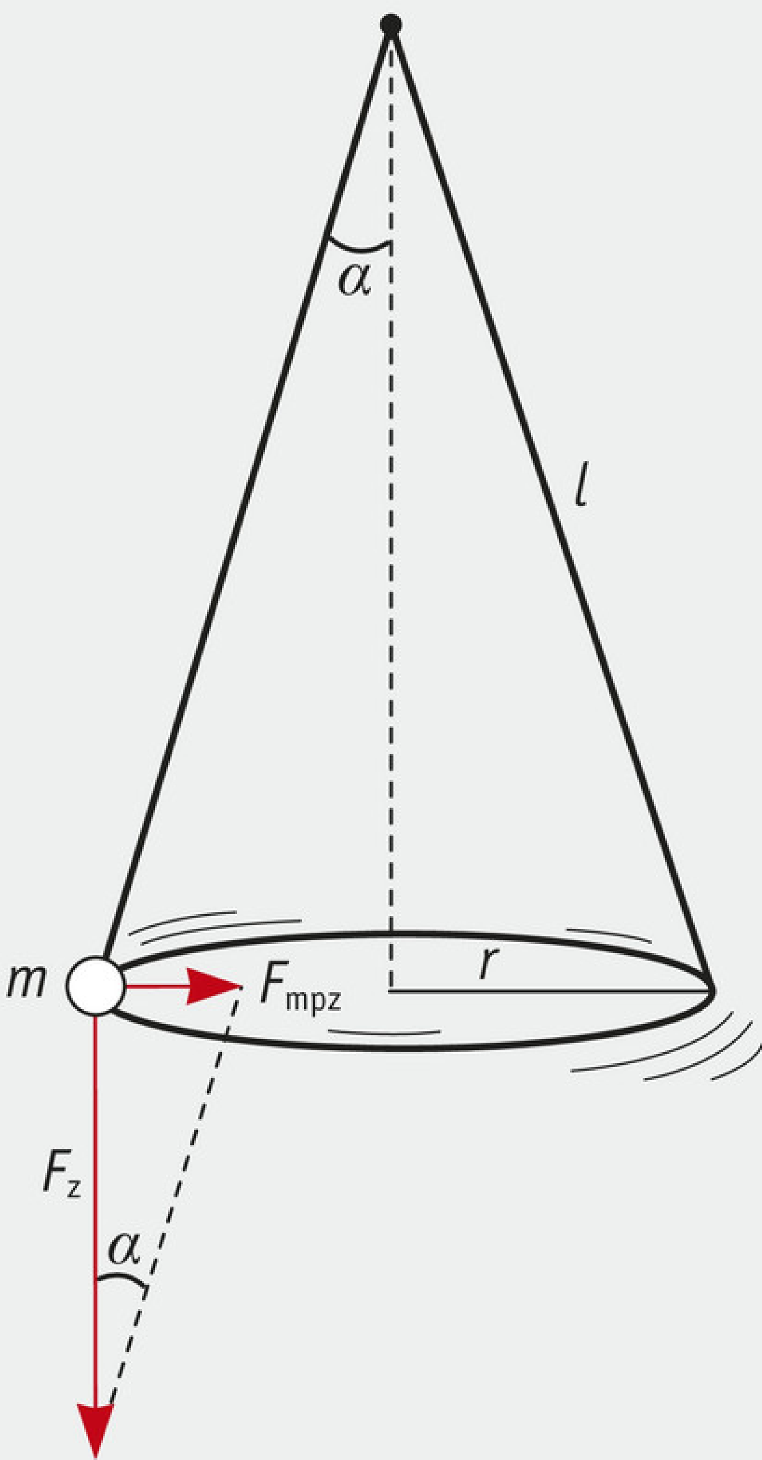
Uitvoering

- Laat de massa aan het touw met constante snelheid rondslingeren zoals in figuur 30.
- Meet de straal van de cirkelbaan op en meet de tijdsduur van vijf cirkelomlopen die bij deze beweging hoort.
- Herhaal deze metingen bij drie andere snelheden van de massa.
- Schrijf je meetresultaten op in een overzichtelijke tabel.

Verwerking

1 Maak in Excel een tabel van je meetresultaten.

2 Bereken bij de vier metingen de snelheid waarmee de massa de cirkelbaan doorloopt. Voeg deze resultaten aan de tabel toe.



▲ **figuur 30** De massa m maakt een horizontale cirkelbeweging.

3 Bereken met behulp van de meetresultaten de middelpuntzoekende kracht (F_{mpz}) bij de metingen. Voeg ook deze resultaten toe aan de Excel-tabel.

4 Leg uit dat je met tan α ook F_{mpz} kunt berekenen. Voer die berekening uit voor je metingen en maak voor deze resultaten een aanvulling in de Excel-tabel.

5 Verklaar de verschillen tussen de resultaten van vraag 3 en 4.

Conclusie

6 Beantwoord de onderzoeksvraag.

ONDERZOEK Looping

Inleiding
Een auto die een looping maakt moet een minimale snelheid hebben om niet in het hoogste punt van de looping omlaag te vallen. Je onderzoekt van welke hoogte een speelgoedauto of knikker omlaag moet rijden of rollen om de looping nog net te kunnen nemen.

Onderzoeksvragen
1 Van welke hoogte moet een speelgoedauto of een knikker omlaag rijden om de looping nog net te kunnen volgen?
2 Hangt deze hoogte af van de massa van de speelgoedauto of knikker?

Praktisch
Gebruik een speelgoedbaan met looping en een passend autootje, of gebruik een gebogen gordijnrail die je in de juiste vorm buigt, zoals is te zien in figuur 31. Voer de benodigde metingen uit en beantwoord de onderzoeksvragen.



▲ **figuur 31** De gordijnrail maakt een looping.

Maak de online diagnostische toets (Test jezelf).



HOOFDSTUK 11

Radioactiviteit

Wilhelm Conrad Röntgen ontdekte in 1895 röntgenstraling, die hij zelf x-straling noemde. Röntgenstraling heeft grotendeels dezelfde eigenschappen als gammastraling, die wordt uitgezonden door radioactieve stoffen. Henri Becquerel is de ontdekker van radioactiviteit. Dit is het verschijnsel dat sommige atoomkernen vanzelf ioniserende straling uitzenden: alfa-, bèta- en/of gammastraling. Sommige stralingssoorten bestaan uit deeltjes, andere uit fotonen. In dit hoofdstuk leer je over de eigenschappen van de verschillende soorten straling, hun toepassingen en de invloed van straling op het menselijk lichaam.

Introductie

Praktijk

Theorie

Maatschappij

Wat weet je al over radioactiviteit?

Leerdoelen
1 Je kunt werken met atoomnummers en massagetallen.
2 Je kent het verschil tussen bestraling en besmetting.
3 Je kunt rekenen aan halveringstijd.
4 Je kent de eigenschappen van radioactiviteit.
5 Je kunt een halveringstijd bepalen op basis van een vervalkromme.

In de vorige leerjaren van Nova Natuurkunde heb je al een aantal dingen geleerd over radioactiviteit. Je hebt deze kennis weer nodig wanneer je aan dit hoofdstuk begint. Wil je snel controleren wat je nog weet? Maak dan de volgende opdrachten.

Opdrachten voorkennis

1 In de tabel is de bouw van twee atomen P en Q weergegeven.
Geef van elke bewering aan of die juist of onjuist is.
Iwan beweert: "A en B hebben allebei evenveel protonen." *waar / niet waar*
Lars beweert: "A en B hebben allebei evenveel neutronen." *waar / niet waar*
Thomas beweert: "A en B zijn isotopen van hetzelfde element." *waar / niet waar*

atoom	massagetal	atoomnummer
A	12	5
B	12	7

2 Ni-58 en Ni-64 hebben beide een halveringstijd die miljoenen malen groter zijn dan de leeftijd van het universum. Beide isotopen worden daarom als stabiel beschouwd.
Wat is het verschil tussen een Ni-58-atoom en een Ni-64-atoom?
☐ A Een Ni-58 atoom heeft 3 protonen en 3 neutronen minder in zijn kern.
☐ B Een Ni-58 atoom heeft 6 neutronen minder (en evenveel protonen).
☐ C Een Ni-58 atoom heeft 6 protonen minder (en evenveel neutronen).
☐ D Dat kun je niet weten als je het atoomnummer van nikkel niet kent.

3 Geef bij elke situatie aan of er sprake is van bestraling of besmetting.
a Desirée heeft in het ziekenhuis een röntgenfoto laten maken van haar knie. *bestraling / besmetting*
b Om de werking van een orgaan in beeld te brengen, wordt een radioactieve stof in een arm geïnjecteerd. *bestraling / besmetting*
c Na de kernramp in Fukushima werd in de Japanse bladgroente komatsuna een verhoogde hoeveelheid radioactieve deeltjes gemeten die bij consumptie schadelijk is voor de gezondheid. *bestraling / besmetting*

4 Bij de kernsplijting van uranium en plutonium ontstaat het radioactieve isotoop cesium-137.
Deze ontstane isotoop heeft een halveringstijd van 30 jaar.
Na hoeveel jaar is 75% van de cesium-137-atomen vervallen?
☐ A na circa 23 jaar
☐ B na 30 jaar
☐ C na circa 51 jaar
☐ D na 60 jaar

5 Om bacteriën en virussen te doden, wordt voedsel doorstraalt met gammastraling. Als stralingsbron kan gekozen worden uit de isotopen in de tabel

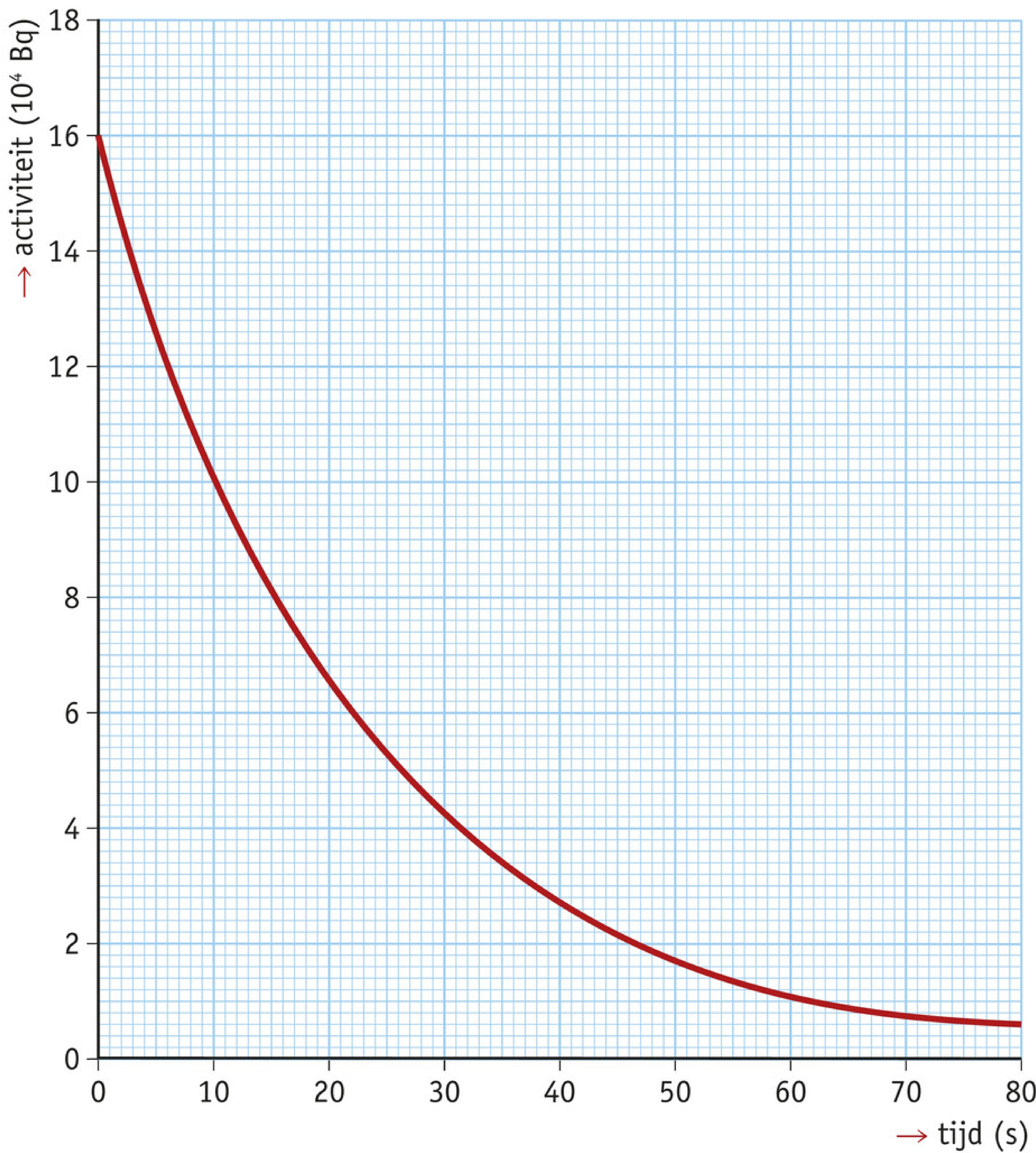
isotopen	halveringstijd
nikkel-65	2,5 uur
ijzer-59	45 dagen
kobalt-60	5,3 jaar

In de fabriek wordt gekozen voor één bepaalde isotoop met een kleine activiteit. Welke isotoop moet in de fabriek dan gekozen worden als stralingsbron?

De fabriek kan het best kiezen voor_________________ .

6 Radioactief afval wordt in grote industriële verbrandingsovens bij een temperatuur van 900°C verbrand tot as.
Is de volgende bewering waar of onwaar?
Bij de verbranding van radioactief afval zal de radioactiviteit van de stof verdwijnen.
waar / niet waar

7 Het radioactieve afval van een kerncentrale bevat veel verschillende stoffen, zoals technetium-99.
Als een technetium-99 kern een neutron invangt, ontstaat de isotoop technetium-100.
In afbeelding 1 zie je de vervalkromme van technetium-100.
Bepaal de halveringstijd van technetium-100.



▲ **afbeelding 1**

Wil je weten of je voldoende voorkennis hebt voor dit hoofdstuk, maak dan online de *Voorkennistoets*.

Praktijk

Radioactiviteit in het ziekenhuis

Ziekenhuizen werken met radioactieve stoffen. Ze worden gebruikt bij de diagnostiek, bij het in kaart brengen van een medisch probleem, of bij het behandelen van patiënten. De tak van de geneeskunde die zich bezighoudt met behandeling van de patiënt met behulp van straling heet radiotherapie. Radiotherapie speelt een belangrijke rol bij de behandeling van kanker.

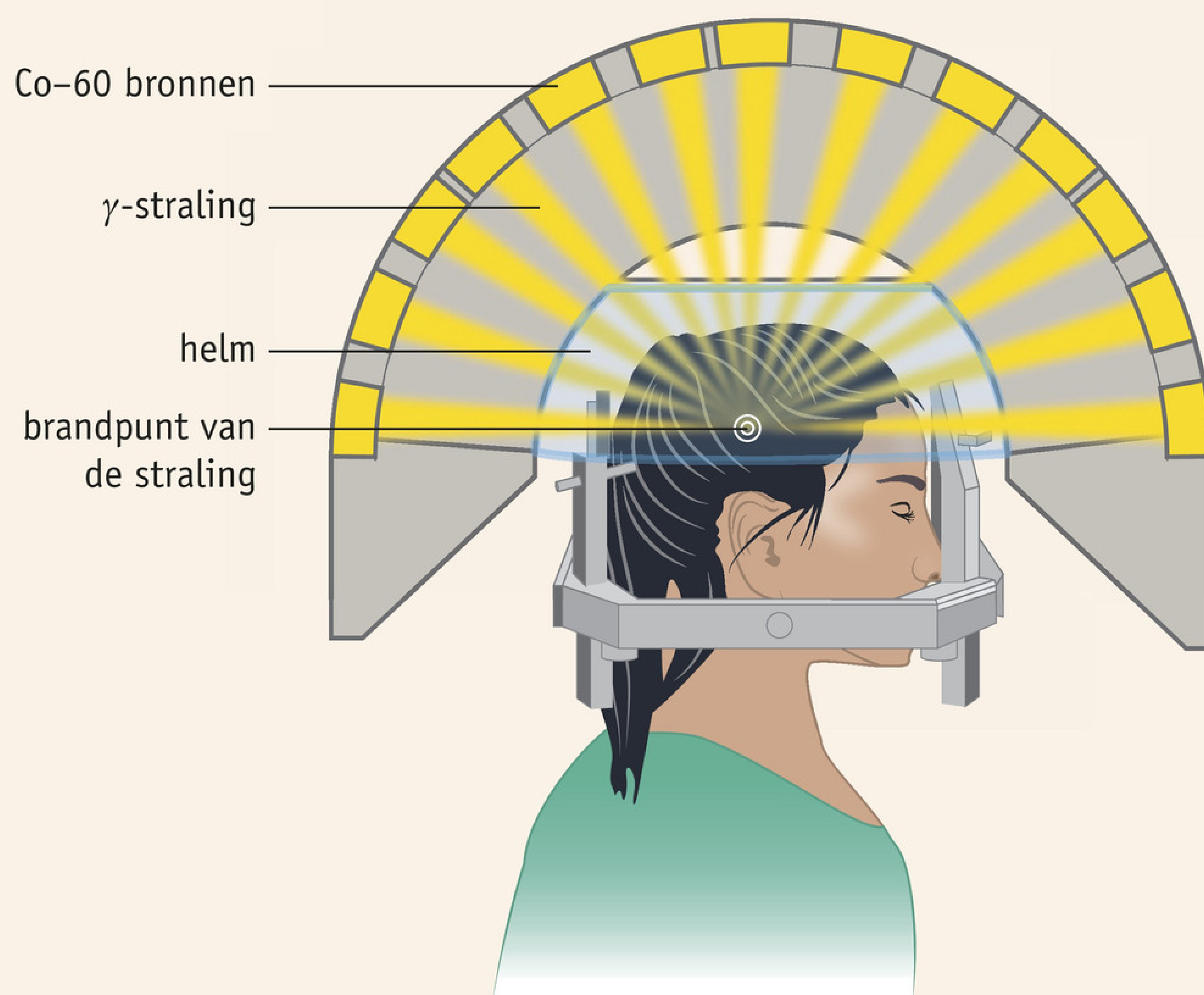


Radiotherapie

Bij kankerpatiënten passen artsen vaak radiotherapie toe. Daarbij bestralen ze een tumor met ioniserende straling. Meestal is bestraling niet de enige vorm van behandeling. Vaak wordt tegelijkertijd chemotherapie toegepast, of bij de patiënt wordt tijdens een operatie een gezwel weggesneden. Patiënten waarbij de tumor niet is uitgezaaid krijgen soms alleen radiotherapie in de vorm van een plaatselijke behandeling.

Bij bestraling van een kankergezwel worden de kankercellen zo beschadigd dat ze zich niet meer kunnen delen. Bestraalde cellen sterven dan af. Hierdoor wordt het gezwel kleiner en verdwijnt soms zelfs.
Helaas worden niet alleen kankercellen bestraald, maar ook eromheen liggende gezonde cellen. Deze lopen schade op, maar ze herstellen beter van bestraling dan kankercellen.
Om gezonde cellen een grotere kans op herstel te geven, bestraalt een radioloog een gezwel niet één keer krachtig, maar dagelijks met kleinere doses. De gezonde cellen kunnen dan in de tijd tussen de bestralingen herstellen.
Een radioloog probeert zo min mogelijk gezonde cellen te bestralen en juist zo veel mogelijk kankercellen. De gezonde cellen kun je niet onbeperkt bestralen. Ieder orgaan of weefsel kan maar een maximale hoeveelheid straling aan. Het vermogen van de straling en het soort straling worden dan ook aangepast aan de mate waarin gezonde cellen herstellen.
Bij sommige tumoren passen radiologen precisiebestraling toe. Hierbij bestralen ze een tumor met smalle stralenbundels zeer nauwkeurig vanuit verschillende richtingen

‘Ieder orgaan of weefsel kan maar een maximale hoeveelheid ioniserende straling aan.’



▲ **figuur 1** stereotactische bestraling



▲ **figuur 2** een apparaat voor uitwendige bestraling

(figuur 1). Het omringende weefsel, de gezonde cellen, krijgt maar een kleine hoeveelheid straling te verwerken. De tumor daarentegen ontvangt de straling uit alle richtingen. De stralingsintensiteit is bij de tumor zeer hoog. Medici noemen deze vorm van bestraling ook wel stereotactische bestraling.

Uitwendige bestraling

Je kunt een patiënt op twee manieren bestralen: inwendig of uitwendig. Bij uitwendige bestraling is de straling afkomstig uit een apparaat en kan op elk deel van het lichaam worden gericht (figuur 2). Het gezwel wordt bijna altijd bestraald met ‘harde röntgenstraling’. Dat is röntgenstraling waarvan de fotonen veel energie bezitten: tussen 4 MeV en 25 MeV. Dat is veel meer dan de energie van de fotonen waarmee je röntgenfoto’s maakt. Hoe dieper de tumor zit, des te ‘harder’ moet de straling zijn om de tumor te kunnen bereiken.

Voordat je een tumor kunt bestralen moet je eerst precies vaststellen waar hij zich bevindt. Het is belangrijk dat je bij een bestraling vooral alleen de tumor bestraalt en daarom moet een patiënt dus steeds in precies dezelfde houding zitten of liggen. Bij bestraling van het hoofd is dat moeilijk; daarom wordt er een masker aangemeten waarop het bestralingsgebied wordt aangegeven (figuur 3).

Inwendige bestraling

Inwendige bestraling heet ook wel brachytherapie. Bij deze behandeling brengt een arts een of meer buisjes in een gezwel aan. Deze buisjes bevatten een stralingsbron, meestal een kleine hoeveelheid jodium-125, iridium-129 of cesium-137. Op die manier wordt het gezwel van heel



▲ **figuur 3** Het te bestralen gebied wordt afgetekend op een gezichtsmasker.

dichtbij bestraald, zonder dat de straling door gezonde cellen heen moet gaan om de tumor te bereiken. Het voordeel van inwendige bestraling is dat de buisjes met de stralingsbronnen hun juiste plaats ten opzichte van de tumor behouden, ook als de patiënt beweegt. De buisjes met stralingsbronnen blijven meestal tot 24 uur op hun plaats zitten.

Soms brengen artsen radioactieve ‘zaadjes’ ter grootte van een rijstkorrel in. Deze blijven permanent in het lichaam. Na een aantal weken tot maanden is de hoeveelheid straling die deze korrels uitzenden sterk afgenomen.

Inwendige bestraling wordt vooral toegepast bij baarmoederhalskanker, baarmoederkanker, blaaskanker, prostaatkanker, slokdarmkanker en een tumor in het hoofd- en halsgebied.

De meeste bestralingen zijn uitwendig. Soms krijgt een patiënt een combinatie van inwendige en uitwendige bestraling. Patiënten zijn soms bang dat ze na de bestraling radioactief zijn geworden, maar dit is bij uitwendige bestraling niet het geval. Na de bestraling blijft er geen straling in het lichaam achter en ook niet in ontlasting, urine of sperma. Bij inwendige bestraling blijft er soms wel radioactieve stof in het lichaam, maar de radioactiviteit neemt snel af. Toch wordt patiënten die inwendig bestraald zijn, vaak afgeraden intiem contact met anderen te hebben. Dat kan zó ver gaan, dat zelfs toiletbezoek (zitten op de wc-bril) wordt afgeraden.

Drie soorten bestralingen

Als je een tumor bestraalt met het doel om hem te vernietigen en de patiënt te genezen, spreek je van een curatieve bestraling. Dit lukt alleen als de tumor niet al te groot is en als er geen uitzaaiingen zijn. Er zijn hiermee vooral goede resultaten behaald bij prostaatkanker, zaadbalkanker, huidkanker, slokdarmkanker en longkanker.

Vaak is bestraling een aanvullende behandeling voor of na chemotherapie of een operatie. Dit noem je adjuvenante bestraling. Hiermee kun je bijvoorbeeld achtergebleven kankercellen doden na een operatie waarbij de tumor is verwijderd. Het is ook mogelijk dat de patiënt juist voor een operatie wordt bestraald om de tumor kleiner te maken.

Helaas is kanker soms niet te genezen. Je kunt patiënten dan soms toch bestralen om de klachten te verminderen en de ziekte af te remmen. Dit heet palliatieve bestraling.

Opdrachten

Bestudeer eerst de theorie van dit hoofdstuk voordat je de volgende opdrachten uitvoert.

1 Vermogen
Bij het bestralen van een patiënt is het vermogen van de straling belangrijk.
Wat wordt bedoeld met het vermogen van de straling?

2 Vervalreacties
Atoomkernen die vervallen zenden straling uit. Schrijf de vervalreacties op van de isotopen cesium-137, kobalt-60 en iridium-192.

3 Brachytherapie
Brachytherapie is de naam voor een medische behandeling waarbij je een hoeveelheid radioactieve stof, die zich in een holle naald bevindt, enige tijd in ziek weefsel steekt. Deze methode werd voor het eerst toegepast rond 1900, toen artsen de beschikking hadden over voldoende radium. Het radium werd op de plaats van het zieke weefsel gebracht en zorgde daar voor intensieve bestraling. Bij het verval van radium-isotopen ontstaan α-, β- en γ-straling.

a Leg uit welke van deze drie soorten straling het zieke weefsel vlakbij het radium het meest aantast.

Tegenwoordig gebruiken radiologen in plaats van radium vaak de radioactieve isotoop iridium-192. Deze isotoop vervalt voornamelijk onder uitzending van β^--deeltjes, waarbij als eindproduct een stabiele isotoop ontstaat.

b Geef de vergelijking voor dit verval.

Bij een bepaalde behandeling moet een stukje weefsel van 4,0 g een stralingsdosis van 2 Gy ontvangen. De behandeling duurt 3,5 uur. De gemiddelde energie van de hierbij uitgezonden β-deeltjes is $9{,}6 \cdot 10^{-14}$ J. Neem aan dat alle uitgezonden straling door het stukje weefsel wordt opgenomen.

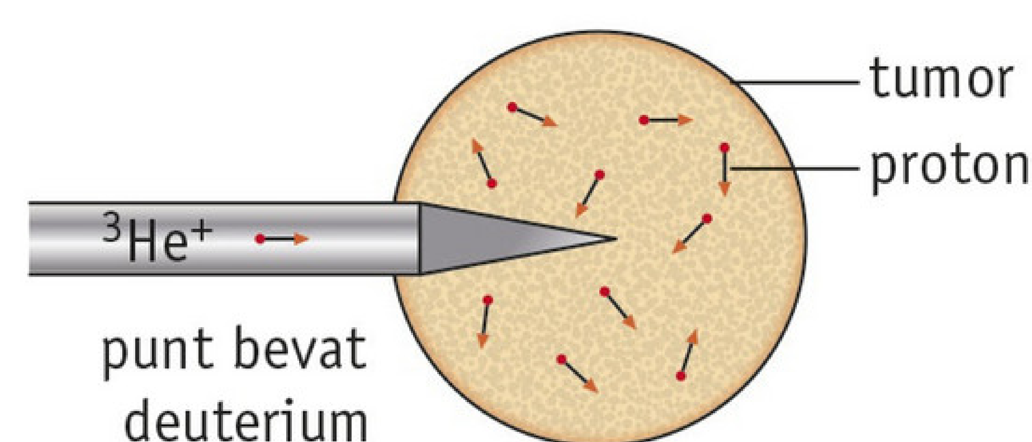
c Bereken de gemiddelde activiteit die het ingebrachte iridium moet hebben.

De activiteit van het iridium-192 daalt in de loop van de tijd. Met hetzelfde iridiumpreparaat wordt de behandeling precies 74 dagen later herhaald. Een radioloog wil dan dezelfde stralingsdosis toedienen aan hetzelfde stukje weefsel.

d Bereken hoelang de behandeling dan moet duren.

naar: examen 2004-II

4 Protonen
Om een tumor in het menselijk lichaam te kunnen vernietigen, is een speciale naald ontwikkeld. De punt van deze naald wordt in de tumor gebracht. Uit de naald komen protonen die vooral de cellen van de tumor vernietigen. Het omringende weefsel wordt nauwelijks beschadigd. In figuur 4 is de situatie schematisch getekend.



▲ **figuur 4** puntbestraling van een tumor

De punt van de naald is gemaakt van een materiaal waarin zich deuteriumkernen bevinden. Een deuteriumkern bestaat uit een proton en een neutron. Wanneer een ^{3}He-kern een deuteriumkern treft, ontstaan een proton en een nieuwe kern.

a Stel de vergelijking op die bij deze kernreactie hoort.

De protonen die bij deze kernreactie ontstaan, hebben een energie van 13,6 MeV. Ze dringen slechts enkele millimeters in de tumor door en geven daarbij al hun energie af. Een tumor van 0,145 g moet een stralingsdosis van 10 Gy krijgen.

b Bereken het aantal protonen dat hiervoor nodig is.

1 De bouw van een atoom

In deze paragraaf leer je:
- werken met de definitie van atomaire massa-eenheid;
- werken met de definitie van atoomnummer en massagetal;
- de definitie van een isotoop kennen.

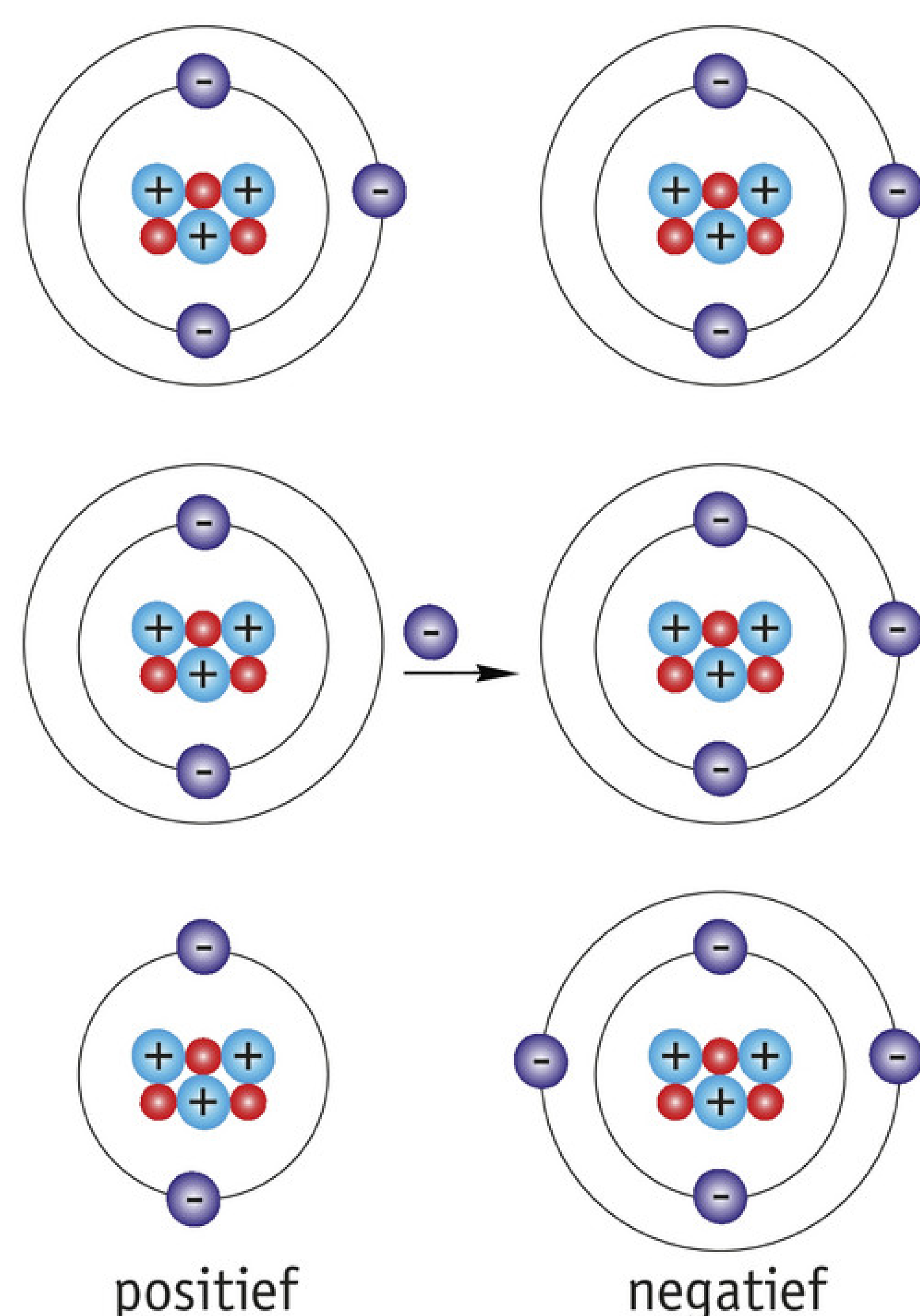
Atomen zijn heel kleine deeltjes waaruit een stof bestaat. De atomen van de verschillende elementen zijn allemaal op dezelfde manier opgebouwd.

Bouw van een atoom

Een atoom kun je weergeven door middel van een model. In het midden van het atoommodel bevindt zich de atoomkern. Deze bestaat uit twee soorten deeltjes: **protonen** en **neutronen**. Om deze kern bewegen **elektronen**. De elektronen draaien op een grote afstand rond de atoomkern. Een atoom bestaat dus uit een heleboel lege ruimte tussen de kern en de elektronen.

Protonen en elektronen hebben een even grote, maar tegengestelde elektrische lading. Een proton heeft een lading van $+1{,}0$ e = $+1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C. Een elektron heeft een lading van $-1{,}0$ e = $-1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C. Neutronen hebben geen lading. Ze zijn neutraal. De positief geladen protonen stoten elkaar af, maar de kern valt niet uit elkaar, onder andere door de neutronen.

Protonen en neutronen zijn ongeveer even zwaar. De massa van een proton is $1{,}672\,621\,777 \cdot 10^{-27}$ kg. De massa van een neutron is $1{,}674\,927\,351 \cdot 10^{-27}$ kg. Een elektron is veel lichter dan een proton en een neutron. Een elektron heeft een massa van $9{,}109\,382\,91 \cdot 10^{-31}$ kg (Binas tabel 7B). De massa's worden daar 'rustmassa' genoemd.
In Binas tabel 7B worden de massa's van de deeltjes ook nog in een andere eenheid uitgedrukt: de **atomaire massa-eenheid** u. De letter u staat voor het Engelse woord *unit*. Er geldt: $1{,}000\,00$ u = $1{,}660\,54 \cdot 10^{-27}$ kg. De atomaire massa-eenheid wordt veel gebruikt bij het maken van berekeningen aan atomen. Een atomaire massa-eenheid is ongeveer gelijk aan de massa van een proton of een neutron. Uitgedrukt in u geldt: $m_{proton} = 1{,}007\,276$ u, $m_{neutron} = 1{,}008\,665$ u en $m_{elektron} = 0{,}000\,548\,58$ u (Binas tabel 7B).



◀ **figuur 1** ionisatie van twee atomen

Een atoom als geheel is neutraal. Dat betekent dat een atoom net zo veel protonen als elektronen bevat. Als een atoom een elektron verliest, bijvoorbeeld door de botsing tegen een ander deeltje, ontstaat een positief deeltje, omdat het atoom nu één elektron minder heeft dan het aantal protonen (figuur 1). Zo'n deeltje is een positief ion. Een atoom kan ook een passerend elektron opnemen. Dat elektron gaat net als de andere elektronen rond de atoomkern bewegen. Er is dan een deeltje ontstaan dat één elektron meer heeft dan het aantal protonen. Zo'n deeltje is een negatief ion. Het proces waarbij een atoom in een ion verandert, heet **ioniseren**.

Atoomnummer en massagetal

Het **atoomnummer** geeft aan hoeveel protonen de kern van een atoom bevat en wordt aangeduid met het symbool Z. Je kunt het atoomnummer van een atoom ook zien als de lading van de kern, uitgedrukt in e. Soms is dat handiger.
Als je ruwweg wilt weten hoe zwaar een atoom is, kijk je naar het **massagetal**. Het massagetal is het aantal protonen plus het aantal neutronen in de kern van een atoom. Het massagetal heeft als symbool A. Het aantal neutronen in de kern van een atoom geef je aan met het symbool N. Er geldt:

$$A = N + Z$$

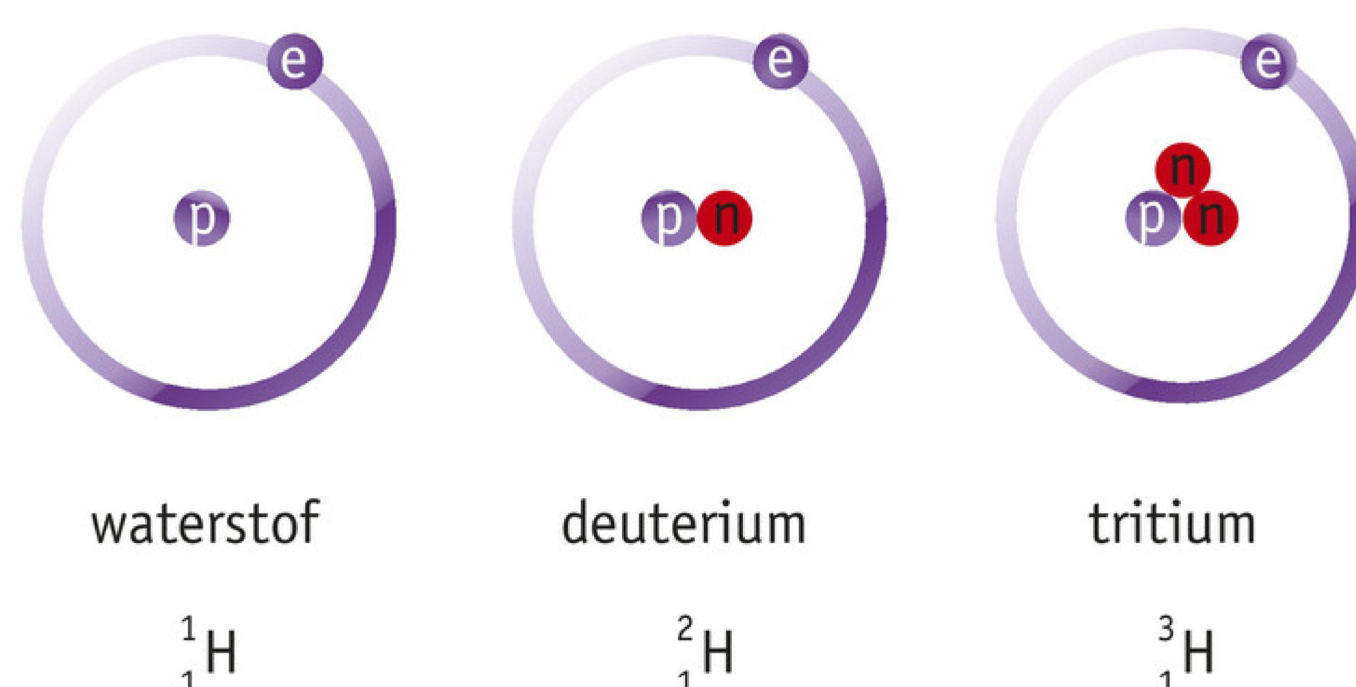
Hierin is:
- A het massagetal, zonder eenheid;
- N het aantal neutronen, zonder eenheid;
- Z het atoomnummer, zonder eenheid.

Voor atomen wordt een speciale notatie gebruikt. Je noteert het scheikundige symbool van het atoom met linksboven het massagetal en linksonder het atoomnummer. Een voorbeeld van deze schrijfwijze is $^{238}_{92}U$. 238 is het massagetal, 92 is het atoomnummer. Dit uraniumatoom bevat 92 protonen en 238 − 92 = 146 neutronen in de kern. Omdat het atoom als geheel neutraal is, bewegen er 92 elektronen om de kern. Protonen en neutronen noem je ook wel kerndeeltjes, ofwel **nucleonen**. Het uraniumatoom $^{238}_{92}U$ bevat dus 238 nucleonen.

Isotopen

Isotopen zijn atomen met hetzelfde atoomnummer, maar met een verschillend massagetal. Je kunt ook zeggen dat isotopen atomen zijn met hetzelfde aantal protonen in de kern, maar een verschillend aantal neutronen. In Binas tabel 25A vind je een overzicht van veel isotopen, gerangschikt naar atoomnummer. Niet alle isotopen komen in de natuur voor. Sommige zijn door mensen, dus kunstmatig gemaakt. In Binas tabel 25A is vermeld of isotopen in de natuur voorkomen en, zo ja, met hoeveel procent.

Waterstof heeft drie isotopen: $^{1}_{1}H$, $^{2}_{1}H$ en $^{3}_{1}H$ (figuur 2). Deze isotopen hebben ook andere namen gekregen. $^{2}_{1}H$ heet deuterium (D) en $^{3}_{1}H$ tritium (T). Bij andere elementen hebben de isotopen geen aparte namen.



▲ **figuur 2** de isotopen van waterstof

Er is bepaald dat 1 u gelijk is aan 1⁄12 deel van de massa van een $^{12}_{6}$C-atoom. In Binas tabel 25A zie je bij $^{12}_{6}$C dat de atoommassa van dit atoom exact gelijk is aan 12,000 000 u. De atoommassa is de precieze massa van een atoom. Het massagetal geeft alleen een indicatie van de massa van een atoom.

Soms gebruik je een andere schrijfwijze om isotopen aan te geven. Bij deze notatie schrijf je het atoomnummer niet op, alleen het scheikundige symbool en het massagetal. Op deze wijze schrijf je $^{12}_{6}$C als C-12 en $^{238}_{92}$U als U-238. Het is niet nodig het atoomnummer te geven, want door de naam van de atoomsoort ligt het atoomnummer immers vast. Dat nummer kun je in Binas opzoeken.

Onthoud!

- Een atoom is opgebouwd uit protonen en neutronen in de kern, waar elektronen omheen bewegen.
- Een atoom heeft evenveel elektronen als protonen.
- Het atoomnummer van een atoom geeft het aantal protonen in de kern aan.
- Het massagetal (A) van een atoom geeft het aantal protonen (Z) en neutronen (N) in de kern aan: $A = N + Z$
- Isotopen zijn atomen met hetzelfde atoomnummer, maar een verschillend massagetal. Ze hebben dus hetzelfde aantal protonen in de kern, maar een verschillend aantal neutronen.

Opdrachten

1 Atomen
Alle stoffen zijn uit atomen opgebouwd.
a Uit welke deeltjes bestaat een atoom?
b Wat is een ion?
c Wat zijn isotopen?

2 Elementaire deeltjes
Protonen, neutronen en elektronen zijn elementaire deeltjes.
Hoeveel protonen, neutronen en elektronen zitten er in:
a een atoom $^{133}_{55}$Cs?
b een atoom Fe-56?
c het tweewaardig negatieve ion S-38?
d het driewaardig positieve ion Li-7?

3 Isotoop
Een isotoop heeft in de kern 28 protonen en 36 neutronen.
a Tot welke atoomsoort behoort deze isotoop?
b Noteer de isotoop op twee manieren.
c Hoeveel elektronen bewegen er rond de kern van dit atoom?

4 Rubidium
Rubidium is een zilverwitte stof die gemakkelijk kan worden geïoniseerd.
a Noteer alle isotopen van rubidium.
b Welke isotopen van rubidium komen in de natuur voor?
c Hoeveel van de duizend atomen rubidium in de vrije natuur hebben massagetal 85?

5 Isobaren

Atoomkernen met hetzelfde massagetal noem je isobaren.

a Leg uit dat $^{80}_{36}$Kr en $^{80}_{35}$Br geen isotopen van elkaar zijn.

b Wat hebben $^{80}_{36}$Kr en $^{80}_{35}$Br gemeen?

c Noteer de isobaren van $^{8}_{3}$Li.

6 Massagetal

Aan de hand van het massagetal kun je iets opmerken over de massa van een atoom. Leg uit waarom je het aantal elektronen niet mee hoeft te tellen bij het bepalen van het massagetal van een atoom.

7 Omrekenen

Je kunt de massa van een atoom in u en in kg geven.

a In tabel 25A van Binas staat dat een atoom $^{26}_{13}$Al een massa heeft van 25,986 89 u. Reken deze massa om in kg.

b Een atoom heeft een massa van $8{,}957\ 01 \cdot 10^{-26}$ kg. Reken deze massa om in u.

2 Kernstraling

In deze paragraaf leer je:

- de drie soorten kernstraling kennen;
- de begrippen doordringend en ioniserend vermogen kennen;
- de definitie van dracht kennen.

In hoofdstuk 9 heb je gelezen dat er veel soorten elektromagnetische straling bestaan. Dat is straling die uit fotonen bestaat en zich voortplant met de lichtsnelheid: $3{,}0 \cdot 10^{8}$ m s^{-1}. Voorbeelden van elektromagnetische straling zijn zichtbaar licht, infrarode straling, ultraviolette straling, gammastraling, radiostraling en röntgenstraling. Er bestaat ook 'straling' die zich niet met de lichtsnelheid voortplant. Deze straling bestaat uit deeltjes met lading en massa.

Radioactiviteit

In 1896 ontdekte de Fransman Antoine Henri Becquerel (1852–1908) dat uraniumzouten straling uitzenden (figuur 3). Hij ontdekte dat deze straling onzichtbaar is en de lucht ioniseert. Deze straling dringt maar in beperkte mate door materialen heen. Het verschijnsel dat sommige stoffen vanzelf straling uitzenden, heet **radioactiviteit**. De straling van radioactieve stoffen komt uit de kern van atomen en wordt daarom ook wel **kernstraling** genoemd.

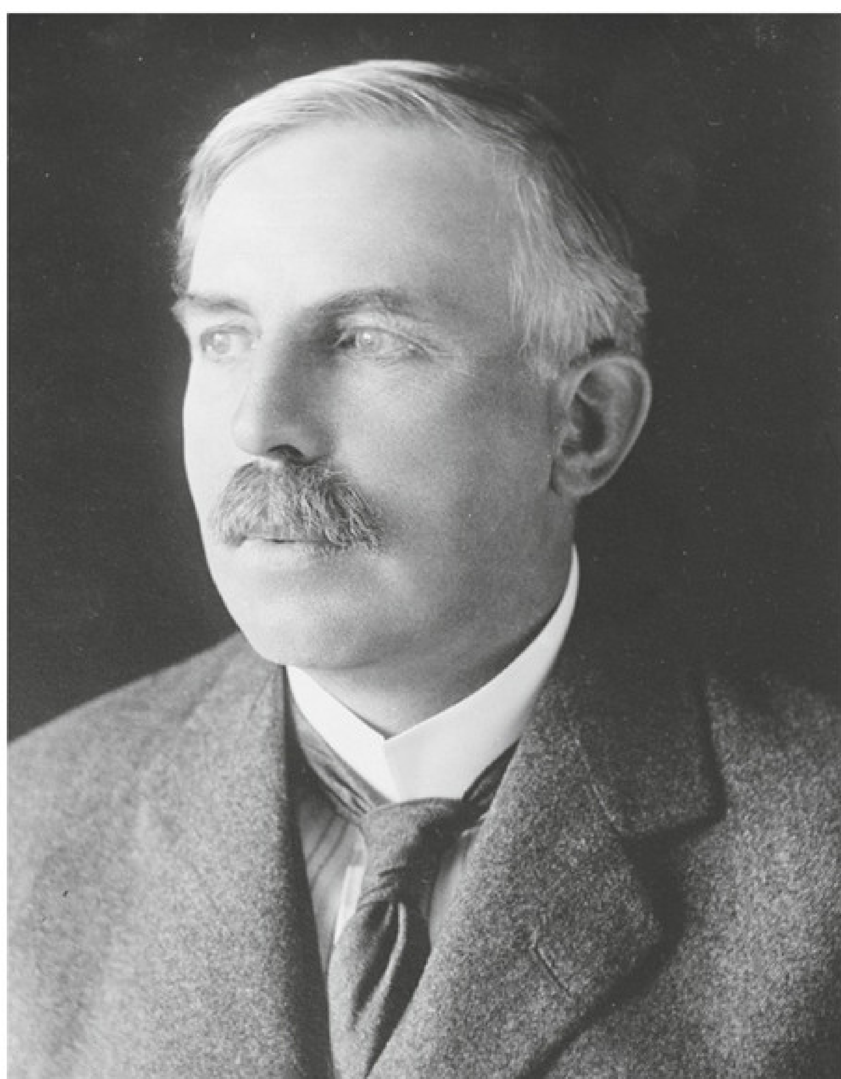


◀ **figuur 3** Uraniumerts is zo radioactief dat je het beter niet met blote handen aan kunt pakken.

Een stof die radioactief is, zendt straling uit. ‘Radio’ is een ander woord voor straling. In het dagelijks leven spreek je vaak over ‘radioactieve straling’, maar dat klopt niet, omdat de straling zelf geen straling uitzendt. De straling wordt uitgezonden door atomen. De atomen zijn dus radioactief en niet de straling. Radioactieve atomen zenden **ioniserende straling** uit.
De Engelse wetenschapper Ernest Rutherford (1871–1937; figuur 4) ontdekte in 1898 dat er drie soorten kernstraling bestaan, die hij alfa-, bèta- en gammastraling (α-, β- en γ-straling) noemde:

- **α-straling** bestaat uit twee protonen en twee neutronen, oftewel uit $^{4}_{2}$He-kernen, deze zijn positief geladen;
- **β-straling** bestaat uit elektronen, deze zijn negatief geladen;
- **γ-straling** bestaat uit fotonen met een hoge frequentie, die geen lading en geen massa hebben.

α- en β-straling zijn dus deeltjesstraling en γ-straling is elektromagnetische straling die uit fotonen bestaat.



▲ **figuur 4** Ernest Rutherford ontdekte dat er drie soorten kernstraling bestaan.

Doordringend en ioniserend vermogen

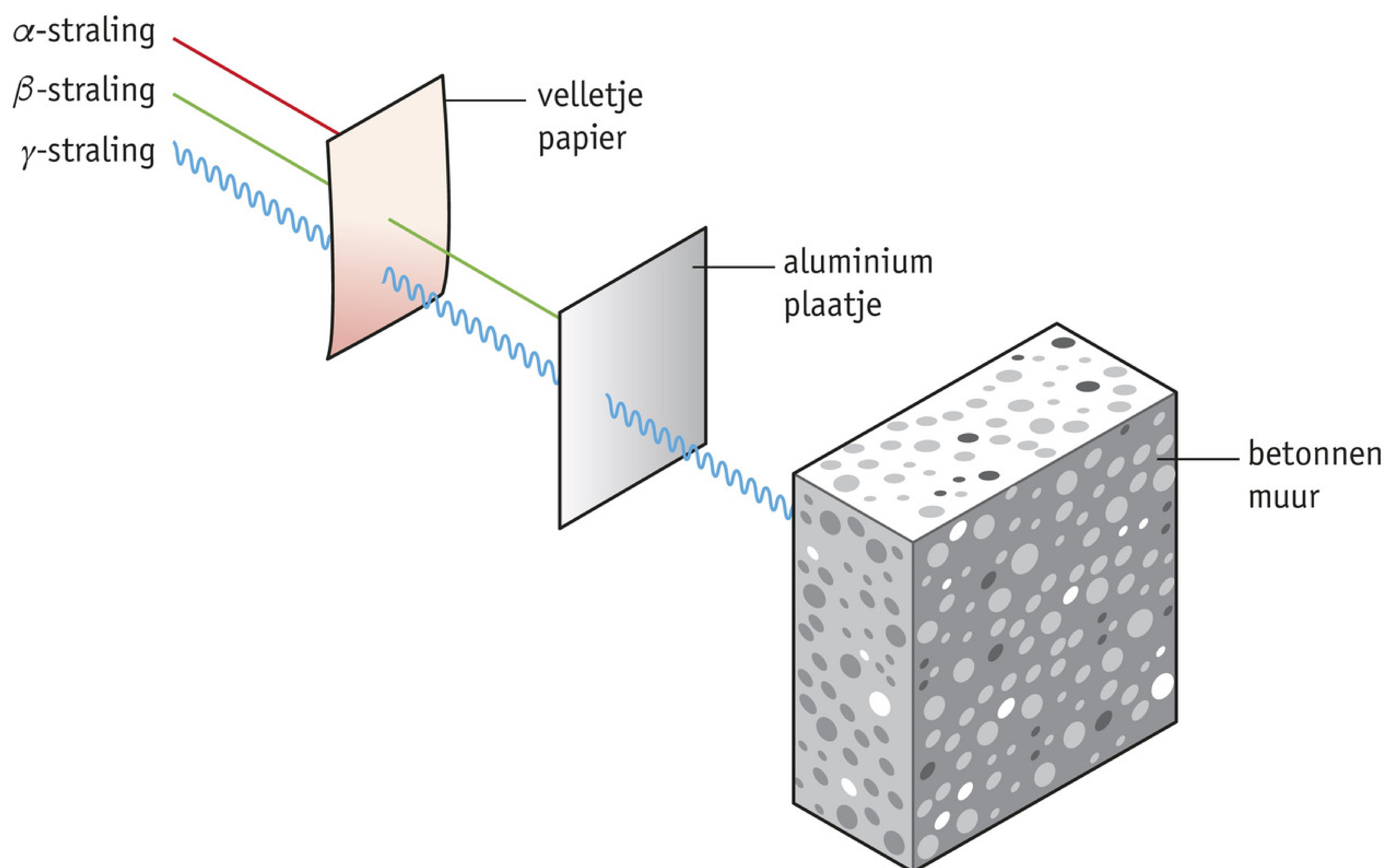
Ioniserende straling heeft verschillende specifieke eigenschappen. Twee van deze eigenschappen hangen sterk met elkaar samen: het doordringend vermogen en het ioniserend vermogen. Dat straling **doordringend vermogen** heeft betekent dat straling in stoffen kan doordringen. Hoever de straling doordringt hangt af van het soort straling, van het soort stof waar de straling doorheen gaat en van de energie van een stralingsdeeltje of foton. Dat straling **ioniserend vermogen** heeft, betekent dat straling in staat is om een elektron weg te kaatsen bij de atomen van de stof waar de straling doorheen gaat. Hoe groter het ioniserend vermogen van straling, des te kleiner is het doordringend vermogen.

α-straling bestaat uit tamelijk zware deeltjes met een dubbele positieve lading: $^{4}_{2}$He-kernen. Deze kunnen bij een botsing met een atoom gemakkelijk een elektron wegkaatsen of bij een bijna-botsing een elektron meesleuren. α-straling heeft dus een groot ioniserend vermogen. Het gevolg is dat α-straling een heel klein doordringend vermogen heeft. Een vel papier houdt α-straling al tegen (figuur 5). In lucht legt α-straling enkele centimeters af. Als je iemand bestraalt, komt de α-straling niet door zijn huid heen.

β-straling bestaat uit snelle elektronen. Stoffen die β-straling uitzenden, zenden elektronen uit met allerlei snelheden: van $1{,}8 \cdot 10^{8}$ m s^{-1} tot bijna de lichtsnelheid. Omdat elektronen heel lichte deeltjes zijn, kunnen ze moeilijk atomen ioniseren. Als ze tegen een atoom botsen, dragen ze weinig energie over op dat atoom. β-straling heeft dus een klein ioniserend vermogen. Daardoor dringt β-straling wat verder door in een stof dan α-straling. Als je iemand bestraalt,

dringt β-straling door zijn huid heen. Omdat de elektronen allemaal met een verschillende snelheid worden uitgezonden, is het begrip dracht ingevoerd. De **dracht** is de maximale afstand die α-straling en β-straling (elektronen) in een stof afleggen. De dracht hangt af van de kinetische energie van de deeltjes.

γ-straling bestaat niet uit deeltjes, maar uit fotonen met een kleine golflengte, tussen 10^{-11} en 10^{-15} m. Fotonen hebben geen massa, waardoor ze heel moeilijk ionisaties kunnen veroorzaken. γ-straling heeft een zeer klein ioniserend vermogen. Het gevolg daarvan is dat γ-straling heel ver in stoffen kan doordringen en een zeer groot doordringend vermogen heeft (figuur 5). De stralen gaan zelfs door enkele centimeters lood. De betonnen muren die bij een kerncentrale om een kernreactor zijn gebouwd, zijn meer dan een meter dik. Dat is om γ-straling tegen te houden.



▲ **figuur 5** doordringend vermogen van α-, β- en γ-straling

Achtergrondstraling

Er is op aarde altijd straling aanwezig. Deze straling noem je **achtergrondstraling**. Er bevinden zich enkele radioactieve stoffen zoals uranium, kalium en thorium in de bodem. Bij het bouwen van huizen worden materialen uit de bodem gebruikt. Daardoor bevinden zich wat radioactieve stoffen in de muren van een huis. Maar er komt ook straling vanuit het heelal op aarde. Dit is **kosmische straling**. Deze kosmische straling zorgt ervoor dat er in de lucht die je inademt een heel klein beetje radioactief C-14 aanwezig is. De straling uit de aarde en het heelal is **natuurlijke straling**.

Kunstmatige straling is straling die mensen maken. Dat is bijvoorbeeld röntgenstraling en kernstraling die vooral in ziekenhuizen worden toegepast. In hoofdstuk 12 leer je meer over röntgenstraling.

Detectie van straling

Er zijn verschillende manieren om straling op te sporen en te meten. Mensen die op een röntgenafdeling van een ziekenhuis werken dragen verplicht een badge. Daarin zitten enkele laagjes fotografische film met daartussen metalen plaatjes (figuur 6). Hoe energierijker de straling, des te dieper dringt de straling door. Je kunt zo achteraf precies nagaan hoeveel straling iemand heeft opgelopen. Maar je kunt niet op het moment van bestraling zelf de hoeveelheid opgelopen straling meten.



▲ **figuur 6** een badge waarmee je radioactiviteit kunt meten

Een veelgebruikt detectiemiddel is de **geiger-müllerteller**, ook wel geigerteller of GM-teller genoemd. Deze bestaat uit een buis waarin straling kan binnendringen. Op een display kun je het aantal gemeten α- en β-deeltjes aflezen (figuur 7). Vaak wordt dat ook hoorbaar gemaakt met een tik.



▲ **figuur 7** een GM-teller bij een radioactieve bron

Onthoud!

- α-straling bestaat uit $^{4}_{2}$He-kernen. α-straling heeft een heel klein doordringend vermogen en een groot ioniserend vermogen.
- β-straling bestaat uit snelle elektronen. β-straling heeft een klein doordringend vermogen en een klein ioniserend vermogen.
- γ-straling bestaat uit fotonen. γ-straling heeft een groot doordringend vermogen en een klein ioniserend vermogen.
- Dracht is de maximale afstand die α-straling en β-straling in een stof afleggen.
- Achtergrondstraling is straling die altijd op aarde aanwezig is. Deze kan natuurlijk of kunstmatig zijn.
- Met een badge of een GM-teller kun je straling detecteren.

Opdrachten

8 Straling (I)
Er zijn verschillende soorten straling.
a Leg kort uit waaruit *α*-, *β*- en *γ*-straling bestaan.
b Wat is achtergrondstraling?
c Leg het verschil uit tussen natuurlijke en kunstmatige straling.

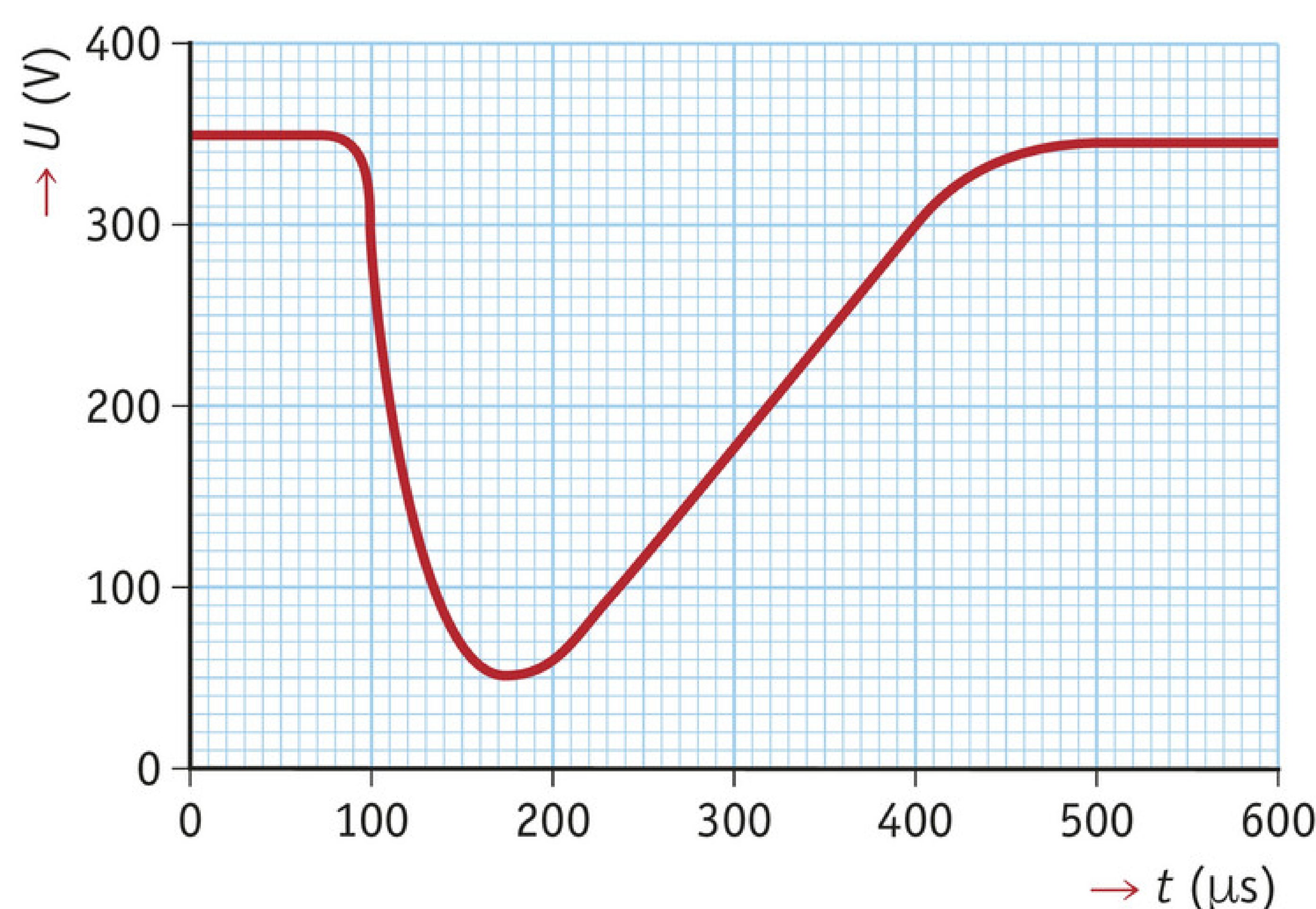
9 Straling (II)
Ioniserende straling heeft een doordringend vermogen en een ioniserend vermogen.
a Leg uit wat wordt verstaan onder het doordringend vermogen van straling.
b Leg uit wat wordt verstaan onder de dracht van *β*-straling.
c Leg uit wat wordt verstaan onder het ioniserend vermogen van straling.
d Leg uit welk verband er bestaat tussen het doordringend vermogen en het ioniserend vermogen van straling.

10 Ioniseren
Carla en Harry verschillen van mening over de manier waarop een alfadeeltje de moleculen van de lucht ioniseert.
Carla zegt: “Het alfadeeltje bestraalt de moleculen van de lucht.”
Harry zegt: “Het alfadeeltje botst tegen de moleculen van de lucht.”
Wie heeft gelijk?
naar: pilotexamen 2011-II

+11 GM-teller
Bij het transport van radioactief materiaal van en naar kerncentrales verdient bij controle van vrijkomende straling een GM-teller de voorkeur boven een badge.
a Leg uit welk voordeel een GM-teller ten opzichte van een badge heeft.

De meeste GM-tellers hebben een aluminium omhulsel en een dunne laag micafolie die de opening afdekt. Mica is een materiaal dat *α*-straling doorlaat.
b Of straling door een GM-teller wel of niet wordt gemeten kan nogal variëren. Leg dit uit voor *α*-, *β*- en *γ*-straling.

Als straling de GM-teller binnendringt, worden gasatomen in de buis geïoniseerd en ontstaan er losse elektronen die samen een elektrisch stroompje vormen. Dit stroompje wordt gemeten en geteld. Na een stroompuls moet het systeem herstellen, omdat de spanning over de buis is gedaald tot onder de drempelspanning (figuur 8). In deze korte tijd, die de dode tijd wordt genoemd, is de GM-teller ongevoelig voor andere straling.



▲ **figuur 8** een (*U*,*t*)-grafiek van een GM-teller tijdens detectie van straling

De drempelspanning van de GM-teller is 300 V. Tijdens een transport van radioactief materiaal meet Desiree een achtergrondstraling van 52 pulsen per minuut.

c Bepaal met behulp van figuur 8 hoelang de GM-teller tijdens deze minuut ongevoelig was om andere straling te meten.

Desiree houdt de GM-teller bij een container met radioactief materiaal.

d Bepaal met behulp van figuur 8 hoeveel deeltjes de GM-teller maximaal per minuut kan meten.

3 Radioactief verval

In deze paragraaf leer je:
- vergelijkingen van een spontane vervalreactie opstellen;
- de definitie van activiteit toepassen.

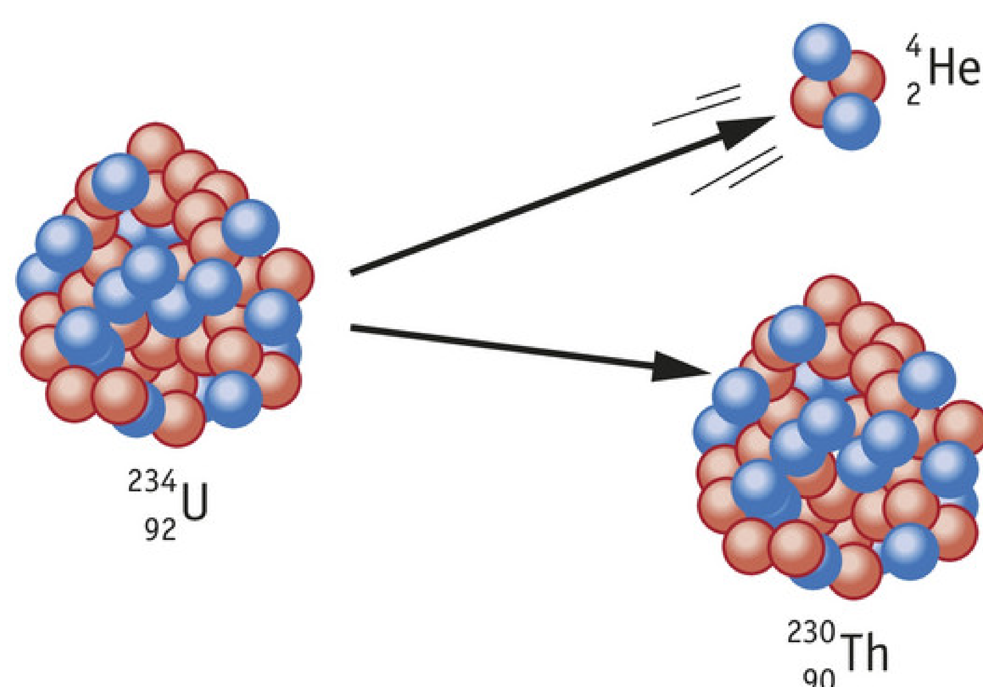
De atoomkernen van de meeste elementen in de natuur zijn stabiel. Dat wil zeggen dat ze niet vanzelf veranderen of uit elkaar vallen. Kernen die spontaan na korte of lange tijd deeltjes uitzenden, zijn instabiel. Deze kernen noem je radioactief.

Notatie van proton, neutron en elektron

Een proton, neutron en elektron kun je net als een atoom weergeven door middel van een symbool met atoomnummer (lading in e) en massagetal. De symbolen zijn de kleine letters p, n en e.
Een proton schrijf je als ${}^{1}_{1}\text{p}$. Het atoomnummer is 1 en het massagetal is ook 1.
Een neutron schrijf je als ${}^{1}_{0}\text{n}$. Het atoomnummer is 0 en het massagetal is 1.
Een elektron schrijf je als ${}^{0}_{-1}\text{e}$. Het atoomnummer is −1 en het massagetal is 0 (een elektron is ongeveer tweeduizend keer lichter dan een proton of neutron).
Leer deze drie aanduidingen uit je hoofd, want je hebt ze bij de opdrachten regelmatig nodig.

Radioactief verval

De isotopen van vrijwel alle zware elementen hebben instabiele atoomkernen. Deze kernen bezitten te veel energie die ze kwijtraken door een deeltje en/of een foton (γ-straling) uit te zenden. Een stof is radioactief als hij instabiele kernen heeft. Radioactief verval is het proces waarbij een atoomkern vanzelf verandert in een andere atoomkern. Hierbij wordt een deeltje (α, β) en/of een foton (γ) uitgezonden.
Je kunt radioactief verval beschrijven met een vervalreactie. Een voorbeeld van zo'n vervalreactie is ${}^{234}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{230}_{90}\text{Th} + {}^{4}_{2}\text{He}$. De oorspronkelijke kern (uranium-234) is de **moederkern**. Deze zendt een α-deeltje uit waarna er een thorium-230-kern overblijft (figuur 9). Dit is de **dochterkern**.



▲ **figuur 9** α-verval

α-straling

De kern $^{234}_{92}$U zendt dus een α-deeltje uit, een deeltje met twee protonen en twee neutronen: een $^{4}_{2}$He-kern. De dochterkern heeft daardoor twee protonen minder dan de moederkern (92 − 2 = 90). De dochterkern heeft ook twee neutronen minder dan de moederkern, waardoor het massagetal van de dochterkern met vier is gedaald (234 − 4 = 230).

Bij elke vorm van radioactief verval geldt:
- Het atoomnummer voor de pijl is even groot als de som van de atoomnummers na de pijl.
- Het massagetal voor de pijl is even groot als de som van de massagetallen na de pijl.

Voorbeeldopgave 1

Po-211 zendt α-straling uit. Noteer de vervalreactie.

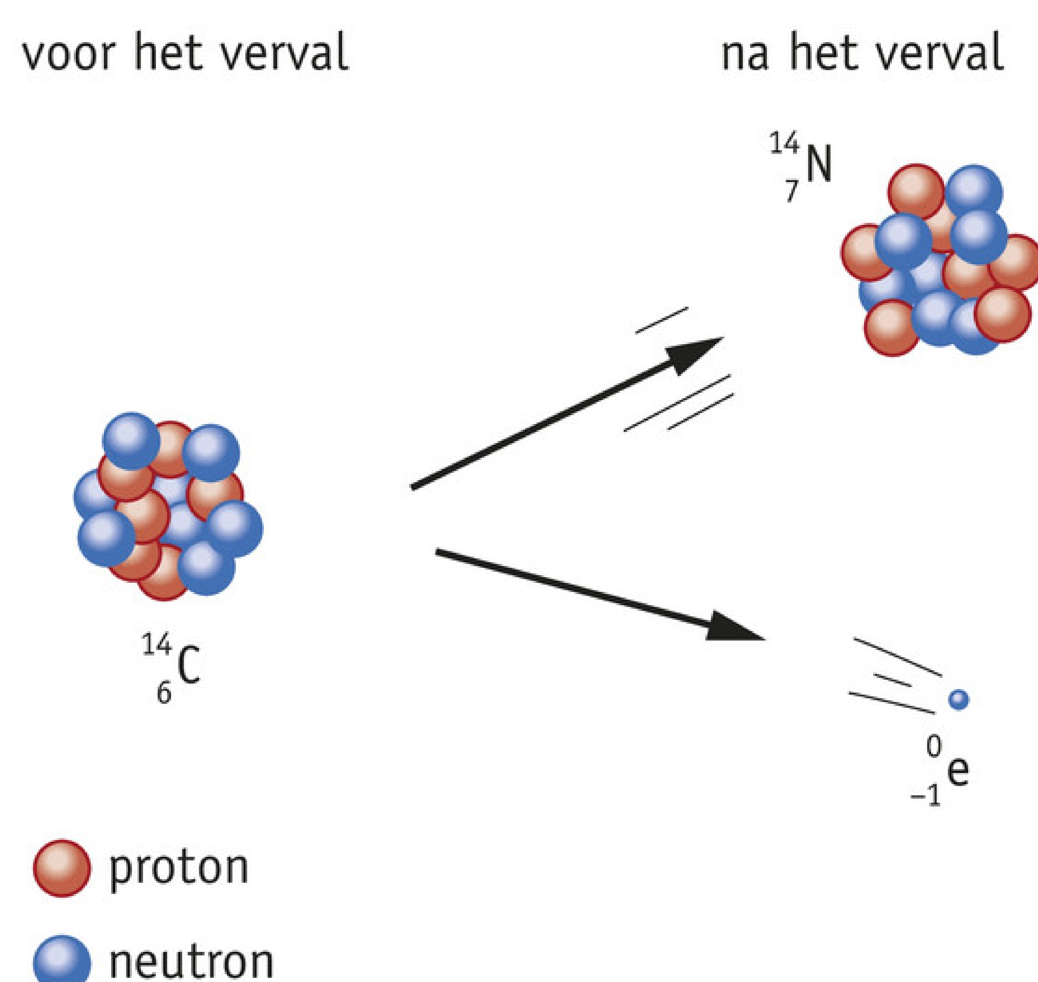
Uitwerking
Po heeft atoomnummer 211. Je schrijft dit als: $^{211}_{84}$Po. Het α-deeltje schrijf je als: $^{4}_{2}$He.
De vervalreactie ziet er als volgt uit: $^{211}_{84}\text{Po} \rightarrow {}^{4}_{2}\text{He} + ?$
De dochterkern heeft dus massagetal 211 − 4 = 207 en atoomnummer 84 − 2 = 82.
Atoomnummer 82 hoort bij lood (Pb). De volledige vervalreactie luidt: $^{211}_{84}\text{Po} \rightarrow {}^{4}_{2}\text{He} + {}^{207}_{82}\text{Pb}$.

Een α-deeltje noteer je ook wel als $^{4}_{2}\alpha$ in plaats van $^{4}_{2}$He. Je kunt de vervalreactie in voorbeeldopgave 1 dus ook schrijven als: $^{211}_{84}\text{Po} \rightarrow {}^{4}_{2}\alpha + {}^{207}_{82}\text{Pb}$.

β-straling

β-straling bestaat uit elektronen. Het lijkt vreemd dat er elektronen uit de kern kunnen komen, omdat de kern van een atoom helemaal geen elektronen bevat. In de kern valt spontaan een neutron uit elkaar in een proton en een elektron. Het elektron wordt uitgezonden en is de β-straling, het proton blijft in de kern achter (figuur 10). Je kunt dit proces als volgt weergeven: $^{1}_{0}\text{n} \rightarrow {}^{1}_{1}\text{p} + {}^{0}_{-1}\text{e}$.

Een voorbeeld van een β-straler is koolstof-14. De vervalreactie hiervan luidt: $^{14}_{6}\text{C} \rightarrow {}^{0}_{-1}\text{e} + {}^{14}_{7}\text{N}$.
Het atoomnummer van de dochterkern is één groter dan dat van de moederkern. Dat komt doordat er door $^{1}_{0}\text{n} \rightarrow {}^{1}_{1}\text{p} + {}^{0}_{-1}\text{e}$ een proton ontstaat. Het massagetal verandert niet, want tegenover de vorming van een proton staat het verdwijnen van een neutron.



▲ **figuur 10** β-verval

Voorbeeldopgave 2

Een onbekende atoomkern vervalt onder uitzending van β-straling tot Ac-228.
Welke atoomkern was de moederkern? Geef ook de vervalreactie.

Uitwerking
Ac heeft atoomnummer 89. Je schrijft dit als $^{228}_{89}$Ac.
Het β-deeltje schrijf je als $^{0}_{-1}$e.
De vervalreactie ziet er als volgt uit: ? → $^{228}_{89}$Ac + $^{0}_{-1}$e.
De moederkern heeft massagetal 228 + 0 = 228 en atoomnummer 89 + −1 = 88.
Atoomnummer 88 hoort bij radium (Ra).
De gevraagde moederkern is $^{228}_{88}$Ra.
De vervalreactie is: $^{228}_{88}\text{Ra} \rightarrow {}^{228}_{89}\text{Ac} + {}^{0}_{-1}\text{e}$.

Een β-deeltje noteer je ook wel als $^{0}_{-1}\beta$ in plaats van $^{0}_{-1}$e. Je kunt de vervalreactie in voorbeeldopgave 2 dus ook schrijven als: $^{228}_{88}\text{Ra} \rightarrow {}^{228}_{89}\text{Ac} + {}^{0}_{-1}\beta$.

γ-straling

Een instabiele atoomkern zendt heel vaak tegelijkertijd met α- of β-straling ook γ-straling uit. De ontstane dochterkern is nog niet stabiel en moet zich weer stabiliseren. Daarbij komt energie vrij in de vorm van **γ-straling**. Aangezien de massa en de lading van een foton nul zijn, hebben de uitgezonden fotonen geen invloed op de vervalreactie. De γ-straling wordt wel altijd in een vervalreactie aangegeven. De γ-straling noteer je als $^{0}_{0}\gamma$ of als γ. Voorbeelden van vervalreacties waarbij γ-straling vrijkomt zijn:



$$^{60}_{27}\text{Co} \rightarrow {}^{60}_{27}\text{Co} + {}^{0}_{0}\gamma \qquad \text{en} \qquad {}^{42}_{19}\text{K} \rightarrow {}^{42}_{20}\text{Ca} + {}^{0}_{-1}\text{e} + {}^{0}_{0}\gamma$$

Informatie in Binas

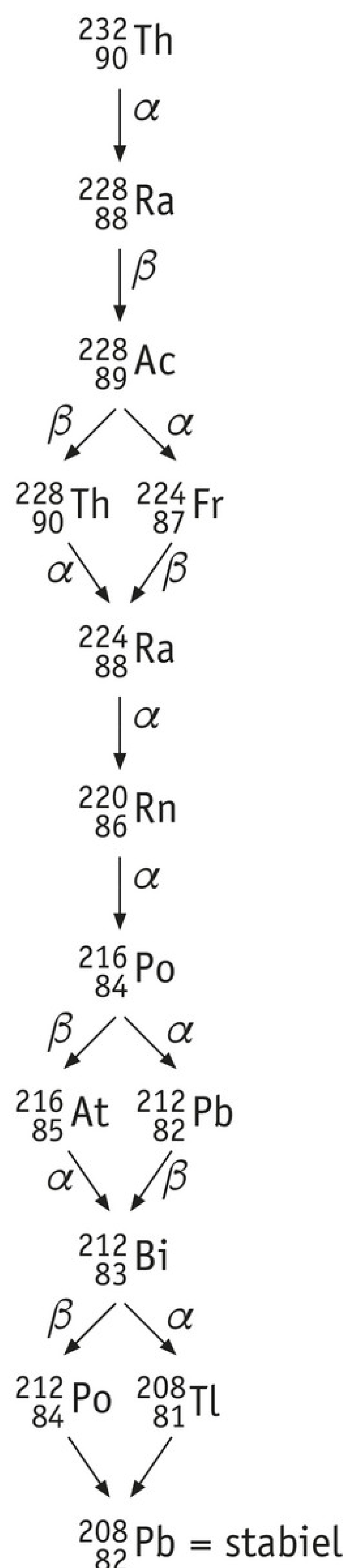
In het overzicht van de isotopen (Binas tabel 25A) kun je zien welke atoomkernen stabiel en welke instabiel zijn. Van instabiele atoomkernen kun je bovendien zien welke stralingssoort(en) ze uitzenden. Atoomkernen waarbij in de laatste kolom (verval en energie van het deeltje) een horizontaal streepje staat, zijn stabiel. Deze vervallen niet. Bij instabiele atoomkernen staat hier welke stralingssoort de kern uitzendt. β-straling wordt in Binas aangeduid met β^{-}-straling (bèta-minstraling). Er bestaat namelijk ook nog bèta-plusstraling, maar dat is geen havo-examenstof.
In de laatste kolom van Binas tabel 25A staat een getal bij atoomkernen die α- of β-straling uitzenden. Dit getal geeft de kinetische energie van het uitgezonden α- of β-deeltje aan. Deze energie wordt uitgedrukt in de eenheid MeV (= megaelektronvolt).
Energie wordt normaal gesproken uitgedrukt in joule (J). Voor grote hoeveelheden energie is het handig om kilowattuur (kWh) als eenheid te gebruiken. Voor heel kleine energieën is de elektronvolt (eV) een handige eenheid. Bij radioactief verval wordt vaak de megaelektronvolt (MeV) gebruikt.

1,00 eV = $1{,}60 \cdot 10^{-19}$ J (Binas tabel 5) en 1,00 MeV = $1{,}60 \cdot 10^{-13}$ J
Zo vind je in Binas tabel 25A dat:
- $^{102}_{44}$Ru een stabiele isotoop is;
- $^{63}_{28}$Ni instabiel is en β^{-}-straling uitzendt waarbij het elektron (β-deeltje) een kinetische energie heeft van 0,062 MeV;
- $^{239}_{94}$Pu zowel α- als γ-straling uitzendt, waarbij het α-deeltje een kinetische energie van 5,2 MeV heeft;
- $^{212}_{83}$Bi instabiel is en op twee manieren kan vervallen: door het uitzenden van α-straling of door het uitzenden van een β-deeltje. De dochterkern is in deze twee gevallen dan ook niet dezelfde.

Een instabiele atoomkern zendt nooit tegelijkertijd een α- en een β-deeltje uit. Een instabiele atoomkern kan wel tegelijkertijd α- en γ-straling uitzenden of tegelijkertijd β- en γ-straling.

Vervalreeks

Bij veel vervalprocessen is de dochterkern ook weer radioactief. De dochterkern vervalt dan ook weer. Dit kan een tijd zo doorgaan: steeds ontstaat een instabiele kern die weer vervalt. Het proces eindigt als er een stabiele atoomkern ontstaat. Zo'n serie vervalreacties die achter elkaar plaatsvinden, heet een **vervalreeks**.
In figuur 11 zie je een vervalreeks die begint bij $^{232}_{90}$Th en eindigt bij $^{208}_{82}$Pb.



◀ **figuur 11** de vervalreeks van $^{232}_{90}$Th

Activiteit

Om het tempo van radioactief verval aan te geven, is de grootheid activiteit A ingevoerd. De **activiteit van een radioactieve stof** is het aantal atoomkernen dat per seconde vervalt. De activiteit wordt uitgedrukt in de eenheid becquerel (Bq). Een activiteit van 20 Bq betekent dat er per seconde twintig atoomkernen vervallen. Dit kun je ook schrijven als 20 s^{-1}.

Onthoud!

- Een proton schrijf je als $^{1}_{1}$p, een neutron schrijf je als $^{1}_{0}$n en een elektron schrijf je als $^{0}_{-1}$e.
- Radioactief verval is het proces waarbij een instabiele atoomkern vanzelf uit elkaar valt en verandert.
- Een atoomkern die α-straling uitzendt, zendt een $^{4}_{2}$He-kern uit. Een atoomkern die β-straling uitzendt, zendt een elektron $^{0}_{-1}$e uit. Dit wordt eerst in de kern gevormd: $^{1}_{0}\text{n} \rightarrow {}^{1}_{1}\text{p} + {}^{0}_{-1}\text{e}$. Een atoomkern zendt vaak tegelijkertijd met α- of β-straling ook nogγ-straling uit.
- De activiteit van een radioactieve stof is het aantal atoomkernen dat per seconde vervalt. De activiteit wordt uitgedrukt in de eenheid becquerel (Bq) of s^{-1}.

Opdrachten

12 Radioactiviteit
Bij radioactief verval worden deeltjes uitgezonden.
- **a** Geef de notatie van een proton, een neutron en een elektron met atoomnummer en massagetal.
- **b** Welke regels gelden voor elke vorm van radioactief verval?
- **c** Wat wordt bij radioactief verval verstaan onder de moederkern en de dochterkern?
- **d** Wat wordt bedoeld met de activiteit van een radioactieve stof?
- **e** In welke eenheid wordt de activiteit uitgedrukt?

13 Instabiele atoomkern
Beantwoord de volgende vragen.
- **a** Wat weet je van het atoomnummer en het massagetal van de dochterkern die bij het uitzenden van α-straling ontstaat?
- **b** Wat weet je van het atoomnummer en het massagetal van de dochterkern die bij het uitzenden van β-straling ontstaat?
- **c** Wat gebeurt er in een atoomkern voordat hij β-straling uitzendt?
- **d** Een atoomkern zendt vaak tegelijkertijd met α- of β-straling ook nog γ-straling uit. Waaruit bestaat γ-straling?

14 Vervalreacties
Schrijf de vervalreactie op van de volgende isotopen.
- **a** $^{63}_{28}Ni$
- **b** ^{243}Am
- **c** zuurstof-19
- **d** actinium-225
- **e** As-76
- **f** ^{115}In

15 Polonium
Polonium is in 1898 door Marie Curie ontdekt.
- **a** Noteer de mogelijke vervalreacties van polonium-216.

Polonium-216 is ontstaan uit een andere atoomkern die α-straling uitzond.
- **b** Zoek uit welke kern dat was door ook deze vervalreactie te noteren.

Tabak bevat kleine hoeveelheden polonium-210. Het polonium wordt door de tabaksplanten opgenomen uit toegevoegde kunstmest, die van nature kleine hoeveelheden uranium-238 bevat.
- **c** Bij een vervalreeks van U-238 ontstaat Po-210. Ga met behulp van massagetallen na dat er hierbij zeven keer een alfadeeltje wordt uitgezonden.

Bij het verval van U-238 naar Po-210 worden ook β-deeltjes uitgezonden.
- **d** Ga met behulp van atoomnummers na hoeveel β-deeltjes worden uitgezonden.

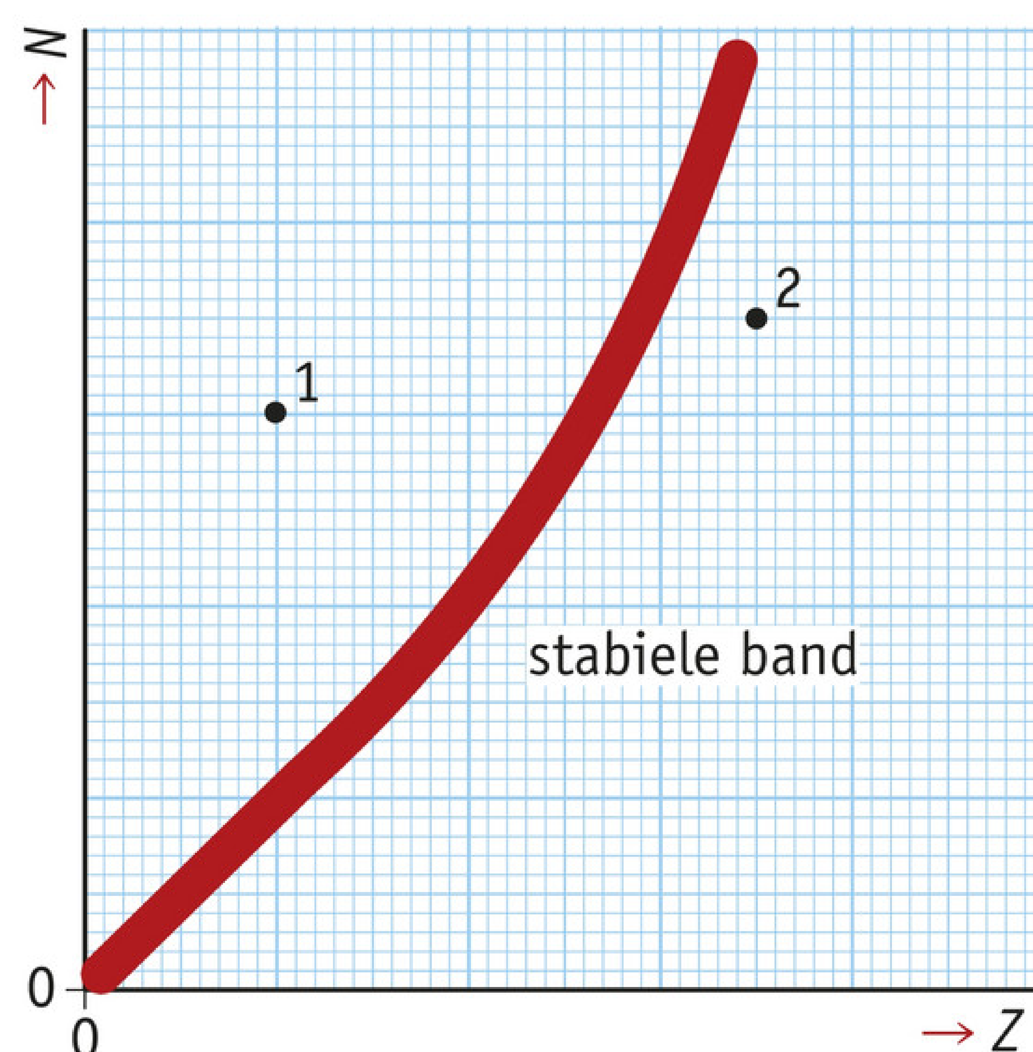
naar: examen 2008-II

16 Uranium
Een brok uranium-234 heeft een activiteit van 2,0 MBq.
- **a** Schrijf de vervalreactie van uranium-234 op.
- **b** Hoe groot is de kinetische energie in MeV van het α-deeltje dat bij dit verval vrijkomt?
- **c** Reken deze kinetische energie om in joule.
- **d** Bereken de snelheid van dit α-deeltje.
- **e** Bereken hoeveel α-deeltjes het brok materiaal in 24 uur uitzendt.
- **f** Bereken hoelang het duurt voor er $2{,}5 \cdot 10^{15}$ atoomkernen zijn vervallen.

17 Instabiele isotopen

In figuur 12 is met een band in het (N,Z)-diagram aangegeven waar de isotopen liggen die stabiel zijn. Ook zijn er twee instabiele isotopen 1 en 2 met een stip aangegeven. Isotopen die niet stabiel zijn, vervallen altijd zó dat ze dichter bij het stabiele gebied komen te liggen.

a Leg uit dat isotoop 1 zeker geen α-straling zal uitzenden.
b Leg uit dat isotoop 1 wel β-straling zou kunnen uitzenden.
c Leg uit welk soort straling isotoop 2 zal uitzenden.



▲ **figuur 12** band stabiele isotopen in het (N,Z)-diagram

4 Halveringstijd

In deze paragraaf leer je:
- vraagstukken oplossen waarbij de halveringstijd een rol speelt;
- het begrip vervalkromme kennen;
- de activiteit en de gemiddelde activiteit berekenen.

Atoomkernen van een radioactieve isotoop vervallen. Maar niet iedere isotoop vervalt even snel. Zeer instabiele isotopen vervallen heel snel, maar er zijn ook isotopen waarbij het verval duizenden of zelfs miljoenen jaren duurt.

Halveringstijd

De **halveringstijd** $t_{½}$ van een radioactieve isotoop is de tijdsduur waarin de helft van het aantal atoomkernen vervalt. Een ander woord voor halveringstijd is halfwaardetijd. Je vindt de halveringstijden van instabiele isotopen in Binas tabel 25A.
Er is nog een tweede definitie van het begrip halveringstijd: de halveringstijd $t_{½}$ van een radioactieve isotoop is de tijdsduur waarin de activiteit tot de helft daalt.

Het aantal kernen neemt in de loop van de tijd af en daarmee neemt dus ook de activiteit af. Stel dat je op t = 0,0 jaar in totaal $N = 3{,}6 \cdot 10^{18}$ instabiele kernen van een isotoop met een halveringstijd van 2,0 jaar hebt.

Op t = 0 s geldt voor de activiteit van de radioactieve stof A = 40 GBq. Dan gebeurt er het volgende:

	t = 0,0 jaar:	$N = 3{,}6 \cdot 10^{18}$	met A = 40 GBq
Na één halveringstijd:	t = 2,0 jaar:	$N = 1{,}8 \cdot 10^{18}$	met A = 20 GBq
Na twee halveringstijden:	t = 4,0 jaar:	$N = 0{,}90 \cdot 10^{18}$	met A = 10 GBq
Na drie halveringstijden:	t = 6,0 jaar:	$N = 0{,}45 \cdot 10^{18}$	met A = 5,0 GBq

Dit gaat zo door. Na iedere 2,0 jaar is het aantal aanwezige instabiele kernen gehalveerd. Maar ook de activiteit, dus het aantal kernen dat per seconde vervalt, is gehalveerd.

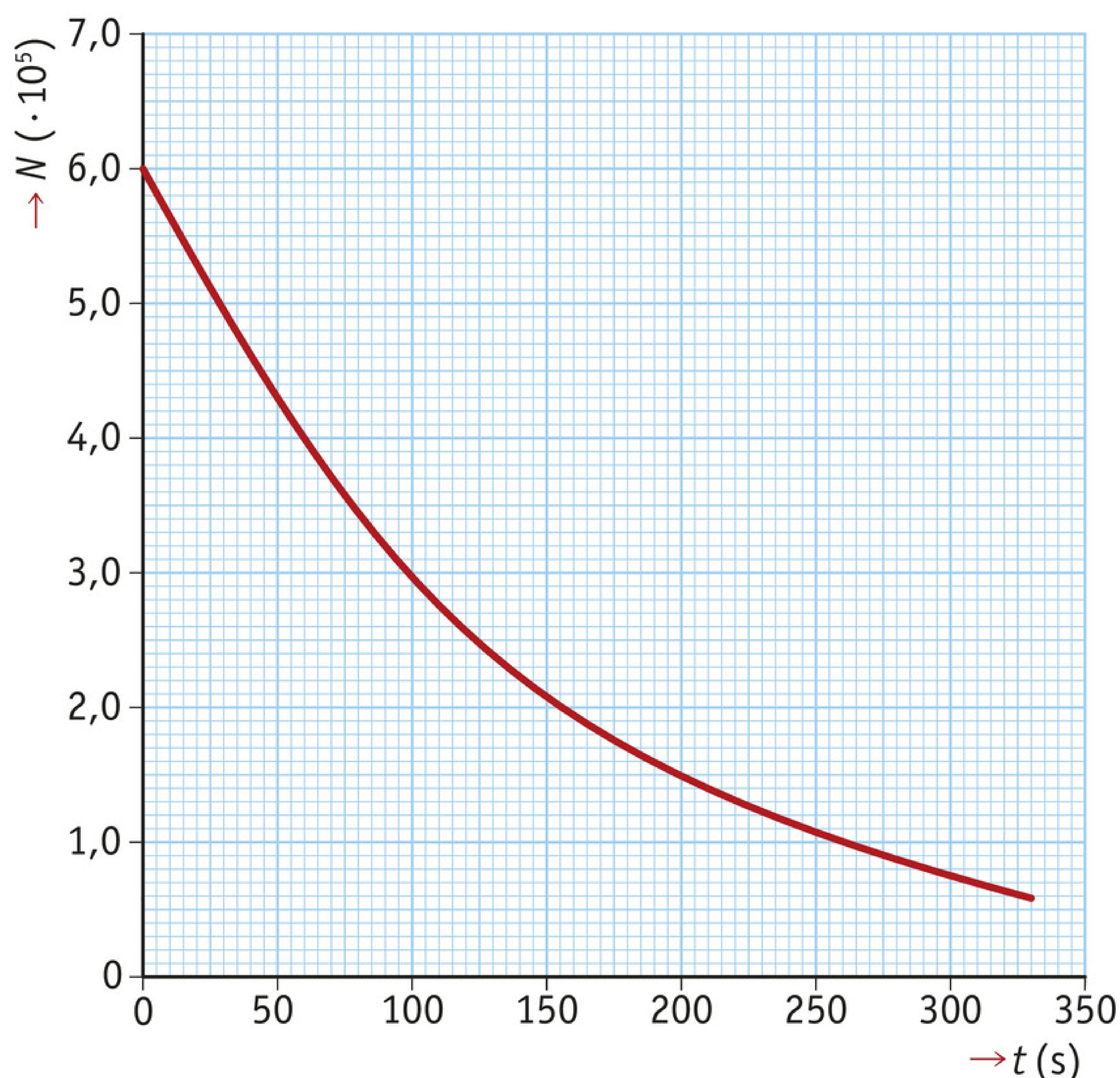
Toevalsproces

Het radioactief verval van een instabiele atoomsoort is een toevalsproces. Dat betekent dat je nooit weet welke atoomkernen op welk tijdstip vervallen. Je weet wel dat na één halveringstijd de helft van de oorspronkelijke aanwezige atoomkernen zal zijn vervallen.

Radioactief verval kun je niet van buitenaf beïnvloeden. Of je de radioactieve stof nu verwarmt, de luchtdruk verhoogt of een magneet in de buurt houdt, de halveringstijd verandert niet.

(N,t)- en (A,t)-grafieken

In figuur 13 is het aantal nog niet vervallen kernen N van een instabiele radioactieve isotoop uitgezet tegen de tijd. Zo'n (N,t)-grafiek heet een **vervalkromme**.

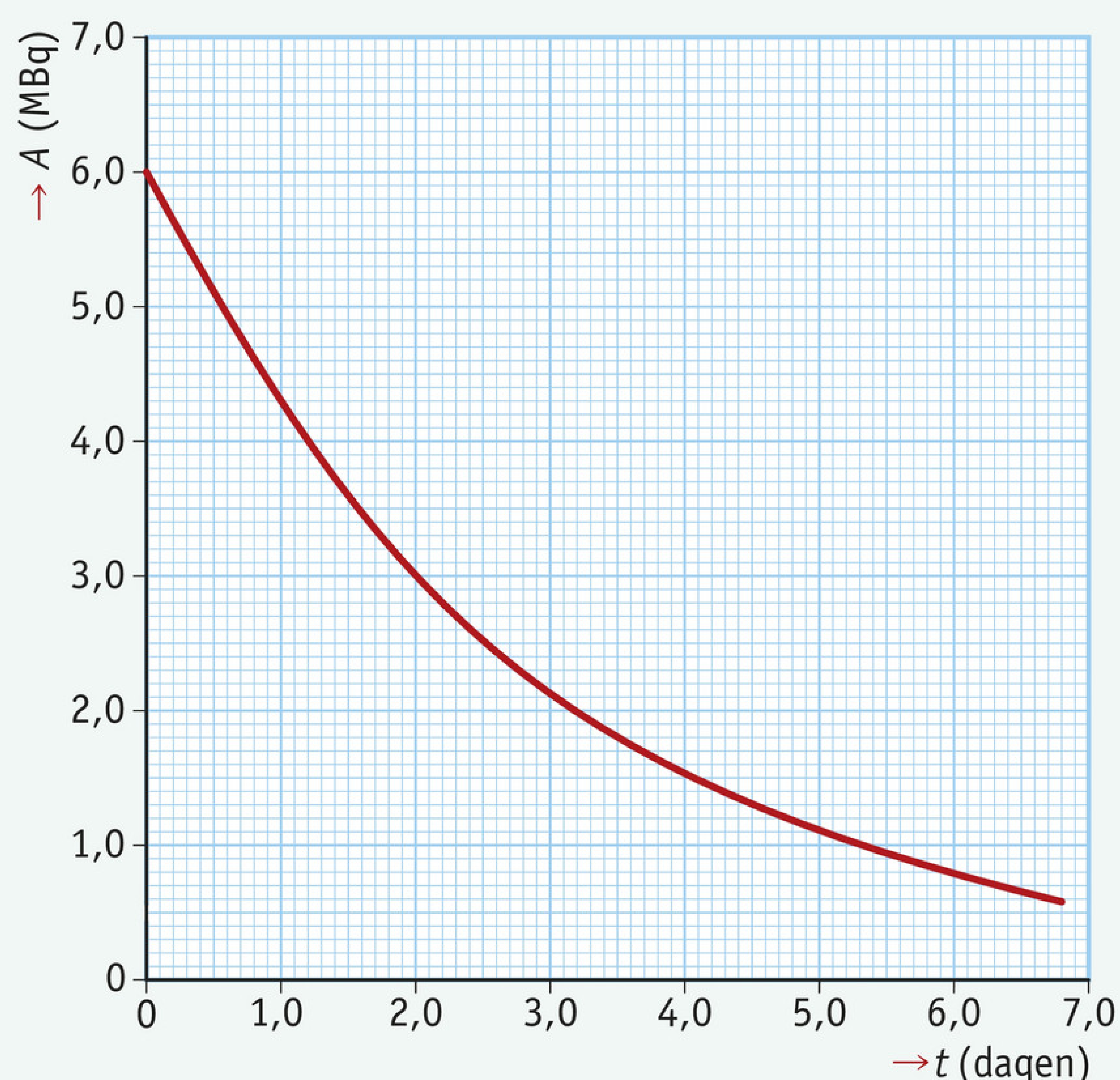


▲ **figuur 13** een (N,t)-diagram

In figuur 13 kun je de halveringstijd aflezen. Op t = 0 s geldt: $N = 6{,}0 \cdot 10^5$. Zoek nu uit op welk tijdstip er nog $3{,}0 \cdot 10^5$ atoomkernen aanwezig zijn. Van t = 0 s tot dit tijdstip is precies één halveringstijd verstreken. Op t = 100 s geldt: $N = 3{,}0 \cdot 10^5$, dus $t_{½}$ = 100 s. Je hoeft niet per se als begintijdstip t = 0 s te nemen. Je kunt ook een willekeurig tijdstip nemen, bijvoorbeeld t = 160 s. Op dit tijdstip geldt: $N = 2{,}0 \cdot 10^5$. Zoek nu het tijdstip waarop $N = ½ \times 2{,}0 \cdot 10^5 = 1{,}0 \cdot 10^5$. Dat is op t = 260 s. De halveringstijd is dan 260 − 160 = 100 s.

Ook uit een (A,t)-grafiek kun je de halveringstijd aflezen, dat zie je in voorbeeldopgave 3.

Voorbeeldopgave 3
Van een stof die bestaat uit één bepaalde isotoop is in figuur 14 het (A,t)-diagram getekend. Bepaal de halveringstijd van deze isotoop.



▲ **figuur 14** een (A,t)-diagram

Uitwerking
Op $t = 0$ dagen geldt: $A = 6{,}0$ MBq.
Zoek het tijdstip waarop de activiteit $A = ½ \times 6{,}0 = 3{,}0$ MBq.
Dat is het tijdstip $t = 2{,}0$ dagen, dus geldt: $t_{½} = 2{,}0$ dagen.

Formules

Je kunt het radioactief verval ook met formules beschrijven. Het aantal nog niet vervallen instabiele kernen N kun je uitrekenen met:

$$N = N_0\left(\frac{1}{2}\right)^n$$

Hierin is:
- N het aantal *nog niet vervallen* kernen na n halveringstijden;
- N_0 het aantal *nog niet vervallen* kernen op $t = 0$ s (in het begin);
- n het aantal verstreken halveringstijden.

Het aantal halveringstijden n dat voorbij is kun je uitrekenen door de verstreken tijdsduur t te delen door de halveringstijd:

$$n = \frac{t}{t_{½}}$$

Hierin is:
- t de verstreken tijdsduur;
- $t_{½}$ de halveringstijd.

De eenheid waarin je t en $t_{½}$ uitdrukt, mag je zelf kiezen, als het maar dezelfde eenheid is. In de opdrachten zal de uitkomst van $\frac{t}{t_{½}}$ altijd een geheel getal zijn.

Voorbeeldopgave 4

Een brok materiaal van een instabiele isotoop bevat $8{,}0 \cdot 10^{16}$ atomen. De halveringstijd bedraagt 6,0 dagen.
Bereken hoeveel kernen er na 24 dagen zijn vervallen.

Uitwerking
Gegevens:
$t = 24$ dagen
$t_{½} = 6{,}0$ dagen
$N_0 = 8{,}0 \cdot 10^{16}$
Formules:

$N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n$ en $n = \frac{t}{t_{½}}$

Er zijn dan $n = \frac{t}{t_{½}} = \frac{24}{6{,}0} = 4{,}0$ halveringstijden voorbij.

$N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n = N = 8{,}0 \cdot 10^{16} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{4{,}0} = 5{,}0 \cdot 10^{15}$

Er zijn nog $5{,}0 \cdot 10^{15}$ atoomkernen niet vervallen.
Dus zijn er $8{,}0 \cdot 10^{16} - 5{,}0 \cdot 10^{15} = 7{,}5 \cdot 10^{16}$ atoomkernen vervallen.

Voor activiteit A na n halveringstijden geldt een soortgelijke formule:

$$A = A_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

Hierin is:
- A de activiteit na n halveringstijden;
- A_0 de activiteit op $t = 0$ s (in het begin);
- n het aantal verstreken halveringstijden.

Ook bij deze formule bereken je n met $n = \frac{t}{t_{½}}$.

Voorbeeldopgave 5

De activiteit van een radioactieve bron is 80 MBq. De halveringstijd bedraagt $5{,}7 \cdot 10^3$ jaar.
Bereken hoelang het duurt voor de activiteit is gedaald tot 2,5 MBq.

Uitwerking
Gegevens:
$A_0 = 80$ MBq
$A = 2{,}5$ MBq
$t_{½} = 5{,}7 \cdot 10^3$ jaar
Formule:

$n = \frac{t}{t_{½}}$

$80{\cdot}10^6 \xrightarrow{:2} 40{\cdot}10^6 \xrightarrow{:2} 20{\cdot}10^6 \xrightarrow{:2} 10{\cdot}10^6 \xrightarrow{:2} 5{,}0{\cdot}10^6 \xrightarrow{:2} 2{,}5{\cdot}10^6$

Je moet de activiteit vijf keer door twee delen, dus zijn er vijf halveringstijden verstreken.

Uit $n = \dfrac{t}{t_{½}}$ volgt dan: $t = n \cdot t_{½} = 5{,}0 \times 5{,}7{\cdot}10^3 = 2{,}9{\cdot}10^4$ jaar.

Het verband tussen *A* en *N*

In figuur 13 is het (N,t)-diagram van een instabiele radioactieve isotoop getekend. Op $t = 0$ s zijn er $6{,}0{\cdot}10^5$ atoomkernen aanwezig. Op $t = 300$ s zijn er nog $0{,}75{\cdot}10^5$ atoomkernen aanwezig. Er zijn in die tijdsduur van 300 s dan $6{,}0{\cdot}10^5 - 0{,}75{\cdot}10^5 = 5{,}25{\cdot}10^5$ atoomkernen vervallen. Voor de gemiddelde activiteit, het gemiddelde aantal atoomkernen dat per seconde vervalt, geldt dus:

$$A_{gem} = \frac{5{,}25{\cdot}10^5}{300} = 1{,}75{\cdot}10^3 \text{ Bq}$$

Je kunt dit ook in een formule uitdrukken:

$$A_{gem} = -\frac{\Delta N}{\Delta t}$$

Het minteken is nodig om de activiteit positief te maken, want: $\Delta N = N_{eind} - N_{begin}$ is negatief.

De gemiddelde activiteit zegt nog niets over de activiteit op een bepaald tijdstip. Als je de activiteit op een tijdstip wilt weten, moet je op dat tijdstip de raaklijn in het (N,t)-diagram tekenen. Vervolgens bepaal je de steilheid van die raaklijn. Deze steilheid is negatief, want de raaklijn is dalend. Je vindt de activiteit op dat tijdstip dan met:

$$A_{gem} = -\left(\frac{\Delta N}{\Delta t}\right)_{raaklijn}$$

Let erop dat je de tijd altijd in s uitdrukt.

Voorbeeldopgave 6

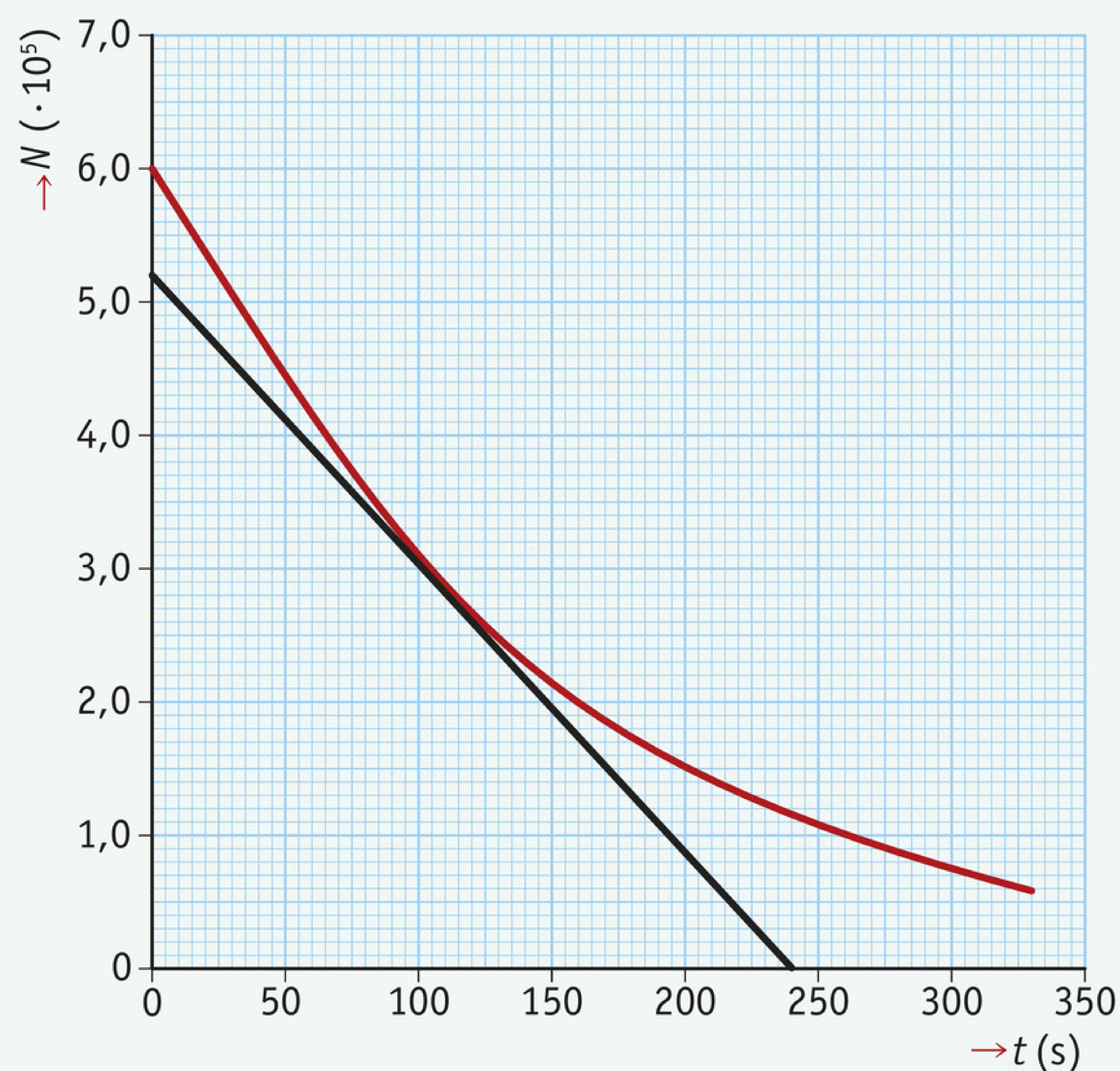
Bepaal de activiteit van de isotoop waarvan in figuur 13 het (N,t)-diagram is getekend op $t = 100$ s.

Uitwerking
Formule:

$$A_{gem} = -\left(\frac{\Delta N}{\Delta t}\right)_{raaklijn}$$

Teken in figuur 13 de raaklijn aan de grafiek op $t = 100$ s (figuur 15).
Voor de raaklijn geldt:
$\Delta N = 0 - 5{,}2{\cdot}10^5 = -5{,}2{\cdot}10^5$
$\Delta t = 240 - 0 = 240$ s

$$A_{gem} = -\left(\frac{\Delta N}{\Delta t}\right)_{raaklijn} = -\frac{5{,}2{\cdot}10^5}{240} = 2{,}2{\cdot}10^3 \text{ Bq}$$



▲ **figuur 15** raaklijn aan het (*N*,*t*)-diagram van een instabiele isotoop

Uit een (*A*,*t*)-diagram kun je ook het aantal vervallen kernen aflezen. Het aantal vervallen kernen is de oppervlakte onder het (*A*,*t*)-diagram. Daarbij moet je de tijd uitdrukken in s en de activiteit in Bq.

▶ **EXPERIMENT 1** Halveringstijd van een bierkraag (onderzoekspracticum)

Onthoud!

- De halveringstijd of halfwaardetijd $t_{½}$ van een radioactieve isotoop is de tijdsduur waarin de helft van het aantal atoomkernen vervalt en ook de tijdsduur waarin de activiteit tot de helft daalt.
- Bij een instabiele isotoop kun je het aantal nog niet vervallen instabiele kernen N uitrekenen met: $N = N_0\left(\frac{1}{2}\right)^n$ waarin n het aantal halveringstijden is, dus: $n = \frac{t}{t_{½}}$
- Bij een instabiele isotoop kun je de activiteit berekenen met $A = A_0\left(\frac{1}{2}\right)^n$ waarin n het aantal halveringstijden is, dus: $n = \frac{t}{t_{½}}$
- Je berekent de gemiddelde activiteit van een instabiele isotoop met: $A_{gem} = -\frac{\Delta N}{\Delta t}$
- De activiteit op een tijdstip is de steilheid van de raaklijn op dat tijdstip aan het (*N*,*t*)-diagram met een minteken ervoor. Er geldt: $A_t = -\left(\frac{\Delta N}{\Delta t}\right)_{raaklijn}$

Opdrachten

18 Radioactief verval

Niet alle instabiele isotopen vervallen even snel.

a Geef twee definities van de halveringstijd van een radioactieve isotoop.
b Wat is een vervalkromme?
c Geef de formule waarmee je het aantal nog niet vervallen atoomkernen berekent.
d Geef de formule waarmee je de activiteit van een instabiele isotoop berekent.
e Geef de formule waarmee je de gemiddelde activiteit van een instabiele isotoop berekent.
f Hoe vind je de activiteit op een bepaald tijdstip als je de vervalkromme hebt?

19 Atoomkernen

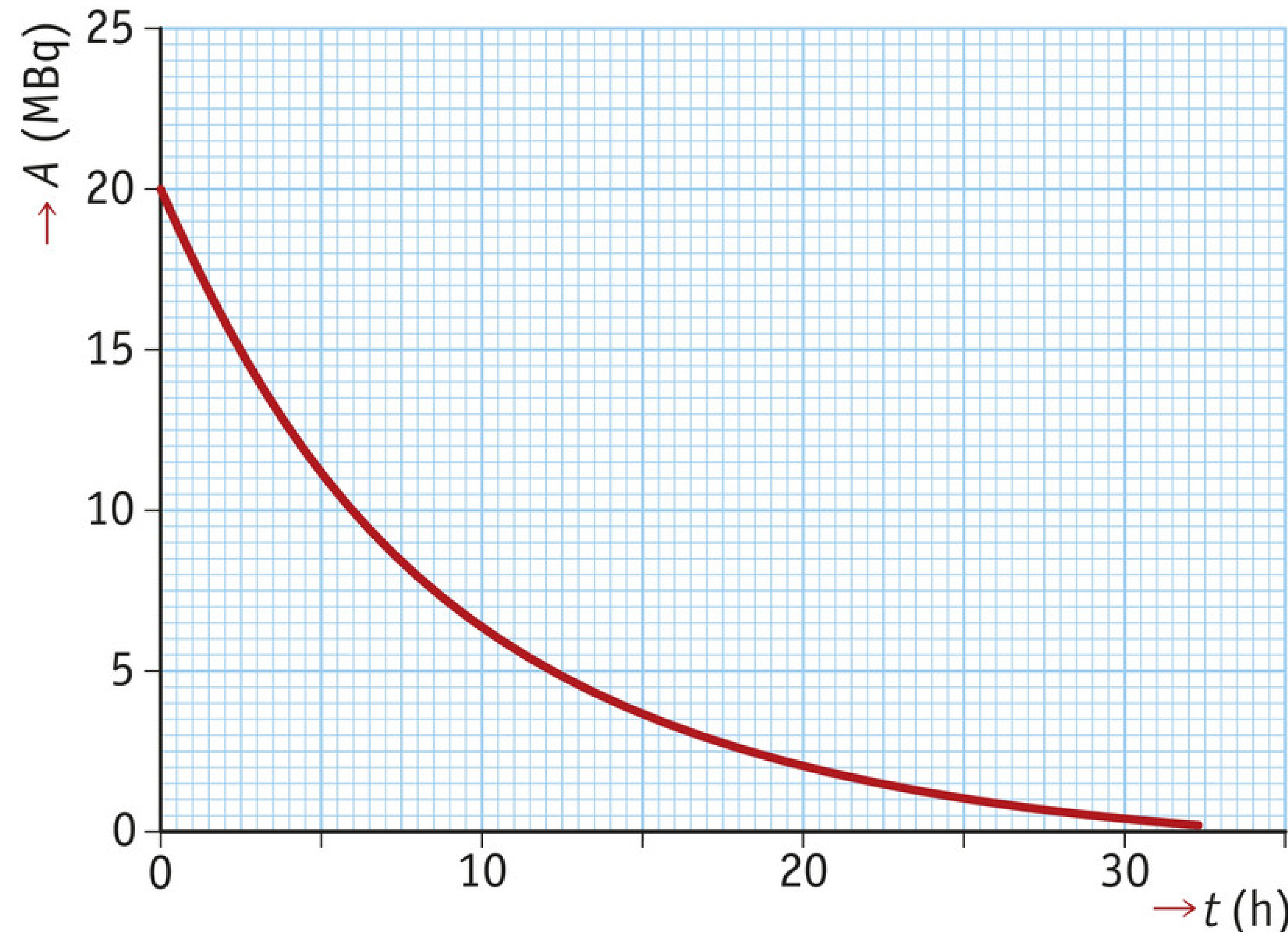
Een container radioactief materiaal bestaat uit $6{,}0 \cdot 10^{24}$ atoomkernen. De halveringstijd bedraagt 2,0 dagen.

a Bereken het aantal atoomkernen dat na 4,0 dagen nog niet is vervallen.
b Bereken het aantal atoomkernen dat na 6,0 dagen is vervallen.

20 Technetium

Technetium is een radioactieve stof die bij patiënten wordt toegediend om tumoren op te sporen. In figuur 16 is de activiteit van de isotoop technetium uitgezet als functie van de tijd.

a Bepaal de halveringstijd van technetium.
b Bepaal het totaal aantal atoomkernen technetium dat in het diagram van figuur 16 vervalt.
c Bereken hoeveel atoomkernen technetium er op t = 20 h nog niet zijn vervallen.

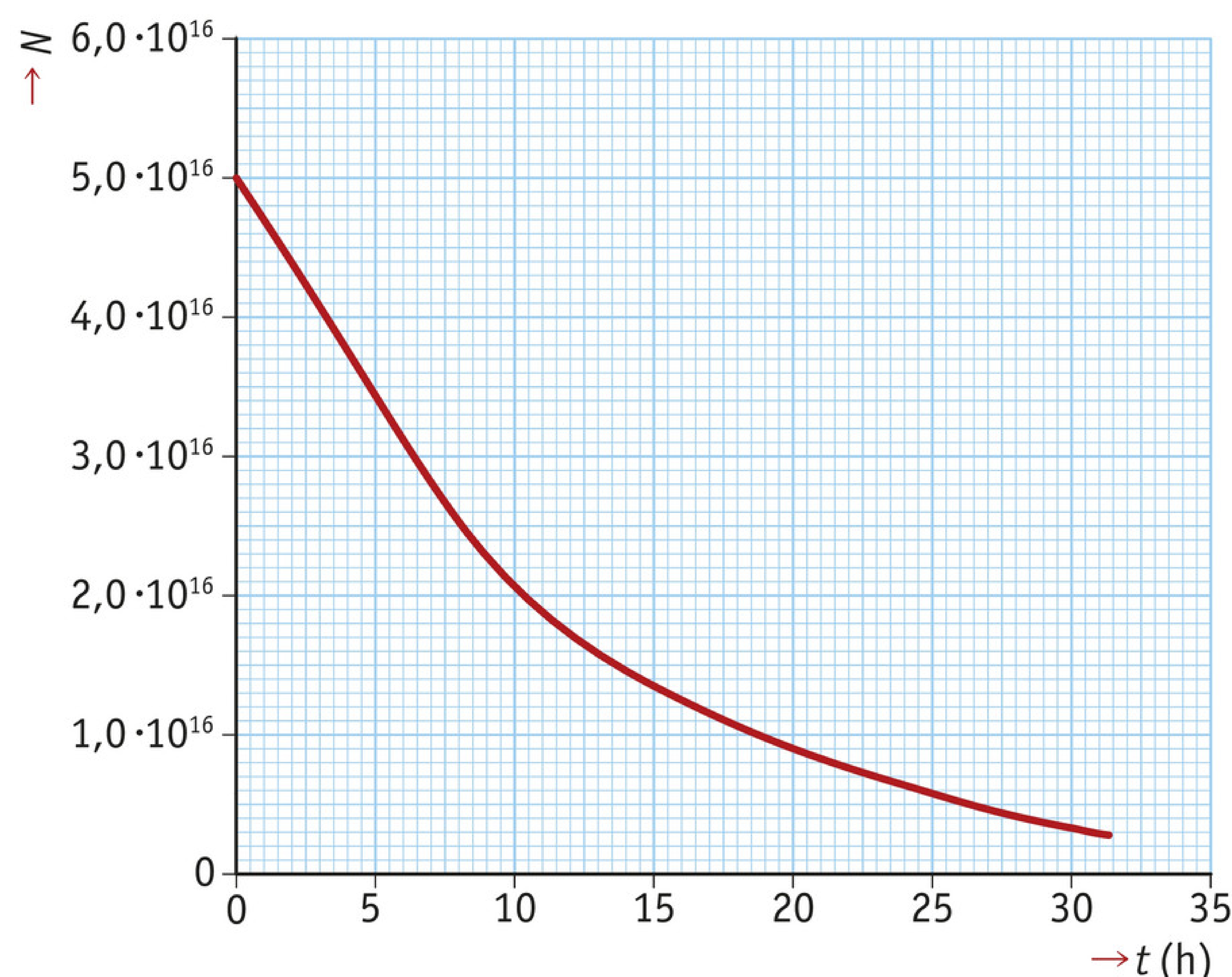


▲ **figuur 16** de activiteit van technetium als functie van de tijd

21 Vervalkromme

In figuur 17 is de vervalkromme van een bepaalde isotoop getekend.

a Bepaal de halveringstijd van deze isotoop.
b Hoe kun je aan de grafiek zien dat de activiteit in de loop van de tijd steeds kleiner wordt?
c Bepaal de gemiddelde activiteit tussen t = 0 h en t = 40 h.
d Bepaal de activiteit op t = 15 h.



▲ **figuur 17** de vervalkromme van een isotoop

22 Americium
Een bepaald type rookmelder bevat een kleine hoeveelheid van de radioactieve isotoop americium-241 (Am-241).

a Geef de vervalvergelijking van Am-241.

Frans houdt een GM-teller bij het radioactieve Am-241 van de rookmelder en telt gemiddeld $4{,}8 \cdot 10^5$ ionisaties per minuut. Volgens hem is de gemiddelde activiteit 8,0 kBq. Ank is het hiermee oneens en zegt dat de gemiddelde activiteit van Am-241 groter is.

b Leg uit wie gelijk heeft.

De wettelijk toegestane activiteit van Am-241 in een rookmelder bedraagt 37 kBq.
Voor de activiteit van een radioactieve stof geldt de volgende formule:

$$A = \frac{0{,}693 \cdot N}{t_{½}}$$

Hierin is:

- A de activiteit van de radioactieve stof (in Bq);
- N het aantal kernen in de radioactieve stof;
- $t_{½}$ de halfwaardetijd van een radioactieve isotoop (in s).

c Bereken hoeveel microgram Am-241 in de rookmelder mag zitten om binnen de wettelijke grens te blijven.

Bij aankoop van deze rookmelder was de activiteit van de americiumbron 35 kBq.
De Am-241-bron is vijf jaar oud.

d Leg uit of de activiteit in die vijf jaar merkbaar is afgenomen.

e Bereken de massa van het americium dat na vijf jaar is vervallen.

De uitgezonden α-deeltjes hebben elk een energie van 5,6 MeV.

f Bereken de snelheid van zo'n α-deeltje.

Ank vraagt zich af of je een kobalt-60 bron ook kunt gebruiken als radioactieve bron in een rookmelder.

g Vul tabel 1 in en leg uit welke bron je het best kunt gebruiken.

▼ **tabel 1**

	soort straling	halveringstijd	ioniserend vermogen
^{60}Co			laag
^{241}Am			hoog

23 Bismut
De radioactieve stof Bi-211 wordt gebruikt bij bestralingen in het ziekenhuis.
a Een minuscuul brokje Bi-211 heeft een massa van $2{,}6\cdot10^{-9}$ g en een activiteit van 40 kBq. Bereken hoeveel atomen er in het brokje zitten.
b Zoek de halveringstijd van Bi-211 op.
c Bereken hoeveel atoomkernen er na 6,48 min zijn vervallen.
d Leg uit dat je dit aantal niet kunt vinden door gebruik te maken van de activiteit.

Mimoen maakt een model (figuur 18) van het verval van Bi-211 in dit brokje.
e Leg uit wat de startwaarden *N* en *tbi* betekenen.
f Leg uit waarom in de eerste modelregel van figuur 18 *tbi* wordt vermenigvuldigd met 60.

modelregels	startwaarden en constanten
`A=0,693*N/(tbi*60)`	`N=7,4*10^9`
`dN=A*dt`	`tbi=2,16 ‘min`
`N=N-dN`	`t=0 ‘s`
`t=t+dt`	`dt=1 ‘s`

▲ **figuur 18** het model van Mimoen

5 Absorptie van straling

In deze paragraaf leer je:
- het begrip doorlaatkromme kennen;
- vraagstukken oplossen waarbij de halveringsdikte een rol speelt.

Als γ-straling of röntgenstraling op een voorwerp valt, gaat een deel van de straling door dat voorwerp heen. De rest van de straling wordt geabsorbeerd.

Doorlaatkromme

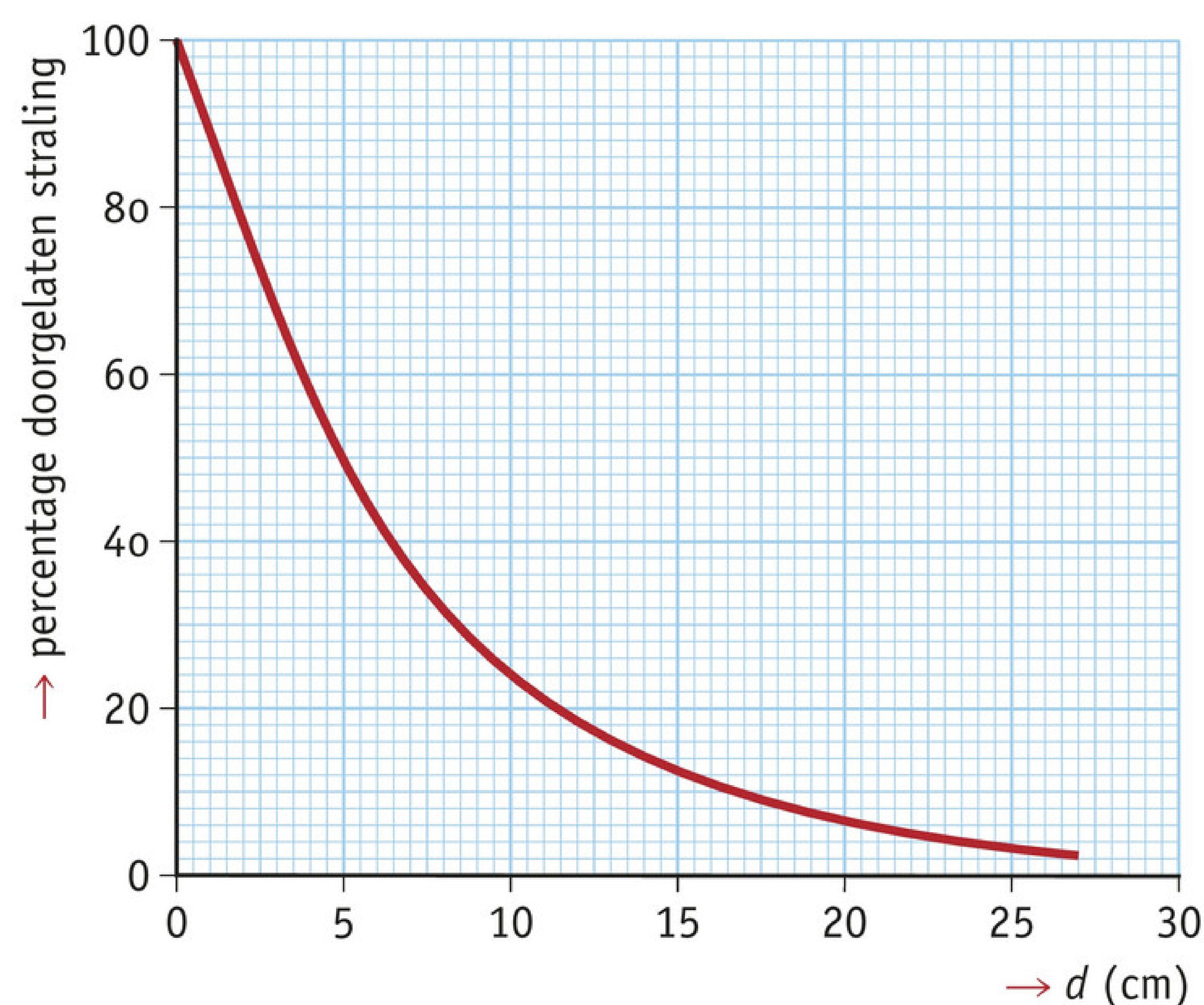
Je kunt γ-straling of röntgenstraling (stralingssoorten die uit fotonen bestaan) gebruiken om de dikte van materialen te meten. Als je een plaatje aluminium tussen een stralingsbron en een detector plaatst, meet de detector een kleinere intensiteit (sterkte) van de straling dan zonder een plaatje aluminium (figuur 19). Hoe dikker het plaatje, hoe kleiner de intensiteit die de detector meet. Intensiteit wordt aangeduid met de letter *I*. Niet alle straling gaat dus door het plaatje aluminium heen. Een deel van de straling blijft in het plaatje achter. Deze straling wordt geabsorbeerd.

Om aan te geven hoe groot de absorptie van een voorwerp is, vergelijk je de doorgelaten intensiteit met de intensiteit die erop valt. Als de intensiteit van de straling met 50% is afgenomen, heeft het voorwerp 50% van de straling geabsorbeerd.



▲ **figuur 19** meten van de intensiteit van γ-straling die door een hindernis gaat

De intensiteit van de straling die een materiaal doorlaat, kun je in een grafiek uitzetten tegen de dikte van het materiaal. Zo'n grafiek heet een **doorlaatkromme**. In figuur 20 zie je een voorbeeld van een doorlaatkromme.



▲ **figuur 20** een doorlaatkromme

Als het materiaal een dikte heeft van 10 cm, wordt 25% van de straling doorgelaten. Het materiaal absorbeert in dat geval 75% van de straling. Je kunt ook zeggen: de intensiteit van de straling die door de hindernis heen is gegaan, is 25%.

De **halveringsdikte** $d_{½}$ van een materiaal is de dikte die een materiaal moet hebben om de helft van de straling te absorberen. De halveringsdikte is dus de dikte die het materiaal moet hebben om de stralingsintensiteit met de helft (50%) te laten afnemen.
In Binas tabel 28F vind je de halveringsdikten van γ- en röntgenstraling voor verschillende materialen en voor fotonen met een verschillende hoeveelheid energie.

Formule

Je kunt de stralingsintensiteit na de hindernis berekenen met de formule:

$$I = I_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

Hierin is:

- I de intensiteit van de straling na de hindernis, in procent;
- I_0 de intensiteit van de straling die de stralingsbron uitzendt, in procent (meestal 100%);
- n het aantal halveringsdikten waar de straling doorheen is gegaan.

Het aantal halveringsdikten n waar de straling doorheen is gegaan, kun je uitrekenen door de dikte van de hindernis d te delen door de halveringsdikte $d_{½}$:

$$n = \frac{d}{d_{½}}$$

Hierin is:

- d de dikte van de hindernis;
- $d_{½}$ de halveringsdikte.

De eenheid waarin je d en $d_{½}$ uitdrukt mag je zelf kiezen, als het maar dezelfde eenheid is. In de opdrachten zal de uitkomst van $\frac{d}{d_{½}}$ altijd een geheel getal zijn.

Voorbeeldopgave 7

Gammastraling met een golflengte van $6{,}21 \cdot 10^{-13}$ m valt op een aluminium plaatje. Het plaatje absorbeert 87,5% van de straling.
Bereken de dikte van het aluminium plaatje.

Uitwerking
Bereken eerst de energie van een foton van de betreffende straling in eV. Zoek daarmee in Binas tabel 28F de halveringsdikte. Bereken hiermee de dikte.

Gegevens:
$\lambda = 6{,}21 \cdot 10^{-13}$ m
$c = 3{,}00 \cdot 10^{8}$ m s^{-1}
Formule:
$c = f \cdot \lambda$ en $E = h \cdot f$

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3{,}00 \cdot 10^{8}}{6{,}21 \cdot 10^{-13}} = 4{,}83 \cdot 10^{20} \text{ Hz}$$

$$E = h \cdot f = 6{,}63 \cdot 10^{-34} \times 4{,}83 \cdot 10^{20} = 3{,}20 \cdot 10^{-13} \text{ J} = 2{,}00 \cdot 10^{6} \text{ eV} = 2{,}00 \text{ MeV}$$

In Binas tabel 28F vind je de halveringsdikte voor aluminium en een fotonenergie van 2,00 MeV: $d_{½} = 6{,}0$ cm.
Het plaatje absorbeert 87,5% van de straling. Het laat dus 12,5% door.
$100\% \xrightarrow{:2} 50\% \xrightarrow{:2} 25\% \xrightarrow{:2} 12{,}5\%$
Het plaatje is dus drie halveringsdikten dik: $d = 3 \times 6{,}0 = 18$ cm.

Onthoud!

- In een doorlaatkromme is de intensiteit van de doorgelaten straling uitgezet tegen de dikte van het materiaal waar de straling doorheen gaat. De intensiteit wordt in procent uitgedrukt.
- De halveringsdikte $d_{½}$ van een materiaal is de dikte die een materiaal moet hebben om de helft van de straling te absorberen. Je kunt ook zeggen dat de halveringsdikte de dikte is die het materiaal moet hebben om de stralingsintensiteit tot de helft (50%) te laten afnemen.
- Je berekent de stralingsintensiteit met de formule $I = I_0\left(\frac{1}{2}\right)^n$. Hierin is n het aantal halveringsdikten waar de straling doorheen is gegaan: $n = \frac{d}{d_{½}}$

Opdrachten

24 Absorptiestraling
Röntgenstraling en γ-straling worden geabsorbeerd als ze op een voorwerp vallen.
a Wat is een doorlaatkromme?
b Geef de definitie van de halveringsdikte van een materiaal.
c Met welke formule bereken je de stralingsintensiteit na een hindernis?

25 Container
Radioactieve stoffen worden bewaard in containers van een materiaal met een grote dichtheid.
Een stralingsbron die één soort straling uitzendt, zit in een loden container met wanden die 2,6 cm dik zijn. Aan de buitenkant van de container wordt een totale activiteit van 20 Bq gemeten.
a Leg uit of de bron α-, β- of γ-straling uitzendt.
b De halveringsdikte van lood voor een bepaald soort γ-straling is 0,86 cm. Zoek in Binas op hoeveel energie zo'n γ-foton heeft.
c Bereken de activiteit van de stralingsbron die in de container zit.

26 Experiment
Toine meet met een GM-teller de activiteit van een stralingsbron die γ-straling uitzendt. Hij zet een plaatje aluminium van 0,30 mm dik tussen de bron en de GM-teller en meet opnieuw de activiteit. Daarna zet hij nog twee van dezelfde plaatjes aluminium tussen bron en GM-teller waarbij hij bij elk geplaatst plaatje opnieuw de activiteit meet. De resultaten staan in tabel 2. In dit experiment is de achtergrondstraling te verwaarlozen.
a Teken een grafiek waarin je de gemeten activiteit uitzet tegen de dikte.
b Bepaal uit je grafiek de halveringsdikte van aluminium voor deze γ-straling.

▼ **tabel 2** de meetresultaten van Toine

aantal plaatjes	activiteit (Bq)
0	1376
1	770
2	433
3	243

Door de getekende grafiek te extrapoleren (= zo vloeiend mogelijk door te tekenen) kan Toine de activiteit bij zes plaatjes aluminium bepalen.

c Extrapoleer de grafiek en bepaal de activiteit na zes plaatjes aluminium.

27 Productie

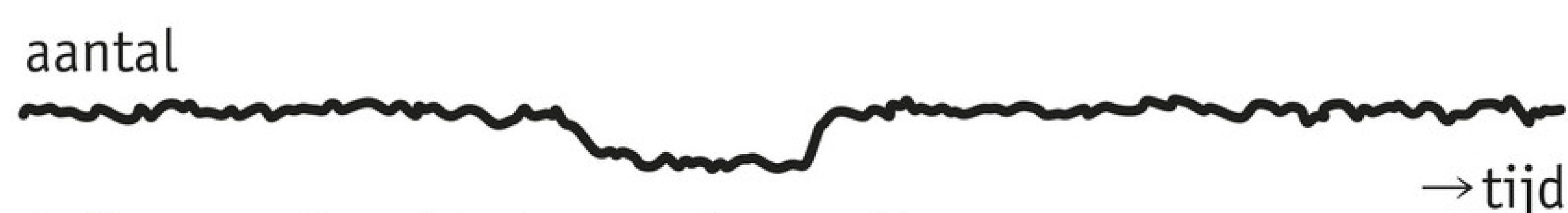
Om de dikte van een ijzeren plaat tijdens de productie te controleren, wordt een radioactieve bron gebruikt met een heel grote halveringstijd. De bron bevindt zich onder de staalplaat. Met een GM-teller wordt steeds 1,0 s lang het aantal γ-fotonen geteld. De teller geeft dit aantal door aan een schrijver. In figuur 21 staat een afdruk van de schrijver. Hierin is te zien dat er een productiefout is opgetreden.

a Leg uit of de plaat op die plaats te dun of te dik was.

Bij een andere ijzeren plaat meet de GM-teller 6,25% van de door de bron uitgezonden γ-straling.

b Bereken hoe dik die plaat is als de γ-fotonen een energie hebben van 1,0 MeV.

c Leg uit of je de dikte van de plaat ook kunt controleren met een bron die α-straling uitzendt.



▲ **figuur 21** afdruk van de schrijver

28 Doorlaatkromme

In figuur 20 is de doorlaatkromme van aluminium voor γ-straling getekend.

a Leg uit hoe de doorlaatkromme zou lopen bij γ-straling die uit fotonen met meer energie bestaat.

b Teken in figuur 20 de doorlaatkromme voor dezelfde γ-straling voor een materiaal dat een 2× zo grote halveringsdikte heeft.

29 Absorptie

Een aluminium blok is 30 cm dik. Op dit blok valt γ-straling met een energie van 2,0 MeV.

a Bereken hoeveel procent van de straling door dit blok wordt geabsorbeerd.

Dezelfde straling gaat door water.

b Bereken welke afstand de straling door water aflegt als het water hetzelfde percentage straling absorbeert.

+30 Betonnen muren

Een sterke radioactieve stralingsbron heeft een activiteit van $1{,}0 \cdot 10^{17}$ Bq. De fotonen hebben een energie van 2,0 MeV. Om de bron af te schermen worden dikke betonnen muren om de bron heen gezet. Daardoor is de gemeten activiteit buiten deze muren nog maar $1{,}0 \cdot 10^{8}$ Bq.

a Laat zien dat de gemeten activiteit ongeveer $2^{30}\times$ zo klein is geworden.

b Bereken hoe dik de betonnen muren zijn.

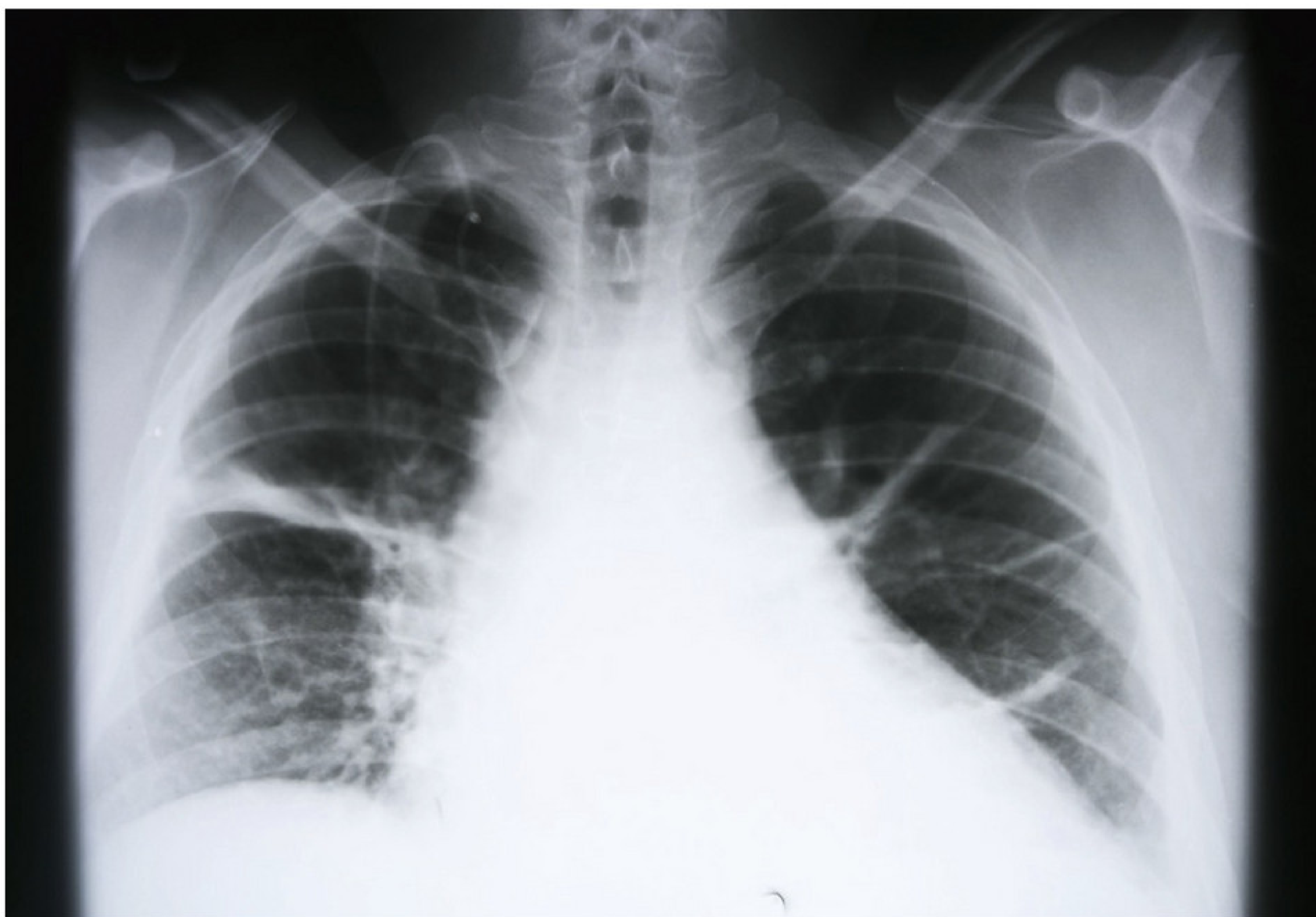
6 Stralingsbelasting

In deze paragraaf leer je:
- de begrippen bestraling en besmetting kennen;
- berekeningen maken met de equivalente dosis.

Het menselijk lichaam wordt dagelijks bestraald door in de natuur voorkomende radioactieve stoffen. Bij ongelukken in kerncentrales lopen mensen die in de buurt van die centrales zijn ook straling op. Het is belangrijk dat de totale stralingsbelasting niet te groot wordt.

Bestraling en besmetting

Als er een röntgenfoto van je longen wordt gemaakt, word je bestraald (figuur 22). Er komt dan straling op je terecht die deels door je heen gaat. Bij het zoeken naar vernauwingen in de bloedvaten wordt er een radioactieve stof in je bloedbaan gebracht. Deze stof zendt ioniserende straling uit. De radioloog kan met een gammacamera buiten het lichaam meten waar de radioactieve stof zich ophoopt. Op die plaats zit mogelijk een vernauwing.
Er is een groot verschil tussen de hiervoor geschetste voorbeelden. Als er een röntgenfoto van je longen wordt gemaakt, word je bestraald. Als er een radioactieve stof in je bloedbaan wordt gespoten, word je besmet. Je spreekt van **bestraling** als er straling op je lichaam terechtkomt. Je spreekt van **besmetting** als er een radioactieve stof in of op je lichaam terechtkomt. Je wordt dan zelf ook radioactief.



▲ **figuur 22** een röntgenfoto van de longen

Stralingsdosis

Als ioniserende straling op of in je lichaam komt, ontstaan er ionen. Die veroorzaken chemische reacties waardoor cellen beschadigd kunnen worden of zelfs helemaal kapotgaan. Om de risico's van ioniserende straling in een getal te kunnen uitdrukken, zijn er enkele grootheden ingevoerd: de stralingsdosis, het dosisequivalent en de effectieve totale lichaamsdosis.

De **stralingsdosis *D*** is de hoeveelheid energie die één kilogram lichaamsmassa uit de straling absorbeert. Je kunt de stralingsdosis berekenen met de formule:

$$D = \frac{E}{m}$$

Hierin is:
- D de stralingsdosis in joule per kilogram (J kg^{-1});
- E de geabsorbeerde energie in joule (J);
- m de massa van het bestraalde orgaan in kilogram (kg).

De eenheid joule per kilogram wordt bij stralingsdosis de gray (Gy) genoemd. Vaak wordt de grootheid stralingsdosis gewoon dosis genoemd.

Stralingsweegfactor

De grootte van de schade die straling veroorzaakt hangt af van het soort straling. Niet alle stralingssoorten richten evenveel schade aan in levende weefsels. α-straling veroorzaakt veel meer ionisaties in een cel dan β-straling. Daardoor richt α-straling veel meer schade aan in menselijk weefsel dan β-straling. Om de invloed van het soort straling mee te laten wegen, wordt aan iedere stralingssoort een **stralingsweegfactor** w_R toegekend. De letter R staat hierbij voor *radiation*, het Engelse woord voor straling, en de letter w staat voor weegfactor. De stralingsweegfactor wordt ook wel weegfactor genoemd.
Voor α-straling geldt $w_R = 20$ en voor β- en γ-straling geldt $w_R = 1$. Als twee personen dezelfde dosis absorberen, maar persoon A uit α-straling en persoon B uit β-straling, dan is de straling voor persoon A 20× zo schadelijk als die voor persoon B.
In Binas tabel 27D3 staan de stralingsweegfactoren van verschillende soorten straling.

Dosisequivalent

De grootheid dosisequivalent H houdt rekening met het soort straling waaruit energie wordt geabsorbeerd. Het **dosisequivalent** is de stralingsdosis vermenigvuldigd met de stralingsweegfactor. Je kunt het dosisequivalent berekenen met de formule:

$$H = w_R \cdot D$$

Hierin is:
- H het dosisequivalent in joule per kilogram (J kg^{-1}) of in sievert (Sv);
- w_R de stralingsweegfactor, zonder eenheid;
- D de stralingsdosis in joule per kilogram (J kg^{-1}) of in gray (Gy).

Omdat de stralingsweegfactor w_R geen eenheid heeft, is de eenheid van zowel stralingsdosis als dosisequivalent joule per kilogram (J kg^{-1}). De eenheid van stralingsdosis is de gray (Gy) en de eenheid van dosisequivalent is de sievert (Sv). Om geen fouten te maken, mag je altijd J kg^{-1} schrijven.

Voorbeeldopgave 8

Iemand wordt gedurende twintig minuten bestraald met straling die afkomstig is van U-236-isotopen. De activiteit is $8{,}0 \cdot 10^2$ Bq. Hierbij wordt 6,0 g weefsel bestraald.
Bereken het dosisequivalent van de opgelopen straling. Ga ervan uit dat het weefsel alle straling absorbeert.

Uitwerking
In Binas tabel 25A vind je dat U-236 α-straling uitzendt, waarbij ieder α-deeltje een energie heeft van 4,49 MeV.
Reken dit om in J: $4{,}49 \text{ MeV} = 4{,}49 \cdot 10^6 \text{ eV} = 4{,}49 \cdot 10^6 \times 1{,}60 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 7{,}18 \cdot 10^{-13}$ J.

Gegevens:
$E_\alpha = 7{,}18 \cdot 10^{-13}$ J
$t = 20$ min $= 20 \times 60 = 1{,}2 \cdot 10^3$ s
$A = 8{,}0 \cdot 10^2$ Bq
$m = 6{,}0$ g $= 6{,}0 \cdot 10^{-3}$ kg
$w_R = 20$ (Binas tabel 27D3)
Formules:

$$\Delta N = A_{gem} \cdot \Delta t \text{ en } D = \frac{E}{m} \text{ en } H = w_R \cdot D$$

In die twintig minuten vervallen $\Delta N = A_{gem} \cdot \Delta t = 8{,}0 \cdot 10^2 \times 1{,}2 \cdot 10^3 = 9{,}6 \cdot 10^5$ kernen U-236.
In deze tijd zenden de isotopen dus ook $9{,}6 \cdot 10^5$ α-deeltjes uit.

Het weefsel absorbeert dan $E_{tot} = E_\alpha \cdot N = 7{,}18 \cdot 10^{-13} \times 9{,}6 \cdot 10^5 = 6{,}9 \cdot 10^{-7}$ J.

$$D = \frac{E}{m} = \frac{6{,}9 \cdot 10^{-7}}{6{,}0 \cdot 10^{-3}} = 1{,}1 \cdot 10^{-4} \text{ J kg}^{-1}$$

$$H = w_R \cdot D = 20 \times 1{,}1 \cdot 10^{-4} = 2{,}3 \cdot 10^{-3} \text{ Sv (of J kg}^{-1}\text{)}$$

Het opgelopen dosisequivalent kun je meten met een **dosimeter**, een klein draagbaar instrument. De dosimeter in figuur 23 geeft het opgelopen dosisequivalent aan in microsievert per uur (μSv h^{-1}). Zo kun je onmiddellijk zien of je aan straling bent blootgesteld en, zo ja, hoe groot het geabsorbeerde dosisequivalent is als je een uur bent bestraald.



▲ **figuur 23** een dosimeter

Effectieve totale lichaamsdosis

Het soort weefsel of orgaan speelt ook een rol bij het bepalen van de eventuele schade aan het menselijk lichaam. Bij het maken van een röntgenfoto van je pols wordt alleen de onderarm bestraald en de rest van het lichaam niet. Dit betekent dat de dosis *D* op de onderarm weinig zegt over de stralingsschade voor het hele lichaam. Ook zijn niet alle organen in dezelfde mate kwetsbaar voor straling. Huid is bijvoorbeeld veel minder gevoelig dan geslachtsorganen.

De grootheid effectieve totale lichaamsdosis (waarvoor geen symbool is afgesproken) houdt rekening met het soort weefsel. Je berekent de effectieve totale lichaamsdosis door het opgelopen dosisequivalent per lichaamsdeel te vermenigvuldigen met een zogenoemde orgaanweegfactor:

effectieve totale lichaamsdosis = de effectieve dosisequivalenten van alle lichaamsdelen bij elkaar opgeteld × orgaanweegfactor

De orgaanweegfactoren voor ioniserende straling vind je in Binas tabel 27D3. De orgaanweegfactor heeft geen eenheid. Dat betekent dat je de effectieve totale lichaamsdosis ook in joule per kilogram ($J\,kg^{-1}$) uitdrukt. Ook bij de effectieve totale lichaamsdosis mag je deze eenheid sievert (Sv) noemen. Je berekent de effectieve totale lichaamsdosis door van elk bestraald weefsel of orgaan apart de effectieve totale lichaamsdosis uit te rekenen en deze getallen bij elkaar op te tellen. Het resultaat is dan gelijk aan het dosisequivalent.

Dosislimieten

Een mens mag niet aan te veel straling worden blootgesteld. De maximale effectieve totale lichaamsdosis die je als gevolg van kunstmatige bestraling mag oplopen, is vastgelegd in de **dosislimiet**. In Binas tabel 27D2 (stralingsbeschermingsnormen) vind je de dosislimieten in millisievert (mSv) per jaar. Volwassenen mogen aan maximaal 1 mSv per jaar worden blootgesteld, kinderen aan een kleinere dosis. Bij mensen die in hun beroep met straling werken, is de dosis anders vastgesteld.

Onthoud!

- Als er radioactieve stof op of in je lichaam komt, is er sprake van besmetting. Als er straling op je lichaam komt of door je lichaam gaat, is er sprake van bestraling.
- De stralingsdosis D is de hoeveelheid energie die één kilogram lichaamsmassa absorbeert uit de straling. Je berekent de stralingsdosis met de formule: $D = \frac{E}{m}$
- Het dosisequivalent is de stralingsweegfactor vermenigvuldigd met de dosis. Je berekent het dosisequivalent met de formule: $H = w_R \cdot D$
- De grootheid *effectieve totale lichaamsdosis* houdt rekening met de gevoeligheid van de diverse organen en weefsels. Je berekent de effectieve totale lichaamsdosis door het dosisequivalent in een deel van het lichaam (bijvoorbeeld weefsel of orgaan) te vermenigvuldigen met de orgaanweegfactor.

Opdrachten

31 Begrippen
Beantwoord de volgende vragen.
- **a** Leg uit wat het verschil is tussen bestraling en besmetting.
- **b** Leg uit wat wordt verstaan onder de stralingsdosis.
- **c** Hoe bereken je de stralingsdosis?
- **d** In welke eenheid druk je de stralingsdosis uit?
- **e** Leg uit wat het dosisequivalent is.
- **f** Hoe bereken je het dosisequivalent?
- **g** In welke eenheid druk je het dosisequivalent uit?
- **h** Leg uit wat de effectieve totale dosis is.
- **i** In welke eenheid druk je de effectieve totale dosis uit?

32 Besmet
Leg uit dat iemand die radioactief is besmet automatisch wordt bestraald.

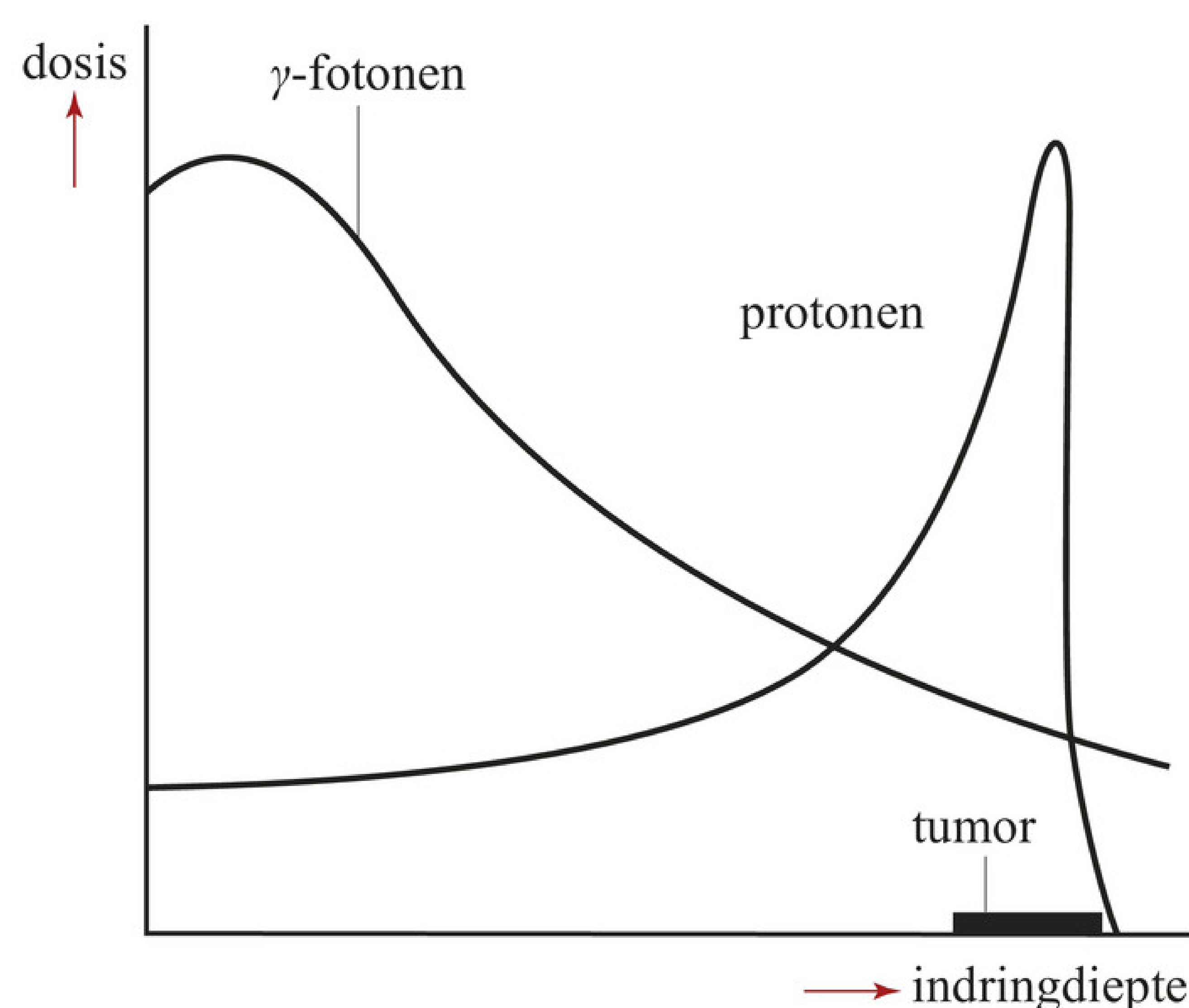
33 Besmetting of bestraling
Leg uit of er in de volgende situaties sprake is van besmetting of van bestraling. Licht je antwoord toe.

- **a** Bij een ongeluk met een kerncentrale in Engeland kwam er radioactief jodium in de lucht terecht. Een deel van het radioactieve jodium daalde neer op de grond. Via gras en koeien kwam het in melk terecht. Iemand dronk van deze melk.
- **b** Een arts spuit radioactieve stof in de bloedbaan van een patiënt om vernauwingen van aderen te ontdekken.
- **c** Er wordt een röntgenfoto gemaakt om te kijken of de pols van een skiër is gebroken.
- **d** De rugzak van Frans met daarin een zakje boterhammen heeft in de buurt van een radioactief preparaat gelegen, waardoor gammastraling door de rugzak is gegaan.

34 Schoenen passen
Halverwege de vorige eeuw stonden in schoenenwinkels apparaten die gebruikmaakten van röntgenstraling waarmee je kon zien of de schoen die je aan had wel paste. Kinderen konden door hun schoen heen de voetbotjes zien bewegen.
De energie die een kindervoet van m = 350 g per minuut absorbeerde, was bij deze machine 0,21 J. De stralingsweegfactor voor röntgenstraling is 0,95. Een kind hield gedurende 15 s zijn voet in de machine.
Bereken de equivalente dosis die de voet in 15 s ontving.
naar: pilotexamen 2012-II

+35 Snelle protonen
Sinds kort is een nieuwe bestralingsmethode ontwikkeld: bestraling met snelle protonen. Deze methode heeft voordelen ten opzichte van bestraling met γ-fotonen. In figuur 24 is zowel voor γ-fotonen als γ-protonen de geabsorbeerde dosis weergegeven als functie van de indringdiepte. Ook is aangegeven op welke diepte de tumor zich bevindt. Kenmerkend voor protonen is de piek in de grafiek. De plaats waar deze piek optreedt hangt af van de energie van de protonen. Die energie kun je instellen.

- **a** Noem aan de hand van figuur 24 twee voordelen van bestraling met protonen ten opzichte van bestraling met γ-fotonen.



▲ **figuur 24** de dosis als functie van de indringdiepte

Men wil een oogtumor met een massa van 4,2 mg met protonen bestralen. De protonenbundel die erop wordt gericht bevat $7{,}8 \cdot 10^3$ protonen per seconde. De energie van elk proton is 70 MeV. De protonen geven 80% van hun energie af aan het weefsel van de tumor. De tumor moet een stralingsdosis opnemen van 60 Gy, verdeeld over dertig bestralingen.

b Bereken hoelang elke bestraling moet duren. Neem daarbij aan dat alle protonen de tumor treffen.

naar: pilotexamen vwo 2010-II

36 Castorvaten

Radioactief afval van kerncentrales wordt bewaard in zogeheten castorvaten. De stalen castorvaten worden gevuld met radioactief afval en naar een opslagplaats vervoerd. Als een castorvat met radioactief afval is gevuld, wordt vrijwel alle straling die bij het verval van de radioactieve isotopen vrijkomt, in het vat zelf geabsorbeerd en in warmte omgezet. In elk vat wordt op die manier per seconde 24 kJ warmte geproduceerd. De gemiddelde energie die bij een vervalreactie vrijkomt, bedraagt $3{,}6 \cdot 10^{-13}$ J.

a Bereken de activiteit in een vat.

Ondanks de dikke wanden is er buiten het vat toch nog enige straling te meten.

b Geef voor elk van de drie soorten straling (α, β, γ) aan of deze wel of niet bijdraagt aan de stralingsbelasting buiten het castorvat.

Een werknemer heeft in een jaar 600 uur in een opslaghal met castorvaten gewerkt. Daarbij heeft hij een gemiddeld dosisequivalent (effectieve totale lichaamsdosis) van $1{,}5 \cdot 10^{-5}$ Sv per uur opgelopen.

c Ga na of voor deze werknemer de stralingsbeschermingsnorm is overschreden.

37 Tsjernobyl

In 1986 ontplofte in Tsjernobyl een kernreactor. Grote hoeveelheden radioactieve stoffen werden bij dit ongeluk de lucht in geblazen. Door de wind verspreidden de stoffen zich over een enorm gebied. Bij de ontploffing kwam een grote hoeveelheid Cs-137 vrij met een totale activiteit van $85 \cdot 10^{15}$ Bq. In een gebied van $3{,}0 \cdot 10^3$ km^2 (drieduizend vierkante kilometer) in de directe omgeving van de centrale, de zogenoemde ‘verboden zone’, veroorzaakte het neergeslagen cesium een gemiddelde activiteit van $2{,}0 \cdot 10^6$ Bq per m^2.

a Bereken welk percentage van het vrijgekomen Cs-137 in dit gebied terechtkwam.

Bij het verval van een Cs-137-kern komen een β-deeltje en een γ-deeltje (γ-foton) vrij.

b Geef de vervalvergelijking van Cs-137.

In de verboden zone wonen nog steeds mensen. De stralingsbelasting die zij ten gevolge van uitwendige bestraling oplopen, wordt voornamelijk bepaald door de absorptie van γ-straling die afkomstig is van Cs-137. De β-straling van Cs-137 draagt daar nauwelijks aan bij.

c Geef daarvan de reden.

d Leid af dat voor het dosisequivalent die een persoon oploopt geldt: $H = w_R \cdot \dfrac{E}{m}$

Bij het verval van een Cs-137-kern komt een γ-deeltje vrij met een energie van $1{,}06 \cdot 10^{-13}$ J. Voor een γ-deeltje (foton) geldt $w_R = 1$.

Het gebied wordt af en toe bezocht door wetenschappers die de invloed van ioniserende straling op flora en fauna onderzoeken. Geschat wordt dat een persoon van 75 kg in dit gebied $2{,}4 \cdot 10^5$ γ-deeltjes per seconde absorbeert.

e Bereken hoeveel dagen deze persoon maximaal in het gebied mag blijven zonder de dosislimiet per jaar te overschrijden voor individuele leden van de bevolking.

De activiteit van het Cs-137 in de verboden zone is inmiddels afgenomen tot $1{,}2 \cdot 10^6$ Bq m^{-2} en zal met de jaren verder afnemen.

f Bereken de activiteit per m^2 van het Cs-137 in het gebied over negentig jaar. Zoek daartoe de halveringstijd van Cs-137 op en neem aan dat de activiteit ervan alleen afneemt door radioactief verval.

In de verboden zone bevond zich een bos waarvan de bomen ernstig waren besmet. Besloten is om de bomen niet te verbranden, maar om ze onder een dikke laag zand te begraven.

g Beantwoord de volgende twee vragen vanuit het oogpunt van stralingsbescherming.
1 Wat is het bezwaar tegen het verbranden van de bomen?
2 Waarom is het begraven van de bomen onder een dikke laag zand effectief?

naar: pilotexamen 2009-I

Eindopdracht

38 Ziekenhuis

Medewerkers op de afdeling radiologie in een ziekenhuis hebben beroepshalve met straling te maken. Om te controleren of ze niet te veel straling ontvangen, dragen ze een badge op hun kleding. Een badge registreert de hoeveelheid ontvangen straling. Na een bepaalde periode wordt daaruit de stralingsdosis bepaald die de betreffende persoon in die periode heeft ontvangen.
Er bestaan afzonderlijke badges voor het detecteren van β-straling, γ-straling en röntgenstraling.

a Leg uit waarom het niet zinvol is om badges te maken die gevoelig zijn voor α-straling.

Om te controleren of de badges goed werken, worden ze van tijd tot tijd bestraald met straling van een bekende stof. Voor de badges die gevoelig zijn voor β-straling wordt er een keuze gemaakt uit een van de volgende stoffen: Cs-137, Sr-90 en Po-209.

b Geef de vervalreacties van deze drie radioactieve stoffen.

c Leg uit welke van deze drie stoffen je het best kunt gebruiken om de badges te testen.

Een medewerkster morst radioactief Sr-90 op een laken en gaat met een GM-teller na waar zich de grootste concentratie van de stof bevindt.

d Noem twee maatregelen die de medewerkster zou kunnen treffen om zich tegen de straling te beschermen en geef aan op welke wijze die maatregelen bescherming bieden.

De activiteit van het Sr-90 op het laken is $9{,}4 \cdot 10^6$ Bq en zal met de jaren verder afnemen.

e Bereken de activiteit van het Sr-90 over 140 jaar.

Voor de activiteit van een radioactieve stof geldt de volgende formule:

$$A = \frac{0{,}693 \cdot N}{t_{½}}$$

Hierin is:
- A de activiteit van de radioactieve stof (in Bq);
- N het aantal kernen in de radioactieve stof;
- $t_{½}$ de halfwaardetijd van Sr-90 (in s).

f Bereken de massa van het Sr-90 dat op het laken is gemorst.

Op de afdeling radiologie worden ook röntgenfoto's gemaakt. Bij het maken van röntgenfoto's moeten de medewerkers worden beschermd tegen röntgenstraling. Ter bescherming is een kledingstuk ontwikkeld waarin lood is verwerkt, het zogenoemde loodschort.

In het schort is een hoeveelheid lood verwerkt die overeenkomt met een dikte van 0,053 cm. De röntgenstraling waarmee wordt gewerkt heeft een energie van 0,10 MeV.

g Bereken hoeveel procent van de straling door het loodschort wordt tegengehouden.

Een medewerker wordt tijdens het maken van een röntgenfoto per ongeluk gedurende 25 s blootgesteld aan deze straling. Het vermogen van de röntgenstraling is 0,15 μW. Van deze straling wordt 73% geabsorbeerd door een spiermassa van 12 kg.

h Bereken de equivalente stralingsdosis die de spiermassa ontvangt. Ga er hierbij van uit dat de weegfactor voor röntgenstraling gelijk aan 1 is.

naar: examen 2002-II

7 Practicum

EXPERIMENT 1 Halveringstijd van een bierkraag (onderzoekspracticum)

Inleiding
Als je bier in een glas schenkt, ontstaat er boven op het bier een witte schuimkraag. Deze schuimkraag wordt steeds kleiner en verdwijnt helemaal. De hoogte van de bierkraag kun je vergelijken met het aantal nog niet vervallen atoomkernen van een radioactieve isotoop.

Onderzoeksvraag
Heeft de bierkraag een halveringstijd?

Benodigdheden
bier; maatcilinder, liniaal; stopwatch

Uitvoering
- Vul de maatcilinder met bier.
- Start de stopwatch als de bierkraag op zijn langst (hoogst) is.
- Meet vanaf dat moment iedere 5,0 s de lengte van de bierkraag.

Verwerking

1 Maak het (lengte,tijd)-diagram.
2 Bepaal hoelang het duurt tot de bierkraag is gehalveerd.
3 Bepaal hoelang het duurt voor de bierkraag weer is gehalveerd. De lengte van de bierkraag is dan nog een kwart van de beginwaarde.
4 Bepaal tot slot hoelang het duurt voor de bierkraag nog een keer is gehalveerd. De lengte van de bierkraag is dan nog een achtste van de beginwaarde.

Conclusie
5 Beantwoord de onderzoeksvraag.

Ten slotte
Je kunt eventueel ook nog onderzoeken wat de invloed van de doorsnede van de maatcilinder of van de temperatuur van het bier of van de omgevingstemperatuur of van het soort bier op de halveringstijd is.

ONDERZOEK Het leeglopen van een buret

Inleiding
Als je het kraantje van een gevulde buret opent, loopt hij leeg.

Onderzoeksvraag
Is er bij het leeglopen van een buret een halveringstijd?

Praktisch
Vul de buret met water en noteer hoeveel water erin zit. Open het kraantje en meet gedurende het leeglopen de hoeveelheid water. Maak een diagram waarin je de hoeveelheid water uitzet tegen de tijd.

Conclusie
Beantwoord de onderzoeksvraag.

Ten slotte
Je kunt het kraantje van de buret meer of minder openzetten. Hiermee kun je de sterkte van de waterstraal regelen. Met welke grootheid bij radioactief verval kun je deze sterkte van de straal vergelijken?

Maak de online diagnostische toets (Test jezelf).



HOOFDSTUK 12

Medische beeldvorming

Voor het stellen van diagnoses bij botbreuken of nierstenen is het handig als je in het lichaam kunt kijken. Tot ongeveer honderd jaar geleden was de enige optie om dat te doen een drastische: opensnijden. De uitvinding van de röntgenstraling (ook wel 'x-rays') maakte het voor het eerst mogelijk om van buitenaf in het lichaam te kijken. Sindsdien heeft de medische beeldvorming een enorme ontwikkeling doorgemaakt. Artsen hebben daardoor tegenwoordig een scala van mogelijkheden ter beschikking om zonder te snijden een diagnose te kunnen stellen.

Wat weet je al over medische beeldvorming?

Leerdoelen
1 Je kunt de eigenschappen benoemen van röntgenstraling.
2 Je kunt de soorten straling herkennen.
3 Je kunt vergelijkingen opstellen van een spontane vervalreactie.
4 Je kunt rekenen aan halveringstijd en halveringsdikte.
5 Je kunt de definitie van activiteit toepassen.
6 Je kunt de risico's benoemen van de soorten straling bij nucleaire diagnostiek.

In de vorige leerjaren van Nova Natuurkunde heb je al een aantal dingen geleerd over medische beeldvorming. Je hebt deze kennis weer nodig wanneer je aan dit hoofdstuk begint. Wil je snel controleren wat je nog weet? Maak dan de volgende opdrachten.

Opdrachten voorkennis

1 Bij het maken van een röntgenfoto wordt een deel van het lichaam bestraald met röntgenstraling.
Kies het juiste antwoord.
Röntgenstraling wordt het meest geabsorbeerd in het deel dat op de foto *donker* / *licht* wordt afgebeeld.

2 Een radioactieve stof is een bron van energierijke deeltjes en/of elektromagnetische golven. De soorten straling verschillen sterk van elkaar in hun doordringend vermogen.
– Gammastraling heeft een *heel klein* / *klein* / *groot* doordringend vermogen in lucht.
– Bètastraling heeft een *heel klein* / *klein* / *groot* doordringend vermogen in lucht.
– Alfastraling heeft een *heel klein* / *klein* / *groot* doordringend vermogen in lucht.

3 Jodium-131 is een radioactieve isotoop. Het wordt toegepast bij de behandeling van kwaadaardige schildklieraandoeningen. Als deze isotoop vervalt, wordt er een bètadeeltje uitgezonden. Er ontstaat dan een isotoop van xenon (Xe).
Noteer de vervalreactie van jodium-131.

De vervalreactie is __________________.

4 Bij de behandeling van prostaatkanker wordt jodium-125 gebruikt, een radioactieve stof met een halveringstijd van 60 dagen.
Bereken hoeveel % van deze stof na 240 dagen nog over is.

Na 240 dagen is er nog __________________% I-125 over.

5 Verpleegkundigen op de afdeling radiologie hebben veel te maken met straling. Om zichzelf tegen röntgenstraling te beschermen dragen zij kledingstukken waarin lood is verwerkt.
Bij een bepaalde behandeling wordt er een loodschort gebruikt dat 0,033 cm dik is.
De halveringsdikte van het lood voor de röntgenstraling is 0,011 cm.
Hoeveel procent van de röntgenstraling wordt geabsorbeerd?

Dit loodschort absorbeert __________% van de straling.

6 Met een geigerteller kun je een schatting maken van de activiteit van een radioactieve bron. Een geigerteller meet bij een oud horloge een activiteit van 3,0 MBq. Hoeveel atoomkernen vervallen er dan in dit horloge ongeveer in 1,0 minuut?

Dat zijn ongeveer _______________ atoomkernen.

7 Dagelijks worden we bestraald met straling die afkomstig is van in de natuur voorkomende radioactieve stoffen. Zijn de volgende beweringen waar of onwaar?

De equivalente dosis die je dagelijks oploopt geeft aan hoe groot de aangerichte schade is. *waar / niet waar*

De stralingsweegfactor voor gammastraling is even groot als de stralingsweegfactor van bètastraling. *waar / niet waar*

Als twee personen dezelfde stralingsdosis absorberen, maar persoon A absorbeert alfastraling en persoon B absorbeert bètastraling, dan is de schadelijkheid voor beide personen even groot. *waar / niet waar*

 Wil je weten of je voldoende voorkennis hebt voor dit hoofdstuk, maak dan online de *Voorkennistoets*.

Praktijk

X-rays

Het is 8 november 1895, ’s avonds laat. In een laboratorium aan de universiteit van Würzburg experimenteert een man in een donkere ruimte met een gasontladingsbuis. Grote batterijen staan op de grond, een vacuümpomp bromt, de hoogspanningsgenerator knettert en af en toe flitsen er felle vonken door de duisternis. Opeens ziet de wetenschapper het fluorescentiescherm in de nabijheid van zijn opstelling oplichten. Ook als hij de buis afschermt blijft het fluorescentiescherm oplichten. Dan houdt hij zijn hand tussen de buis en het scherm. Hij schrikt. Op het scherm ziet hij het skelet van zijn eigen hand.





▲ **figuur 1** Wilhelm Conrad Röntgen

De grote ontdekking

Wilhelm Conrad Röntgen (figuur 1) ontdekt op die avond een onzichtbare mysterieuze straling, die hij x-stralen noemt. Later werd deze straling naar hem vernoemd: röntgenstraling. Door het scherm te vervangen door een fotografische plaat maakte Röntgen enkele dagen later de eerste röntgenfoto van de hand zijn vrouw. Voor zijn ontdekking ontving Röntgen in 1901 de Nobelprijs voor Natuurkunde.

Medische toepassingen

Met de uitvinding van de zeer doordringende röntgenstraling werd een grote wens van artsen vervuld: ze konden in het lichaam van patiënten kijken zonder in menselijke delen te hoeven snijden. Omdat niemand in het begin meteen besefte dat röntgenstraling gevaarlijk was, werd er in eerste instantie nogal slordig mee omgesprongen. Het maken van röntgenbeelden werd zelfs als kermisattractie vertoond.
Naarmate artsen meer met röntgenstraling werkten, werd vastgesteld dat deze straling niet alleen op de fotografische plaat chemische reacties veroorzaakte, maar dat bestraling van levende weefsels ook tot blijvende

'De ontdekking van Wilhelm Conrad Röntgen is tot op de dag van vandaag zeer belangrijk gebleken.'



▶ **figuur 2** patiënt onder een röntgenapparaat





▲ **figuur 3** een röntgenfoto (links) vergeleken met een reeks afbeeldingen van een CT-scan (rechts)

schade aan cellen kon leiden en zo kanker kon veroorzaken.

De bestralingstechnieken werden verbeterd (figuur 2). Ook werden er normen opgesteld voor de maximale stralingsdoses voor bepaalde onderzoeken (tabel 1). Door deze maatregelen voorkom je dat een patiënt, maar ook het medisch personeel dat met de stralingsbronnen werkt, te veel straling oploopt.

Driedimensionaal röntgenbeeld

Pas toen computers voldoende capaciteit en snelheid hadden, in het begin van de jaren zeventig van de vorige eeuw, was de tijd rijp voor revolutionaire ontwikkelingen op het gebied van röntgentechniek.
In 1979 kregen de wetenschappers Hounsfield en Cormack de Nobelprijs voor Geneeskunde vanwege de ontwikkeling van de CT-technologie: computertomografie. Een CT-scanner maakt dwarsdoorsneden van je

▼ **tabel 1** normwaarden medische toepassingen

stralingsbron	stralingsbelasting
röntgenfoto borstholte	90 µSv
röntgenfoto gebit	0,1 mSv
röntgenfoto borsten (mammografie)	0,1 mSv
röntgenfoto hoofd-nekgebied	0,2 mSv
röntgenfoto heup	0,8 mSv
röntgenfoto beenbreuk	1 mSv
CT-scan hoofd	1,2 mSv
CT-scan lichaam	1,2 mSv
scintigram schildklier met I–131	4,3 mSv
scintigram skelet met TC–99m	6 mSv
scintigram hartspier met Tl–202	17 mSv



▲ **figuur 4** een security scan

lichaam (figuur 3 rechts). Als je alle gefotografeerde dwarsdoorsneden achter elkaar legt ontstaat een 'driedimensionaal' beeld.

Hounsfield kwam op het idee dat hij kon bepalen wat er in een gesloten doos zat als hij vanuit alle hoeken röntgenopnamen zou maken. Een computer zou vervolgens aan de hand van deze röntgenbeelden een beeld kunnen vormen van de inhoud van de doos. Hounsfield bouwde een proefmodel en deed een aantal tests, onder andere op zichzelf. Later verbeterde hij het apparaat aan de hand van theoretische berekeningen van Cormack. In 1971 werd de CT-scanner voor het eerst succesvol toegepast bij de diagnose van een patiënt. De CT-technologie had ook een nadeel: de computers van die tijd waren nog zo traag dat er urenlange scantijden nodig waren.

Bij de huidige CT-scanners ligt de patiënt horizontaal en draaien de röntgenbuis en de detector rond zijn lichaam. Het lichaam wordt zo vanuit een groot aantal hoeken gericht bestraald en opgemeten zodat van een dunne plak weefsel veel informatie wordt verkregen. Deze meting wordt tientallen keren herhaald. Met behulp van de informatie van al die plakjes kan een computer in korte

Het glazen lichaam

Tot 1895 was het voor artsen lastig om de ernst van een botbreuk te beoordelen. Maar ook bij andere ziekten was het moeilijk en vaak zelfs onmogelijk om informatie over de ernst en uitbreiding van een afwijking te verkrijgen zonder de patiënt open te snijden. Deze situatie veranderde door twee toevallige ontdekkingen: in 1895 werd röntgenstraling ontdekt door Wilhelm Röntgen en in 1896 radioactiviteit door Henri Becquerel. Beide ontdekkingen staan aan de wieg van wat wel 'het glazen lichaam' wordt genoemd. De weg naar het daadwerkelijk goed kunnen kijken in het lichaam bleek echter langer en lastiger dan verwacht.

tijd een driedimensionaal beeld van een lichaamsdeel maken en weergeven. Details van een millimeter zijn daarmee zichtbaar. In plaats van het maken van steeds tweedimensionale plakken, voeren moderne scanners een spiraalbeweging om het lichaam uit, waardoor continu en dus sneller wordt gemeten.

Andere toepassingen van röntgenstraling

Röntgenbronnen worden onder andere gebruikt bij onderzoek naar de samenstelling en eigenschappen van materialen, of om de kwaliteit van pijpleidingen in het aardgasnet te controleren. Op vliegvelden wordt gebruikgemaakt van röntgenscanners om mensen te fouilleren zonder ze te hoeven betasten (figuur 4). Kortom, de ontdekking van Wilhelm Conrad Röntgen is tot op de dag van vandaag zeer belangrijk gebleken.

Opdrachten

Bestudeer eerst de theorie van dit hoofdstuk voordat je de volgende opdrachten uitvoert.

1 Beenbreuk
Vanwege achtergrondstraling loop je ongemerkt elke dag een hoeveelheid straling op. De achtergrondstraling bedraagt in Nederland gemiddeld 1,8 mSv per jaar. Wanneer je met een vliegtuig reist of een röntgenfoto laat maken, kan de stralingsdosis verder oplopen. In Binas tabel 27D2 staan de stralingsbeschermingsnormen zoals ze volgens de Nederlandse wetgeving gelden.
Ga na met behulp van tabel 1 en Binas tabel 27D2 hoeveel röntgenfoto's van een beenbreuk je in een jaar mag laten maken zonder de stralingsnorm te overschrijden.

▼ **tabel 2** extra stralingsbelasting

bijdrage uit	stralingsbronnen	stralingsbelasting
leefomgeving	kosmische straling (op zeeniveau)	0,25 mSv per jaar
	bodem	0,05 mSv per jaar
	water en voedsel	0,35 mSv per jaar
	lucht	0,8 mSv per jaar
	bouwmaterialen	0,35 mSv per jaar
vrije tijd	vliegreis (10 km hoogte)	5 μSv per uur
	wintersportvakantie (2 km hoogte)	30 μSv per week
onderwijs	practicum met ioniserende stralen	0,2 μSv per practicum

2 Röntgenfoton
De energie die röntgenfotonen bezitten wordt dikwijls in eV (elektronvolt) aangegeven. Een foton heeft een energie van $1{,}33 \cdot 10^{-14}$ J.
Bereken met behulp van Binas tabel 5 hoe groot de energie van een röntgenfoton in eV is.

3 Stralingsbelasting
a Ga met behulp van tabel 1 en 2 voor je zelf na hoe groot de extra stralingsbelasting is geweest die je afgelopen jaar hebt opgelopen.
b Hoeveel procent van de maximaal toelaatbare equivalente dosis heb je opgelopen?

1 Meten van elektrische pulsen

In deze paragraaf leer je:
- verbanden kennen tussen de amplitude van een oscillogram en de spanning;
- frequenties in een oscillogram bepalen;
- fysische eigenschappen van een cardiogram bepalen.

De spieren in je lichaam worden vanuit je hersenen aangestuurd door elektrische pulsen (spanningsstootjes) via de zenuwen. Ook je hersenen zelf werken door een ingewikkeld patroon van spanningsvariaties. Door de spanningsvariaties in bijvoorbeeld het hart of de hersenen te analyseren, kan een arts opmaken hoe het orgaan functioneert.

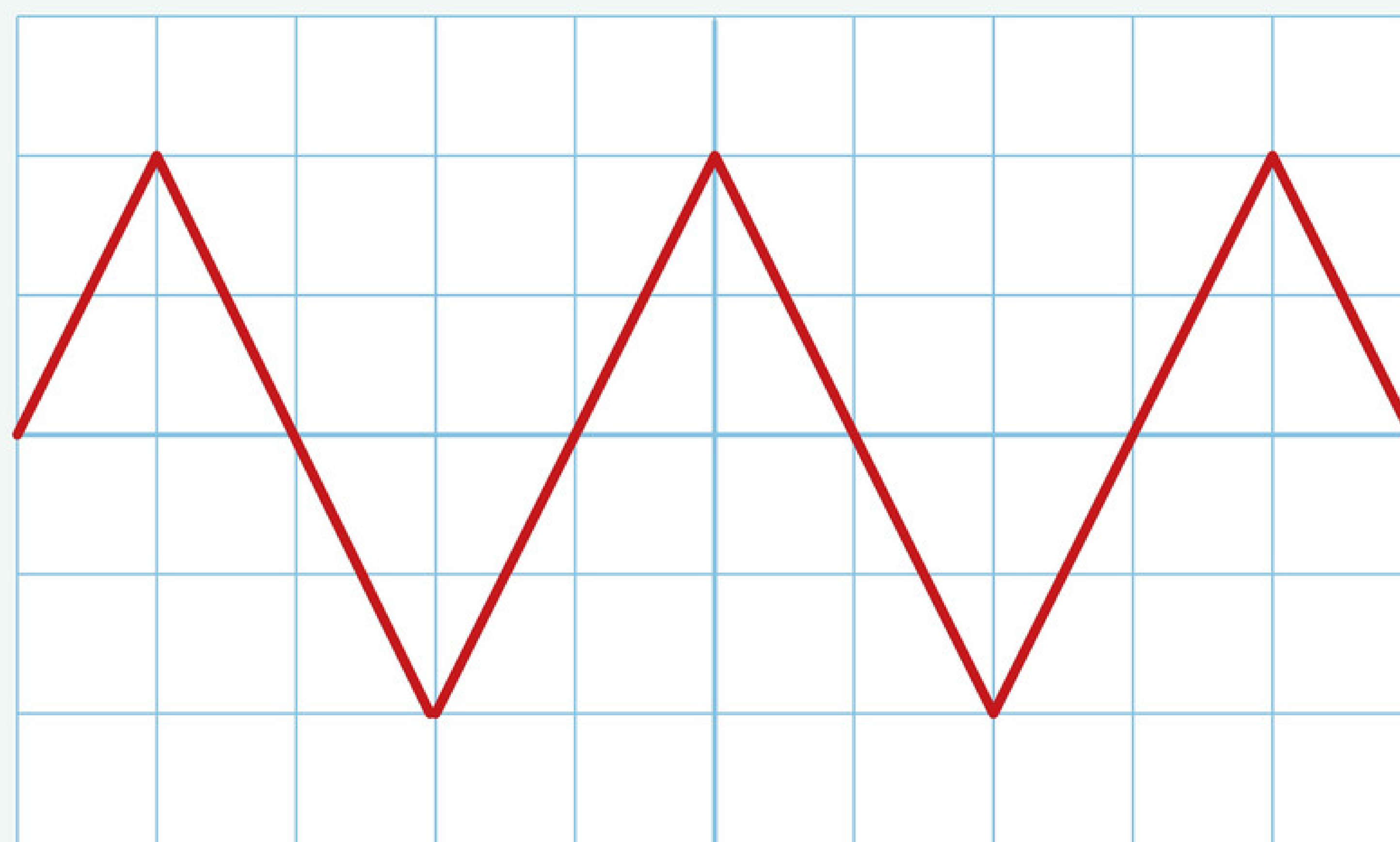
Oscillogram

Het verloop van een elektrisch signaal kun je weergeven in een (U,t)-diagram. Een oscilloscoop registreert het verloop van een spanning en toont dit op een scherm als een (U,t)-diagram. Die weergave van het verloop van een elektrisch signaal noem je een **oscillogram**. Het beeldscherm van een oscilloscoop (scoop) is met lijnen in vakken (schaaldelen) verdeeld. Met behulp van die vakken kun je in verticale richting de grootte van de spanning aflezen. In horizontale richting kun je de tijd aflezen. Met een oscilloscoop kun je ook oscillogrammen maken van heel zwakke signalen of van signalen met een grote frequentie. De grootte van de verticale uitwijking op het scherm is een maat voor de gemeten spanning. De instelling van de scoop kun je aanpassen met de knop Volt/division, waarmee je het aantal volt per schaaldeel kunt instellen. De tijdsduur per horizontaal schaaldeel, per hokje dus, is de **tijdbasis**. Die kun je met de knop Time/div aanpassen om een zo duidelijk mogelijk beeld te krijgen.

Voorbeeldopgave 1

Met een oscilloscoop wordt een elektrisch signaal gemeten (figuur 1). De instelling van de oscilloscoop is: verticaal 2,0 mV/div en horizontaal 5,0 µs/div.

a Leg uit of het gemeten signaal een harmonische trilling is.
b Bepaal de frequentie van het signaal.
c Schets het beeld op de oscilloscoop als je de instelling van de oscilloscoop wijzigt naar verticaal 1,0 mV/div en horizontaal 10 µs/div.



▲ **figuur 1** een oscillogram

Uitwerking

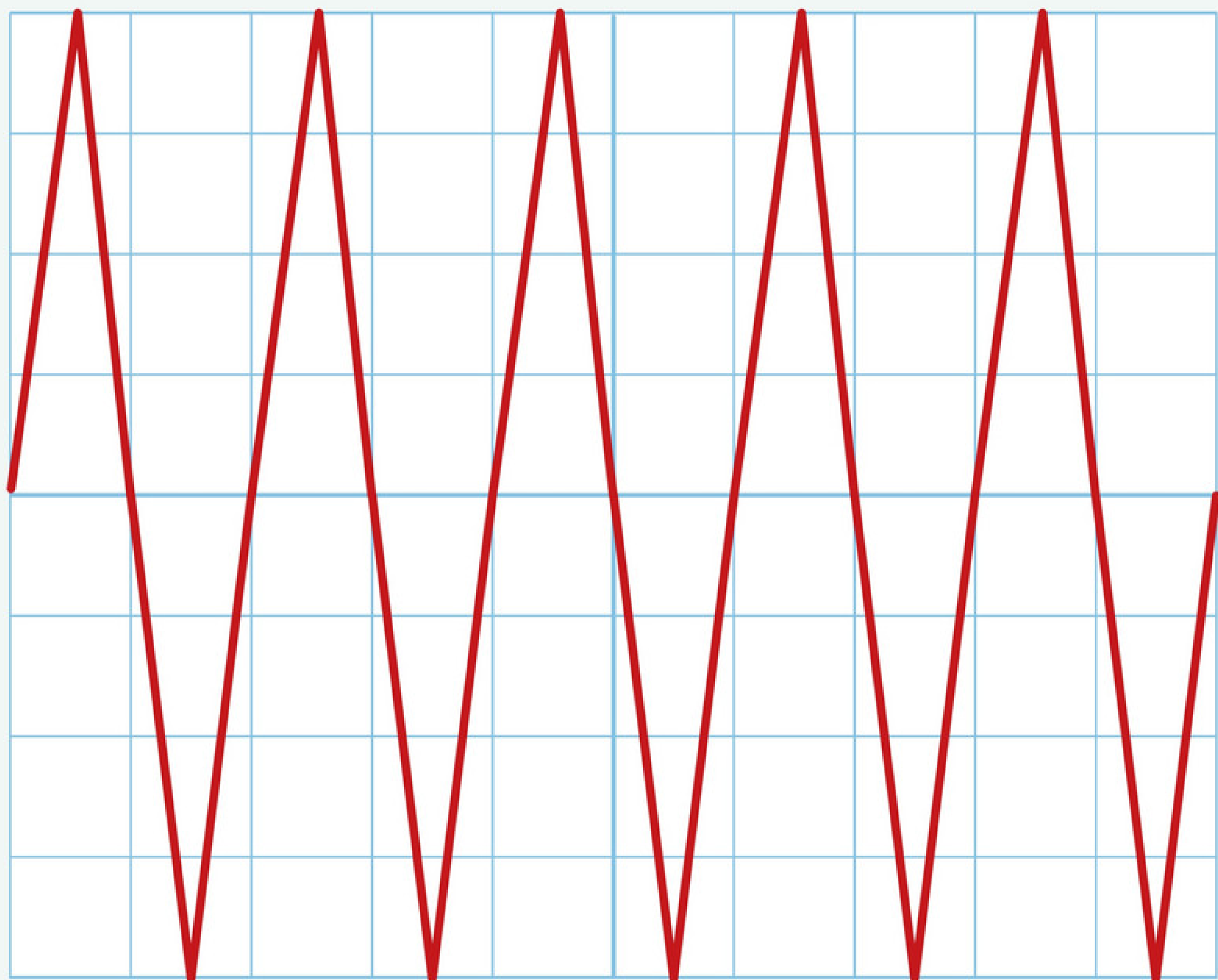
a Het signaal is geen harmonische trilling, want een harmonische trilling is een trilling waarvan het oscillogram een sinusvorm heeft.
b De hele breedte van het scherm bestaat uit tien schaaldelen. De tijd voor tien schaaldelen is 10 × 5,0 µs = $5{,}0 \cdot 10^{-5}$ s.

In $5{,}0 \cdot 10^{-5}$ s wordt 2,5 trilling uitgevoerd. Om de nauwkeurigheid van de bepaling te vergroten, is het beter de tijdsduur van een aantal trillingen af te lezen en die tijd te delen door het betreffende aantal trillingen.
De tijdsduur voor één trilling is dan:

$$T = \frac{5{,}0 \cdot 10^{-5}}{2{,}5} = 2{,}0 \cdot 10^{-5}\ \text{s}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2{,}0 \cdot 10^{-5}} = 5{,}0 \cdot 10^{4}\ \text{Hz}$$

c Zie figuur 2.



▲ **figuur 2** een oscillogram met gewijzigde instelling van de oscilloscoop

Oscillogrammen in de praktijk

Het hart voert periodieke bewegingen uit die door elektrische pulsen worden aangestuurd. De hartslag is het aantal slagen dat je hart per minuut maakt. Een oscilloscoop waarmee je de elektrische activiteit van het hart meet, heet een cardiograaf. Het **elektrocardiogram** (ecg) is een oscillogram van de elektrische activiteit van het hart (figuur 3).



▲ **figuur 3** een cardiogram

De elektrische signalen worden opgepikt met behulp van metalen plaatjes (elektroden) die op je huid worden geplakt. Het ecg geeft artsen informatie over de werking van de hartspier bij het samentrekken van de hartkamers.
Spanningsvariaties in bepaalde delen van de hersenen geven informatie over de hersenactiviteit. Om de hersenactiviteit te onderzoeken, wordt een aantal elektroden op het hoofd van een patiënt aangebracht. Meestal wordt daarvoor een elektrodecap (muts) gebruikt, zodat de elektroden bij iedereen ongeveer op dezelfde plaats zitten (figuur 4). Een van de elektroden wordt bij het oor bevestigd; daar is de hersenactiviteit minimaal. De spanningsvariaties van alle elektroden ten opzichte van de elektrode bij het oor kun je in een oscillogram zichtbaar maken. Een oscillogram van de hersenactiviteit is een elektro-encefalogram (eeg).



▲ **figuur 4** een elektrodecap

Onthoud!

- Het (U,t)-diagram van een trilling, gemeten met een oscilloscoop, wordt ook wel oscillogram genoemd.
- Het oscillogram van de elektrische activiteit van de hartspier heet een cardiogram (ecg).
- Het oscillogram van de elektrische activiteit van de hersenen heet een elektro-encefalogram (eeg).

Opdrachten

1 Elektrische pulsen
Beantwoord de volgende vragen.
a Leg uit wat een oscillogram is.
b Leg uit wat het verschil is tussen een ecg en een eeg.

2 Oscilloscoop
Een oscilloscoop kan elektrische spanningen zichtbaar maken.
a Wat registreert een oscilloscoop?
b Welke grootheden kun je op een oscilloscoop instellen?
c Leg uit waarvoor de tijdbasis van een oscilloscoop wordt gebruikt.

3 Cardiogram
Het cardiogram van figuur 3 toont het verloop van de elektrische pulsen van de hartslag van een patiënt. De hartslag bedraagt 98.

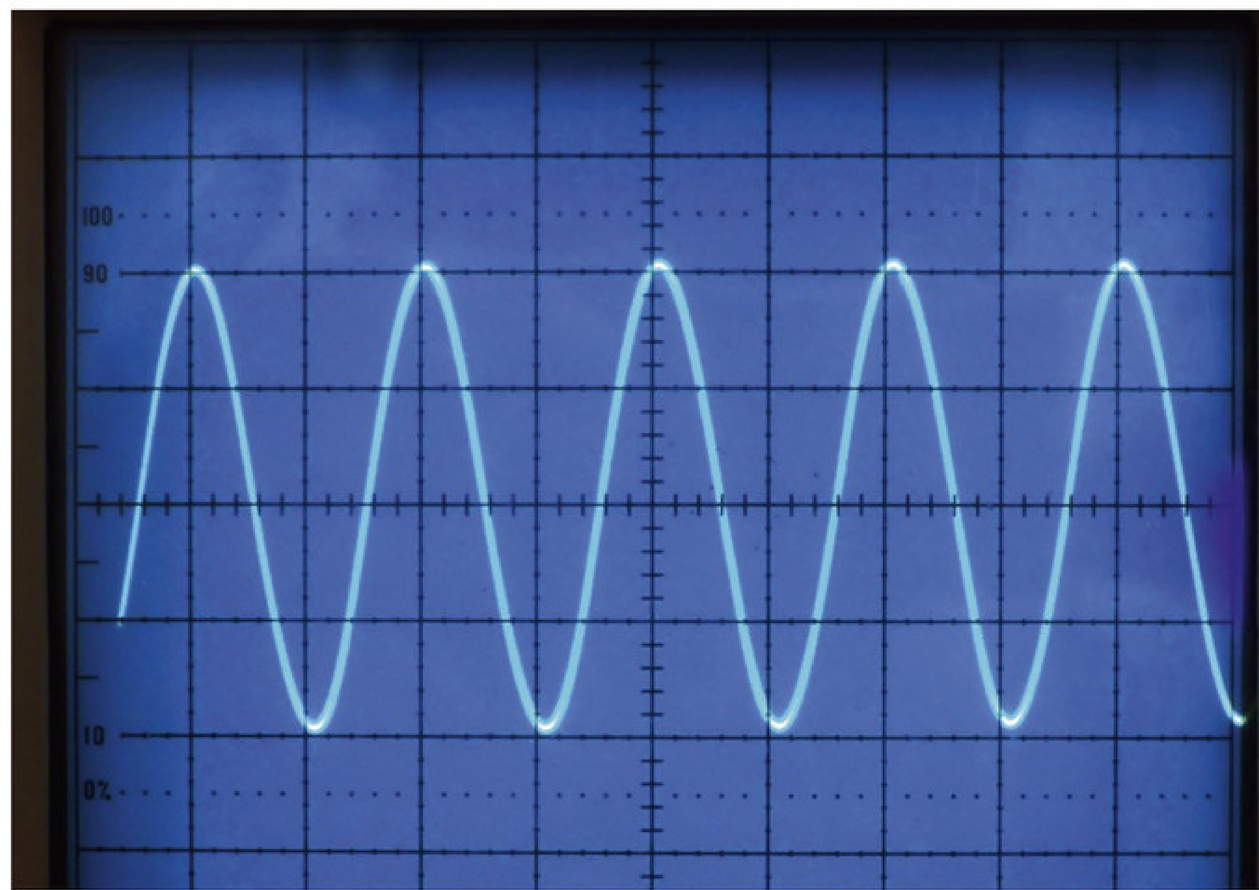
a Leg uit of hier sprake is van een periodieke beweging.
b Bepaal de frequentie van het hart.
c Wat verandert er aan het beeld als de patiënt zich nog meer inspant?

De tijdsduur die behoort bij één hokje op de monitor van het cardiogram heet de tijdbasis.

d Hoe groot is de tijdbasis in de situatie van figuur 3?
e Schets het beeld op de monitor als je de tijdbasis verdubbelt.

+4 Wisselspanning
In figuur 5 is een wisselspanning op het scherm van een oscilloscoop weergegeven. De tijdbasis van de scoop is ingesteld op 2,0 ms. Verticaal wordt de spanning weergegeven: in verticale richting stelt de hoogte van een hokje een spanning van 12 μV voor.

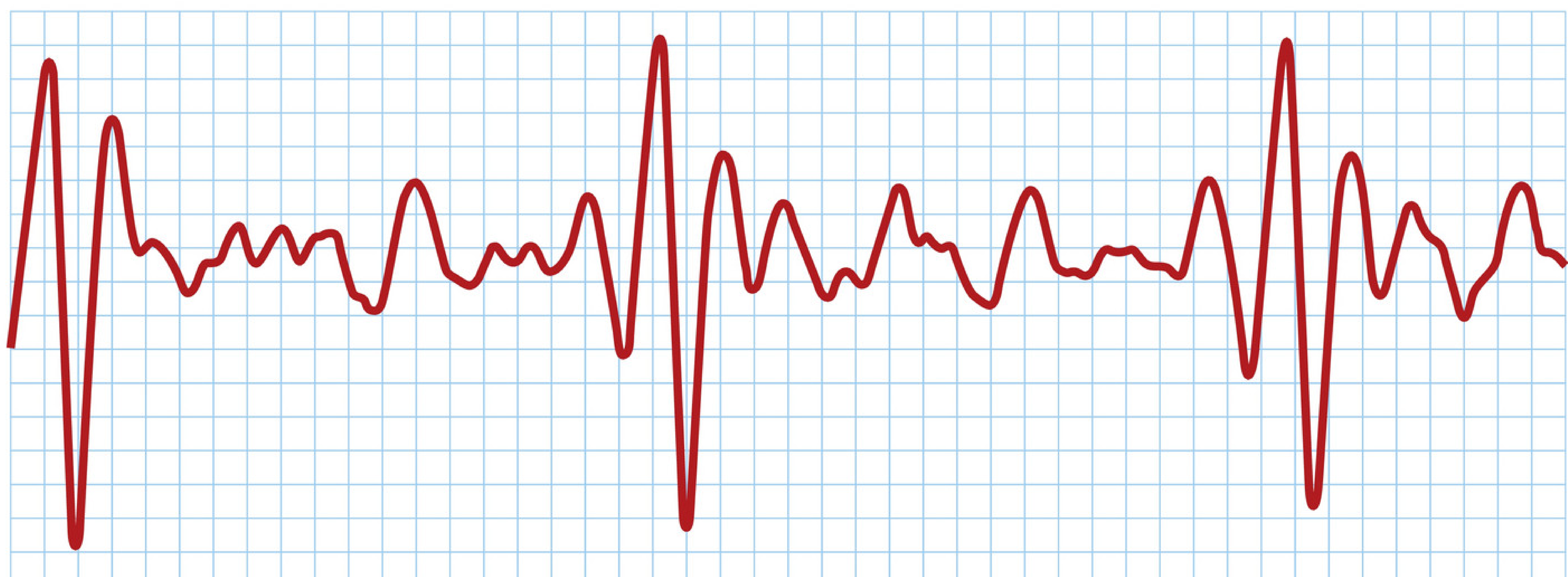
a Hoe groot is de amplitude van de elektrische trilling?
b Bepaal de frequentie van de elektrische trilling.
c Op welke stand moet je de tijdbasis van de oscilloscoop instellen om maar één trilling waar te kunnen nemen?



▲ **figuur 5** een wisselspanning op een oscilloscoop

5 Geofoon
Met een geofoon kun je trillingen vanuit de aarde opvangen en zichtbaar maken op een scherm.
Tijdens een practicum gebruikt Livia een geofoon om haar eigen hartslag te bepalen. Ze stelt de verticale as in op 1,5 mV/div en de tijdbasis op 40 ms/div. De uitslag op het scherm is weergegeven in figuur 6.

a Bepaal de frequentie van de hartslag.



▲ **figuur 6** een cardiogram dat is gemaakt met een geofoon

Met de ‘pols’ wordt het aantal slagen van het hart per minuut bedoeld.

b Bepaal de pols van Livia.

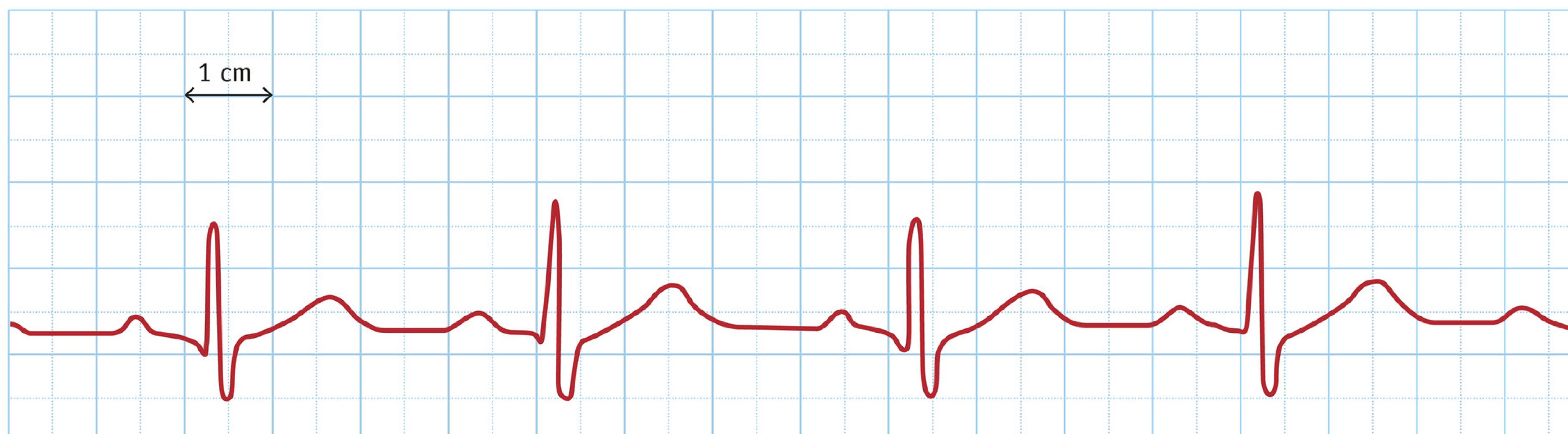
c Leg uit of deze trilling harmonisch is.

Livia verandert de verticale instelling in 0,5 mV/div en de tijdbasis in 80 ms/div.

d Leg uit wat er verandert aan het beeld dat ze te zien krijgt.

6 Oscillograaf

Een oscillograaf is een toestel dat trillingen optekent. In het cardiogram in figuur 7 bewoog het papier met een snelheid van 60 mm s^{-1} onder de pen van de oscillograaf door.
Bepaal met behulp van de figuur de hartslag van de patiënt.
naar: examen 2017-II



▲ **figuur 7** een cardiogram

2 Röntgenfotografie

In deze paragraaf leer je:

- over het ontstaan van röntgenstraling;
- de eigenschappen van röntgenstraling benoemen;
- problemen oplossen bij röntgenstraling waarbij de halveringsdikte een rol speelt.

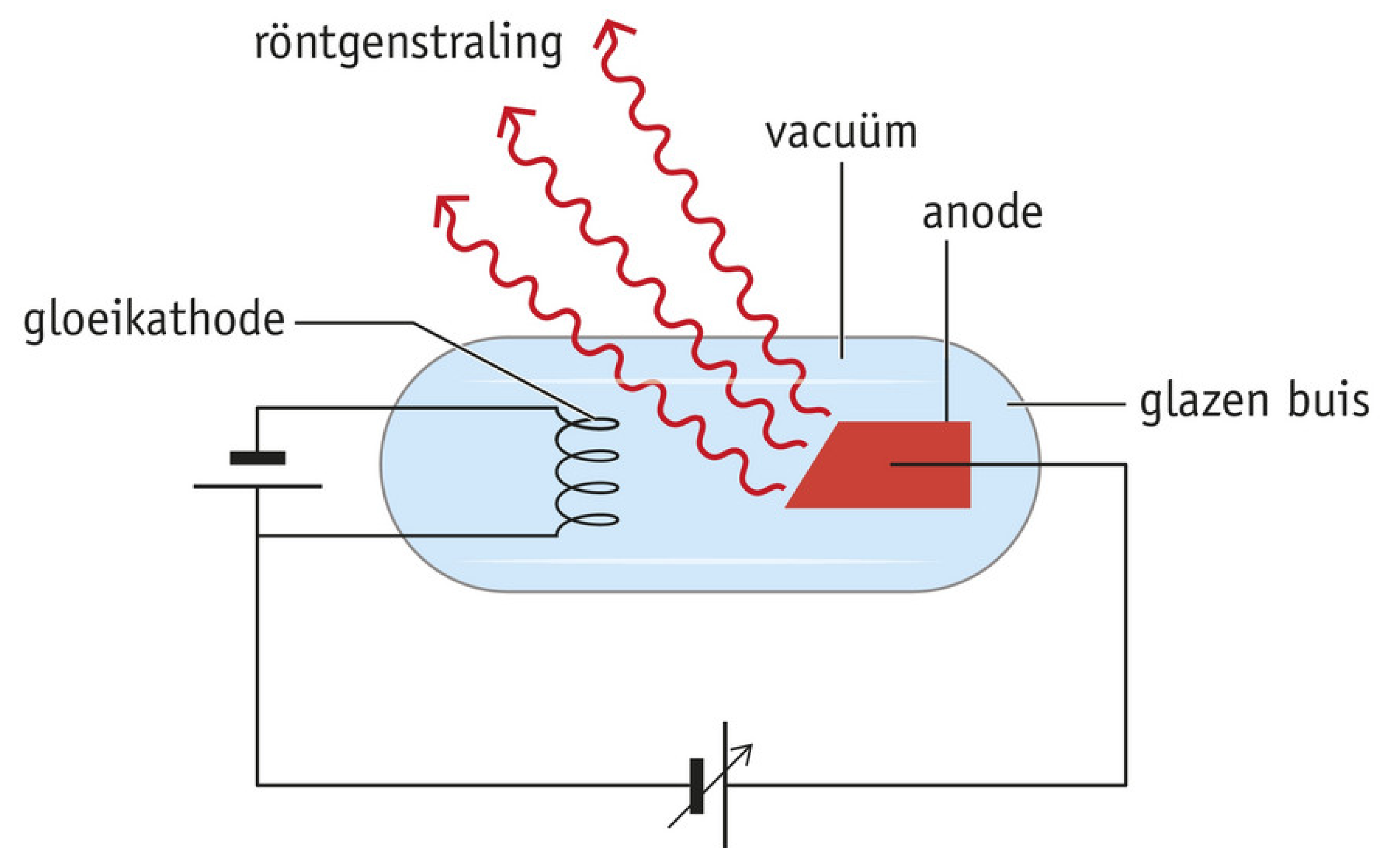
Al sinds de oertijd maken mensen afbeeldingen van de wereld om zich heen. Denk bijvoorbeeld aan grotschilderingen of het werk van beeldhouwers en schilders. Aan het begin van de negentiende eeuw werd een nieuwe manier ontwikkeld om beeld vast te leggen: fotografie. Aan het eind van de negentiende eeuw ontdekte Wilhelm Röntgen dat je ook foto’s van het inwendige van een mens kunt maken.

Ontdekking van röntgenstraling

In 1895 ontdekte de Duitse natuurkundige Wilhelm Röntgen bij toeval röntgenstralen. Hij voerde experimenten uit met een buis waarin zich twee metalen platen bevonden die waren aangesloten op een spanningsbron. De buis bevatte verder alleen ijle lucht. Röntgen hield zijn hand tussen de buis en een fluorescerend stuk papier dat oplicht als er straling op valt. Tot zijn verbazing zag hij op dat papier de schaduw van de botjes van zijn hand. De buis zond blijkbaar stralen uit die dwars door zijn hand gingen en een schaduw van de botjes achterlieten (figuur 8). Hij noemde de straling x-straling, tegenwoordig heet ze **röntgenstraling**.



▲ **figuur 8** de eerste röntgenfoto die Röntgen van de hand van zijn vrouw maakte



▲ **figuur 9** schematische voorstelling van een röntgenbuis

De röntgenbuis

Röntgenstraling kun je opwekken in een zogenoemde röntgenbuis. Zo'n buis bestaat uit een gloeidraad (kathode) en een massieve metalen plaat (anode). De kathode is aangesloten op de minpool van een spanningsbron en de anode op de pluspool. Tussen anode en kathode staat een zeer hoge spanning. De anode heeft een speciale vorm (figuur 9). De kathode is van wolfraam, een metaal dat een heel hoog smeltpunt heeft. Als de temperatuur van de kathode ongeveer $2{,}5 \cdot 10^3$ °C bedraagt, ontsnappen er elektronen uit dit materiaal. Deze elektronen worden aangetrokken door de anode. Omdat de spanningsbron een hoge spanning heeft (U_{AK} varieert van 10 kV tot 100 kV), worden de elektronen met een grote versnelling naar de anode getrokken. Daar botsen ze met een grote snelheid tegenaan. Bij die botsing ontstaat röntgenstraling. Een klein deel van de kinetische energie van de botsende elektronen wordt omgezet in stralingsenergie, maar liefst 99,5% van de energie wordt omgezet in warmte. Om te voorkomen dat de anode oververhit raakt, wordt de anode op de plaats waar de elektronen inslaan 'beschermd' door een dun plaatje wolfraam. Bij röntgenbuizen met een groter vermogen wordt een draaiende anode gebruikt, waardoor de warmte beter over de anode wordt verdeeld.

Röntgenstraling:
- heeft een groot doordringend vermogen en kan door voorwerpen heen gaan;
- kan stoffen waar ze doorheen gaat ioniseren;
- beschadigt en doodt levende cellen en is dus schadelijk voor de gezondheid;
- plant zich rechtlijnig voort, net zoals lichtstralen;
- heeft bij sommige stoffen een fluorescerende werking;
- veroorzaakt zwarting van een fotografische film.

Röntgenstraling bestaat uit fotonen. Hiervoor gelden de formules $c = f \cdot \lambda$ en $E_f = h \cdot f$, zoals je hebt geleerd in hoofdstuk 9. Energie wordt uitgedrukt in joule (J). Voor heel kleine energieën is de elektronvolt (eV) een handige eenheid. 1,00 eV = $1{,}60 \cdot 10^{-19}$ J (Binas tabel 5).

Voorbeeldopgave 2

Röntgenstraling heeft een frequentie die varieert van $3{,}0 \cdot 10^{17}$ Hz tot $6{,}0 \cdot 10^{19}$ Hz.

a Bereken de kleinste en grootste golflengte van een röntgenfoton.

b Bereken de energie van een röntgenfoton van $3{,}0 \cdot 10^{17}$ Hz en van een röntgenfoton van $6{,}0 \cdot 10^{19}$ Hz in eV.

Uitwerking

a Uit $c = f \cdot \lambda$ volgt: $\lambda = \dfrac{c}{f}$

Bij de kleinste golflengte hoort de grootste frequentie. Bij de grootste golflengte hoort de kleinste frequentie.

$$\lambda_{min} = \frac{c}{f_{max}} = \frac{3{,}0 \cdot 10^{8}}{6{,}0 \cdot 10^{19}} = 5{,}0 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

$$\lambda_{max} = \frac{c}{f_{min}} = \frac{3{,}0 \cdot 10^{8}}{3{,}0 \cdot 10^{17}} = 1{,}0 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

b $E_f = h \cdot f$ invullen geeft:

$E_f = 6{,}63 \cdot 10^{-34} \times 3{,}0 \cdot 10^{17} = 2{,}0 \cdot 10^{-16} \text{ J} \xrightarrow{:\,1{,}60 \cdot 10^{-19}} 1{,}2 \cdot 10^{3} \text{ eV}$

$E_f = 6{,}63 \cdot 10^{-34} \times 6{,}0 \cdot 10^{19} = 4{,}0 \cdot 10^{-14} \text{ J} \xrightarrow{:\,1{,}60 \cdot 10^{-19}} 2{,}5 \cdot 10^{5} \text{ eV}$

Röntgenfoto's

Straling met de hoogste frequenties in het elektromagnetisch spectrum (Binas tabel 19B) is zeer energierijk en heeft bijzondere eigenschappen: ze is ioniserende straling met een groot doordringend vermogen (zie hoofdstuk 11). Deze ioniserende straling kan afkomstig zijn van radioactieve bronnen (gammastraling) of wordt op kunstmatige wijze met behulp van een röntgenbuis opgewekt (röntgenstraling).
Het groot doordringend vermogen maakt het mogelijk met röntgenstraling het inwendige van het menselijk lichaam te bekijken. Dikker weefsel of botten nemen veel straling op; ze absorberen meer straling dan dunne of zachte weefsels, zodat er duidelijke verschillen ontstaan in de intensiteit van de doorgelaten straling. Voor stralingsintensiteiten van röntgenstraling na weefsels of botten gelden de formules $I = I_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n$ en $n = \dfrac{d}{d_{½}}$, zoals je hebt geleerd in hoofdstuk 11. De mate waarin weefsels of botten straling doorlaten wordt **transmissie** genoemd en heeft een waarde tussen 0% en 100%.

Het grote doordringende vermogen heeft ook nadelen, omdat bij het maken van röntgenfoto's veel straling door het lichtgevoelige materiaal of de lichtgevoelige chip gaat zonder een bijdrage aan het beeld te leveren. Voor een duidelijke foto is dan een lange belichtingstijd nodig en daarvoor moet de patiënt lang worden bestraald en hij mag daarbij niet bewegen. Omdat een te grote dosis ioniserende straling schadelijk is, moet langdurige bestraling worden voorkomen. Daarom wordt achter het lichtgevoelige materiaal of de lichtgevoelige chip een scherm geplaatst met een stof die lichtflitsjes uitzendt als hij wordt geraakt door röntgenstraling. Deze lichtflitsen zorgen voor de beeldvorming.
Organen met een klein verschil in dichtheid zijn op een röntgenfoto niet goed zichtbaar. Om toch voor voldoende contrast (verschil tussen licht en donker) te zorgen, wordt gebruikgemaakt van sterk absorberende contrastvloeistoffen. Contrastvloeistoffen hebben een grotere dichtheid en een kleinere halveringsdikte dan het omringende weefsel (figuur 10). Met behulp van een computer kun je het beeld daarna manipuleren om een zo duidelijk mogelijk resultaat te krijgen.



▲ **figuur 10** Bariumpap wordt als contrastvloeistof gebruikt om de werking van de darmen zichtbaar te maken.

Voorbeeldopgave 3

Voorafgaand aan een darmonderzoek drinkt een patiënt een contrastvloeistof. Eenmaal in de darmen kan een arts de vloeistof en de darmen zichtbaar maken door gebruik te maken van röntgenstraling met een energie van 0,1 MeV. De contrastvloeistof heeft een 5,0× kleinere halveringsdikte voor röntgenstraling van 0,1 MeV dan zacht weefsel en water.
Na hoeveel centimeter is de doorgelaten intensiteit van deze röntgenstraling door de contrastvloeistof nog maar 6,25%?

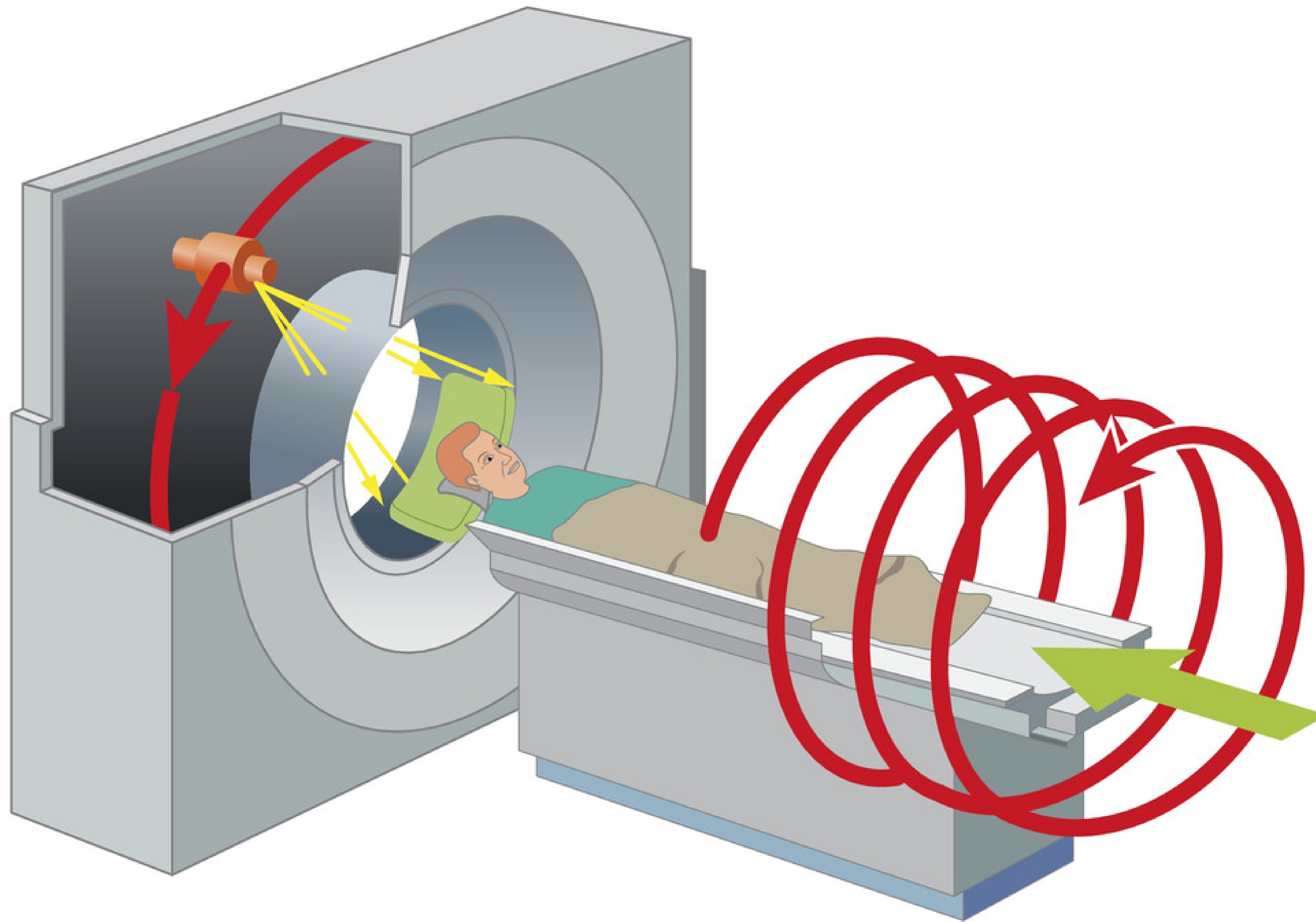
Uitwerking
De halveringsdikte van water en dus ook voor zacht weefsel voor röntgenstraling met een energie van 0,1 MeV is 4,1 cm (Binas tabel 28F). Voor contrastvloeistof is de halveringsdikte

dan $\frac{4,1}{5,0} = 0,84$ cm.

Na vier halveringsdikten laat de contrastvloeistof nog 6,25% straling door:
$100\% \xrightarrow{:2} 50\% \xrightarrow{:2} 25\% \xrightarrow{:2} 12,5\% \xrightarrow{:2} 6,25\%$
Deze vier halveringsdikten komen overeen met $4 \times 0,84 = 3,4$ cm.

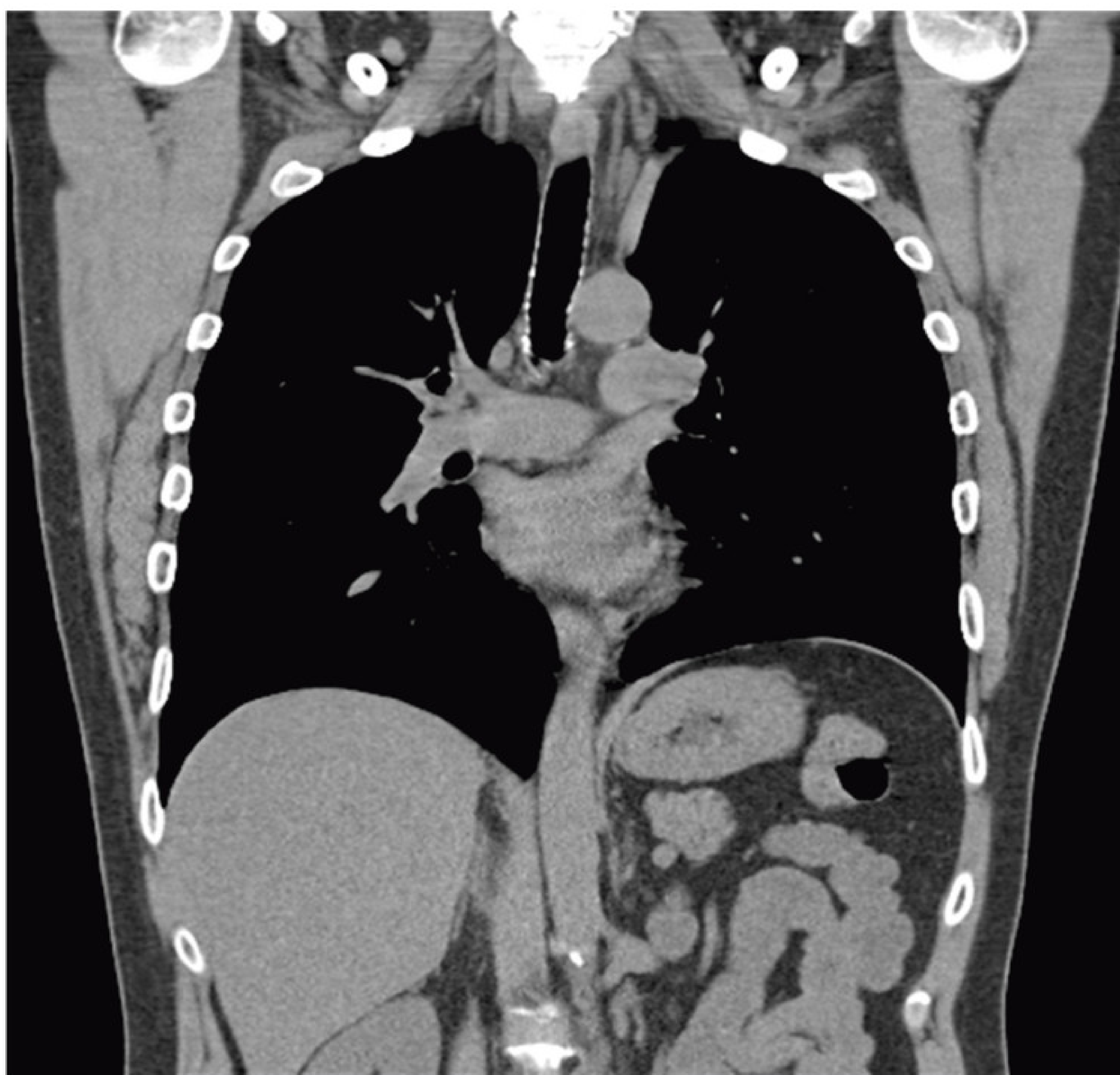
CT-scan

De röntgenfoto's die met 'gewone' röntgenapparaten worden gemaakt zijn tweedimensionale beelden, die in veel gevallen onvoldoende informatie geven. Zo kun je hier bijvoorbeeld niet goed op zien hoe diep een tumor in het lichaam zit. Een **CT-scan** (*Computed Tomography*-scan) kan driedimensionale beelden maken. De röntgenbron draait hierbij twee tot drie keer per seconde rondom de patiënt, terwijl een rij detectoren aan de andere kant de doorgelaten hoeveelheid straling meet (figuur 11). Op hetzelfde moment schuift de patiënt langzaam de CT-scanner in, zodat van elke gescand plakje van 1 mm dikte een beeld wordt gemaakt. Van alle beelden samen maakt een computer een driedimensionaal beeld.



▲ **figuur 11** In een CT-scanner draait de röntgenbron om de patiënt.

De voordelen van een CT-scan zijn dat de beelden scherper, gedetailleerder en driedimensionaal zijn ten opzichte van een tweedimensionale röntgenfoto (figuur 12). Een CT-scan maakt het mogelijk nauwkeurige diagnoses te stellen. Maar de voordelen van een CT-scan wegen niet altijd op tegen de nadelen. Het maken van een CT-scan duurt langer dan het maken van een röntgenfoto, waardoor patiënten een 10 tot 100× grotere equivalente stralingsdosis oplopen. Daarbij is een CT-scan duurder dan een röntgenfoto. Artsen zullen alleen bij gecompliceerde botbreuken of nauwkeurige plaatsbepalingen van tumoren de voorkeur geven aan een CT-scan.



▲ **figuur 12** röntgenfoto van een borstkas op basis van CT-beelden

Onthoud!

- Röntgenstraling ontstaat als elektronen met grote snelheid tegen een metalen plaatje botsen.
- Röntgenstraling bestaat uit fotonen, waarbij geldt: $c = f \cdot \lambda$ en $E_f = h \cdot f$.
- De stralingsintensiteit van röntgenstraling na een hindernis bereken je met de formule $I = I_0\left(\frac{1}{2}\right)^n$. Hierin is n het aantal halveringsdikten van de hindernis: $n = \frac{d}{d_{½}}$

- Contrastvloeistoffen worden gebruikt om bij röntgenfoto's verschillende weefsels of organen beter te kunnen waarnemen.
- Een CT-scan maakt driedimensionale beelden waarbij de röntgenbron om de patiënt draait.

Opdrachten

7 Röntgenstraling
Beantwoord de volgende vragen.
a Leg uit hoe röntgenstraling ontstaat.
b Noem zes eigenschappen van röntgenstraling.
c Geef de formule waarmee je de stralingsintensiteit van röntgenstraling na een hindernis berekent.
d Geef de formule waarmee je de energie van röntgenstraling berekent.
e Geef de formule waarmee je de golflengte van röntgenstraling berekent.
f Noem twee nadelen van een CT-scan ten opzichte van een röntgenfoto.

8 Golflengte
Emile beweert: "Een foton met een twee keer zo grote golflengte heeft twee keer zo veel energie."
Leg uit of Emile gelijk heeft.

9 Halveringsdikte
Iedere stof heeft een halveringsdikte.
a Leg uit wat de halveringsdikte van een stof is.
b Wat heeft een grotere halveringsdikte: hard weefsel, zoals bot, of zacht weefsel, zoals spierweefsel?

De halveringsdikte voor een bepaald weefsel is 4,0 cm.
c Hoe dik is het weefsel als de stralingsintensiteit achter het weefsel nog maar 25% bedraagt?

10 Röntgenfoton
Een röntgenfoton heeft een energie van 0,10 MeV.
a Bereken de energie van dit foton in joule.
b Bereken de frequentie van dit foton.
c Bereken de golflengte van dit foton.

Bereken hoeveel procent röntgenstraling van 0,1 MeV wordt doorgelaten als deze:
d een laag van 12,3 cm water treft;
e een 0,74 mm dik loden schort treft.

11 Contrastvloeistoffen
Om bij röntgenonderzoek organen, weefsels of bloedvaten zichtbaar te maken wordt gebruikgemaakt van contrastvloeistoffen.
a Leg uit waarom organen, weefsels en bloedvaten niet goed zichtbaar zijn bij röntgenonderzoek.
b Leg uit of de halveringsdikte van contrastvloeistoffen kleiner of groter is dan die van organen, weefsels en bloedvaten.
c Leg uit waarom patiënten na een dergelijk onderzoek veel moeten drinken.

12 CT-scan

Van een patiënt wordt een CT-scan van de borstkas gemaakt. De halveringsdikte van het longweefsel is 5,5 cm. Het longweefsel laat 12,5% van de straling door.

a Bereken de dikte van het longweefsel.

Het stralingsvermogen per oppervlakte-eenheid van de röntgenstraling die de borstkas treft bedraagt 0,030 $W\,m^{-2}$. De bundel röntgenstraling heeft een doorsnede van 0,50 cm^2. De straling wordt gedurende 6,0 minuten toegediend.

b Bereken hoeveel stralingsenergie er bij deze CT-scan door het longweefsel wordt geabsorbeerd.

De massa van het bestraalde longweefsel is 7,0 g. De weegfactor voor röntgenstraling is 1.

c Bereken het opgelopen dosisequivalent.

+13 Röntgenbuis

In een röntgenbuis botst een elektron met een snelheid van $1{,}02 \cdot 10^8$ $m\,s^{-1}$ tegen de anode.

a Bereken de kinetische energie van dit botsende elektron.

In de buis vindt bij de elektronen een omzetting van elektrische naar kinetische energie plaats. Je kunt afleiden dat hiervoor geldt: $q \cdot U = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$.

b Bereken de spanning U tussen anode en kathode.

Bij de botsing verliest het elektron 30% van zijn kinetische energie. Deze wordt omgezet in een röntgenfoton.

c Bereken de snelheid van het elektron na de botsing met de anode.

d Bereken de frequentie en de golflengte van het röntgenfoton dat bij de botsing ontstaat.

In de röntgenbuis kun je zowel de spanning over de gloeispiraal als de spanning tussen anode en kathode veranderen. Je wilt met deze buis röntgenstraling met een groter doordringend vermogen maken.

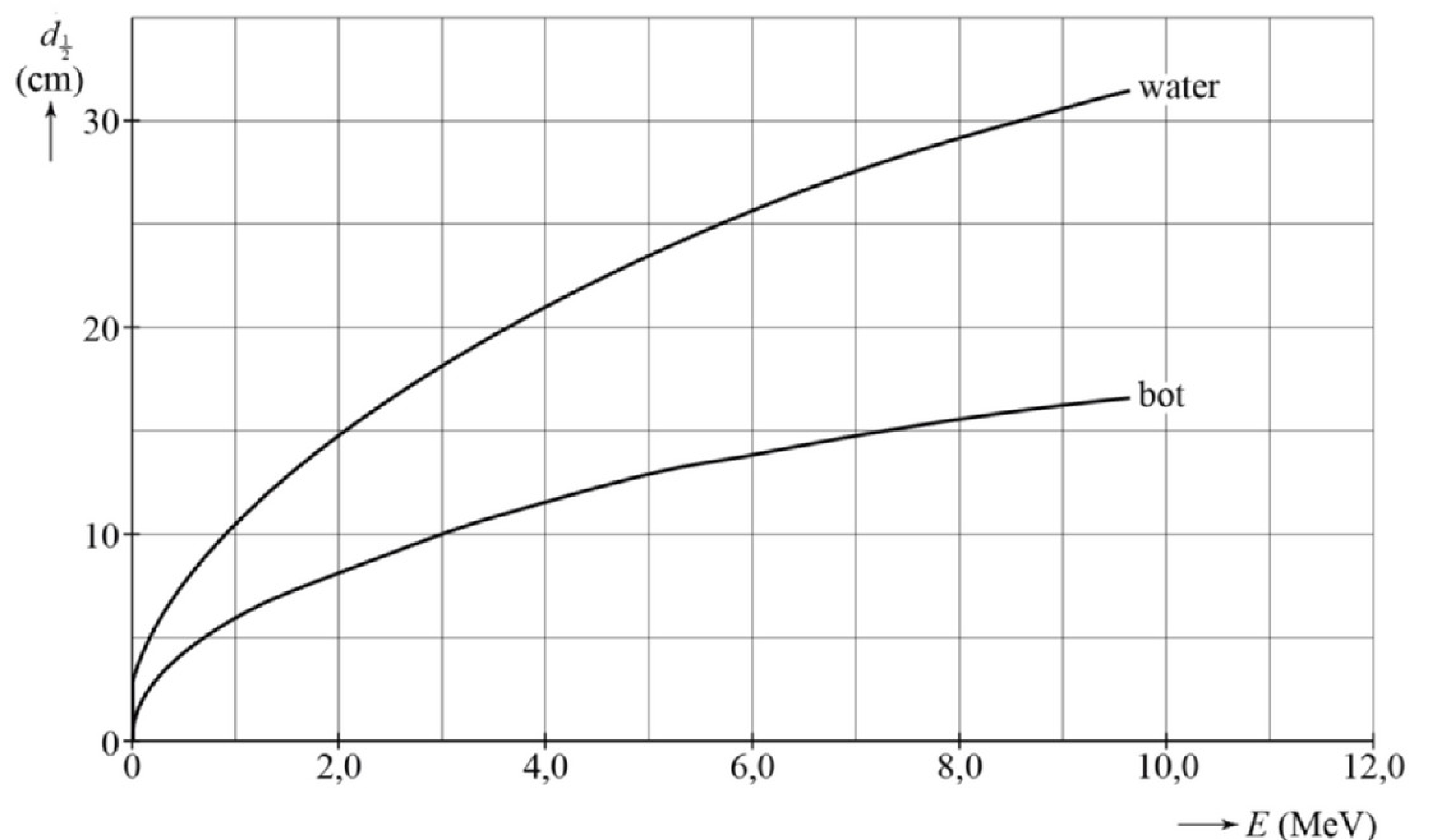
e Leg uit of je daarvoor de gloeispanning of de spanning tussen anode en kathode moet verhogen.

14 Röntgenfoto

Op een röntgenfoto zijn botten van een menselijk lichaam goed zichtbaar. Zie figuur 13. In figuur 14 is voor water en bot het verband weergegeven tussen de halveringsdikten en de energie van de röntgenstraling. De halveringsdikte voor zacht weefsel (spieren en vet) is



▲ **figuur 13** röntgenfoto



▲ **figuur 14** ($d_{1/2}$,E)-diagram voor water en bot

gelijk aan de halveringsdikte van water.

a Leg met behulp van figuur 14 uit waarom de foto van figuur 13 op plaatsen waar zich het bot bevindt minder zwart is dan eromheen.

Binnen in het bot bevindt zich beenmerg (zacht weefsel).

b Hoe kun je dit zien op de foto van figuur 13?

naar: examen vwo 2009-II

3 Andere beeldvormende technieken

In deze paragraaf leer je:

- risico's benoemen van de soorten straling bij nucleaire diagnostiek;
- problemen oplossen waarbij halveringstijd en halveringsdikte in de medische diagnostiek een rol spelen;
- voordelen en nadelen benoemen van medische beeldvormingstechnieken.

Op röntgenbeelden zijn alleen harde weefsels zichtbaar. Tegenwoordig is het mogelijk met zeer geavanceerde en kostbare apparatuur ook gedetailleerde beelden te maken van zachte weefsels, zoals organen. Deze apparatuur maakt gebruik van ultrasoon geluid en verschillende soorten elektromagnetische straling.

Echografie

Echografie is een techniek die gebruikmaakt van geluidsgolven die door het lichaam worden gestuurd en op grensvlakken tussen zachte en hardere weefsels terugkaatsen. De ultrasone geluidsgolven hebben een frequentie van 1,0 MHz tot 10 MHz en zijn onhoorbaar voor mensen. Met deze techniek is het mogelijk bewegende beelden te maken van inwendige organen, zoals het hart, of van een ongeboren kind in de baarmoeder (figuur 15). Het ultrasone geluid wordt met korte pulsen het lichaam ingestuurd. Hiervoor wordt gebruikgemaakt van een transducer, een geluidsbron die zowel kan zenden als ontvangen. De transducer bestaat uit een piëzo-elektrisch kristal. Zoals je in paragraaf 4.5 hebt geleerd kan zo'n piëzokristal uitzetten en krimpen als je er een hoogfrequente wisselspanning over aansluit.

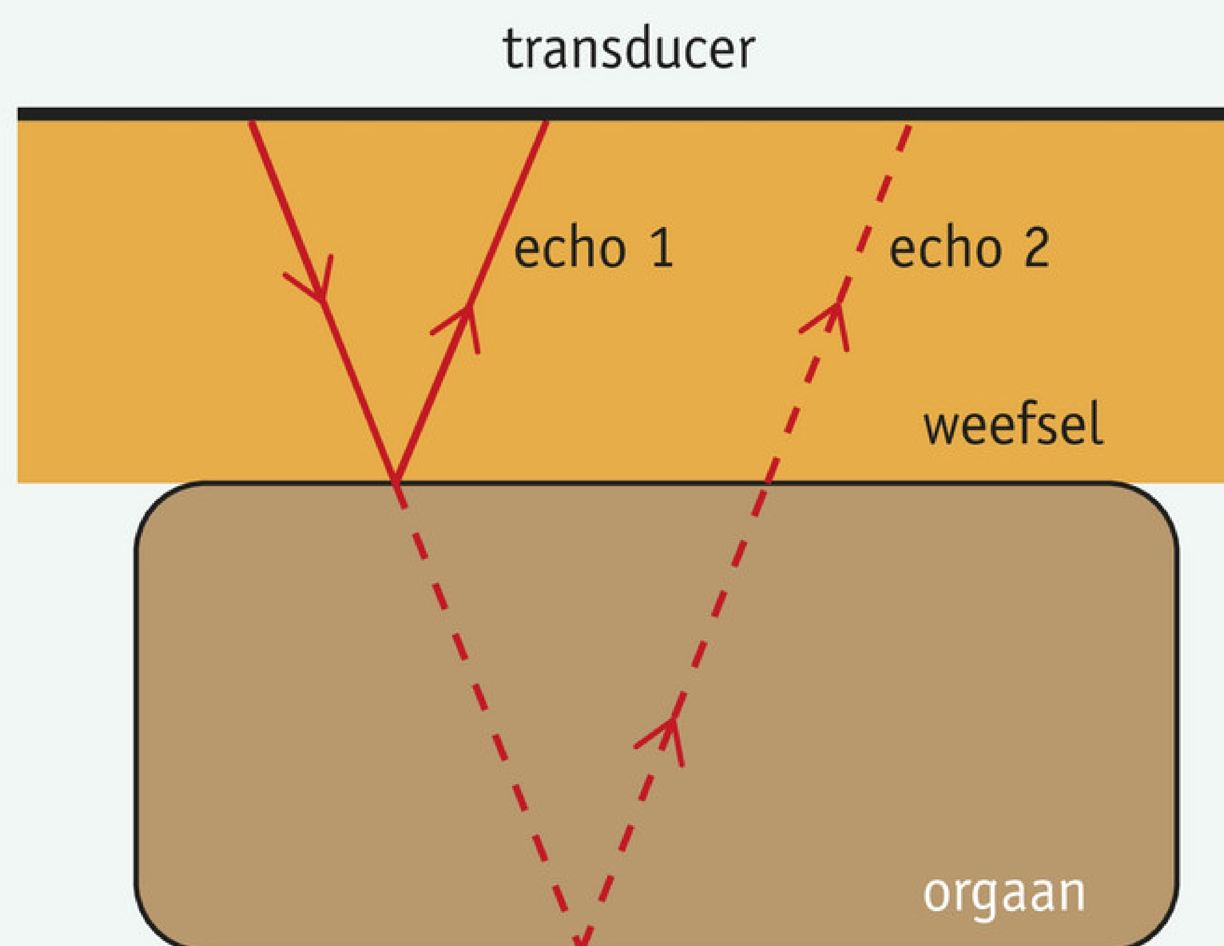


◀ **figuur 15** het maken van een echo

In het lichaam wordt het geluid op de grensvlakken tussen zachte en hardere weefsels deels doorgelaten en deels teruggekaatst. Het doorgelaten geluid gaat met een andere geluidssnelheid verder. Een deel van het teruggekaatste geluid botst uiteindelijk tegen het piëzo-elektrisch kristal van de transducer, waardoor een wisselspanning over het kristal wordt opgewekt. De informatie over de sterkte van de echo en de tijdsduur tussen de echo's wordt door een computer omgezet in een echogram.

Voorbeeldopgave 4

Een medewerker in een ziekenhuis maakt een echo met ultrasoon geluid. Het geluid gaat eerst door 3,50 cm weefsel met een snelheid van 1540 $m\,s^{-1}$ en kaatst daarna terug aan de voor- en achterzijde van een orgaan (figuur 16). De snelheid van het geluid in het orgaan is 1610 $m\,s^{-1}$. Het tijdsverschil tussen het zenden en het ontvangen van de tweede echo is 0,125 ms.
Bereken de dikte van het orgaan.



▲ **figuur 16** een schets van de situatie van voorbeeldopgave 4

Uitwerking
De eerste echo legt 2 × 3,50 = 7,00 cm in het weefsel af.
De tijdsduur na zenden waarin de eerste echo de transducer bereikt is:

$$t_1 = \frac{s_{\text{echo 1}}}{v_{\text{echo 1}}} = \frac{7{,}00 \cdot 10^{-2}}{1540} = 4{,}55 \cdot 10^{-5}\ \text{s} = 0{,}0455\ \text{ms}$$

De tweede echo bereikt in 0,125 ms na het zenden de transducer.
De tweede echo gaat in 0,125 ms − 0,0455 ms = 0,0795 ms heen en weer in het orgaan.

De tijdsduur voor alleen heen- of alleen teruggaan in het orgaan is dus $\frac{0{,}0795}{2} = 0{,}0398$ ms.

De dikte d van het orgaan is $d = v_{\text{echo 2}} \cdot t = 1610 \times 0{,}0398 \cdot 10^{-3} = 0{,}0641\ \text{m} = 6{,}41\ \text{cm}$

Het beste beeld wordt verkregen als geluidsgolven loodrecht op een grensvlak vallen. Omdat geluidsgolven volledig terugkaatsen als ze op een grensvlak van materiaal met lucht vallen, wordt tussen de huid en de transducer een gel aangebracht. Maar om deze reden is het ook zo dat longen op echobeelden niet zichtbaar zijn. Echografie is pijnloos en niet schadelijk. De nadelen zijn dat de beelden niet heel scherp zijn en dat geluidsgolven alleen door zacht weefsel kunnen.

MRI

Een andere beeldvormende techniek is **MRI** (*Magnetic Resonance Imaging*, figuur 17). Bij deze techniek worden waterstofkernen die onderdeel zijn van watermoleculen in je lichaam heftig in trilling gebracht (resonantie) door radiogolven en grote sterke magneten. De waterstofkernen bestaan uit positief geladen protonen die gevoelig zijn voor magnetisme. Nadat ook radiogolven met specifieke frequenties op het lichaam worden gericht, zenden de protonen bij terugkeer naar hun evenwichtsstand ook radiogolven uit die door antennes van de MRI-scanner weer worden opgevangen. Met behulp van gegevens over de aantallen en de frequenties van de straling wordt met een computer een beeld samengesteld (figuur 18).



▲ **figuur 17** Een patiënt schuift in een MRI-scanner.



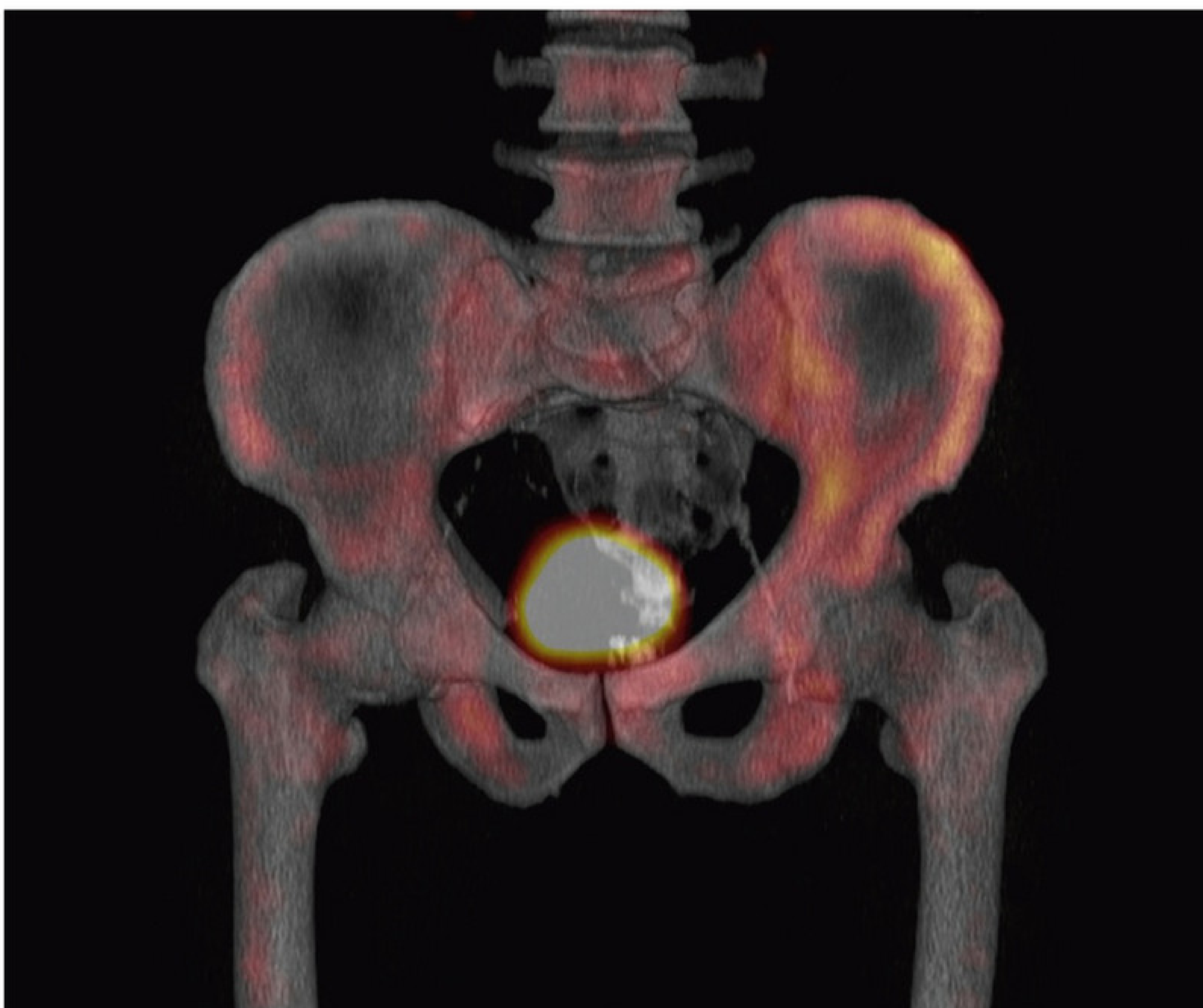
▲ **figuur 18** een MRI-scan van de hersenen

Omdat waterstofkernen in alle weefsels van je lichaam aanwezig zijn, kun je met een MRI-scan gedetailleerde beelden van het lichaam maken. Evenals een CT-scan kun je bij een MRI-scan contrastvloeistoffen gebruiken die goed doorbloede gebieden, zoals hersenen, het hart of tumoren, beter zichtbaar maken.

Het maken van een MRI-scan is pijnloos en voor zover bekend ook niet schadelijk. De nadelen zijn dat het maken van een MRI-scan heel duur is en ook lang duurt, waarbij de patiënt niet mag bewegen. Vanwege de sterke magneten in de MRI-scanner mogen patiënten geen voorwerpen van ijzer, nikkel of kobalt dragen, zoals metalen ritssluitingen in kleding, piercings of een pacemaker.

Nucleaire diagnostiek

Ook straling die afkomstig is van radioactieve bronnen wordt voor medische beeldvorming ingezet. Bij **nucleaire diagnostiek** wordt gebruikgemaakt van radioactieve bronnen om een diagnose te stellen. Hiervoor worden **tracers** gebruikt: stoffen waaraan een radioactief isotoop is gekoppeld. Tracers worden in de bloedbaan gespoten om een spoor in het lichaam achter te laten. Uiteindelijk hopen ze zich op in bepaalde weefsels, zodat het functioneren van een orgaan in beeld kan worden gebracht. Isotopen die vaak worden toegepast zijn bijvoorbeeld jood-123 bij schildklieronderzoek en thallium-201 bij hartonderzoek.
Omdat deze isotopen γ-straling uitzenden kun je buiten het lichaam met een gammacamera (een detectieapparaat voor gammastraling) nagaan waar deze radioactieve isotoop zich bevindt. Het beeld dat de gammadetector maakt, wordt **scintigram** genoemd. Met zo'n scintigram kun je bepalen hoe het orgaan functioneert (figuur 19).



▲ **figuur 19** een scintigram van iemand met prostaatkanker

Tracers verlaten het lichaam via de darmen en nieren. De stralingsdosis is beperkt, omdat de isotopen alleen γ-straling uitzenden en de halveringstijd klein is: enkele uren tot dagen.
Bij een kleine halveringstijd neemt het aantal radioactieve atoomkernen snel af in de tijd. Dit betekent dat er zo min mogelijk tijd verloren mag gaan tussen de productie van de isotoop en het toedienen van de tracer aan de patiënt. Daarom produceren sommige ziekenhuizen zelf kort levende isotopen, bijvoorbeeld fluor-18 ($t_{½}$ = 109 minuten).

De voordelen van nucleaire diagnostiek zijn de duidelijke beelden van het functioneren van organen. Een nadeel is de stralingsdosis die patiënten oplopen. De stralingsdosis is weliswaar kleiner dan die bij een CT-scan, maar toch groter dan die bij een röntgenfoto.

Hulpmiddelen bij onderzoek en therapie

Bij de bestrijding van kanker en andere aandoeningen zijn beeldvormende technieken onmisbaar geworden. Een afbeelding van de borstklier door middel van röntgenstraling, een mammogram, kan ervoor zorgen dat borstkanker in een zo vroeg mogelijk stadium wordt opgespoord. Ook bij de controle tijdens het behandelproces en bij het op lange termijn in de gaten houden van de patiënt na afloop van een behandeling zijn beeldvormende technieken onmisbaar geworden.

Onthoud!

- Beeldvormende technieken worden gebruikt bij het stellen van een diagnose.
- Bij medische beeldvorming wordt gebruikgemaakt van ultrasone geluidsgolven (echo), röntgenstraling (röntgenfoto's en CT-scan), radiostraling (MRI) en nucleaire diagnostiek.
- Tracers zijn radioactieve stoffen die in het lichaam worden gebracht en waaraan je buiten het lichaam met behulp van een gammacamera kunt meten.

Opdrachten

15 Technieken

De beeldvormende technieken echo, röntgenfoto, CT-scan, MRI en nucleaire diagnostiek hebben elk hun eigen eigenschappen.

a Welke technieken maken gebruik van röntgenstraling?
b Welke techniek maakt gebruik van radioactieve isotopen?
c Welke techniek maakt gebruik van magneten?
d Welke techniek maakt gebruik van een tracer?
e Welke techniek maakt gebruik van ultrasoon geluid?
f Welke technieken maken 3D-beelden?
g Bij welke technieken lopen patiënten een stralingsdosis op?
h Welke technieken worden gebruikt om harde weefsels zichtbaar te maken?
i Welke technieken worden gebruikt om zachte weefsels zichtbaar te maken?
j Welke technieken zijn ongevaarlijk voor patiënten?

16 Echo

Echografie is eenvoudig te gebruiken, maar de uitkomsten ervan zijn vaak moeilijk te interpreteren. De techniek is daarom vooral in gebruik als hulpmiddel bij het wegnemen van een stukje tumorweefsel voor nader onderzoek (biopsie). Met behulp van het echoapparaat kan een arts tijdens de ingreep zien of het weefsel op de juiste plaats wordt weggenomen.

a Waarom brengt de arts eerst een gel aan tussen de transducer en de huid van de patiënt?

Omdat geluidsgolven alleen goed terugkaatsen op voorwerpen die groter zijn dan de golflengte van het geluid, zijn objecten die kleiner zijn dan de golflengte op de echo niet zichtbaar ($v_{geluid} = 1{,}54 \cdot 10^3\ \mathrm{m\,s^{-1}}$).

b Bereken de afmeting van de kleinste details die op het echogram nog net zichtbaar zijn als de frequentie van het ultrasoon geluid 1,0 MHz is.

Geluiden met hogere frequenties worden meer geabsorbeerd in lichaamsweefsels dan geluiden met lagere frequenties.

c Welke transducer (1,0 MHz of 5,0 MHz) gebruikt de arts voor onderzoek aan de polsslagader? En welke frequentie voor onderzoek aan het hart?

Het ultrasone geluid wordt met korte pulsen het lichaam ingestuurd. Een nieuwe puls kan pas door de transducer worden verzonden als de voorgaande puls is ontvangen.
Stel dat een klein, plat stukje tumorweefsel op 12 cm diepte onder de huid ligt.

d Bereken de maximale pulsfrequentie waarmee de transducer mag zenden. Ga er hierbij vanuit dat $v_{geluid} = 1{,}54 \cdot 10^3\ m\,s^{-1}$.

17 MRI-scan
Bij het maken van een MRI-scan trillen de waterstofkernen met een frequentie die wordt berekend met:

$f_{resonantie} = \gamma \cdot B$.

Hierin is:
- $f_{resonantie}$ de frequentie waarmee de waterstofkernen trillen in herz (Hz);
- γ een constante, die voor waterstof $42{,}58 \cdot 10^7\ Hz\,T^{-1}$ is;
- B de sterkte van het magneetveld van de MRI-scanner in Tesla (T).

Tijdens de MRI-scan is de magnetische veldsterkte 1,8 T.

a Bereken de frequentie waarmee de waterstofkernen trillen.

De energie van een waterstofkern is gelijk aan: $E = h \cdot \gamma \cdot B$. Hierin is h de constante van Planck.

b Leid deze formule af uit de formule van de resonantiefrequentie.

De antennes van de MRI-scanner vangen vanuit een bepaald stukje weefsel 1,6 eV op.

c Bereken het aantal fotonen die afkomstig zijn van dit stukje weefsel.

Om bepaalde afwijkingen beter te zien wordt vooraf aan een MRI-scan contrastvloeistof toegediend.

d Waarom moet de patiënt een bepaalde tijd wachten voordat de MRI-scan wordt gemaakt?

e Welke belangrijke eigenschap moet de contrastvloeistof hebben?

18 Schildklier
De schildklier is een orgaan dat zich aan de voorzijde van de hals bevindt. De schildklier geeft hormonen af die de stofwisseling regelen en de groei stimuleren.
Lees het artikel in figuur 20.

Behandeling van te snel werkende schildklier met radioactief jodium

Mensen met een te snel werkende schildklier hebben problemen met hun stofwisseling. Deze zogeheten ziekte van Graves wordt behandeld door de patiënt radioactief jodium (jood) in te laten nemen: de zogenoemde ‘radioactieve slok’. Het zijn vooral de te snel werkende schildkliercellen die het jodium opnemen. Deze cellen worden beschadigd door de straling die ze dan absorberen. Daardoor gaat de schildklier na enige tijd weer normaal functioneren. Deze methode wordt al dertig jaar als een veilige behandeling toegepast. De patiënten kunnen meestal dezelfde dag weer naar huis. Wel moeten ze enkele voorzorgsmaatregelen in acht nemen, zoals de eerste dagen twee keer achter elkaar de wc doortrekken en gedurende enkele weken geen baby’s op schoot nemen.

▲ **figuur 20** artikel over behandeling met radioactief jodium

In de 'radioactieve slok' zit de isotoop I-131 die β-straling en γ-straling uitzendt.

a Geef de vervalreactie van I-131.

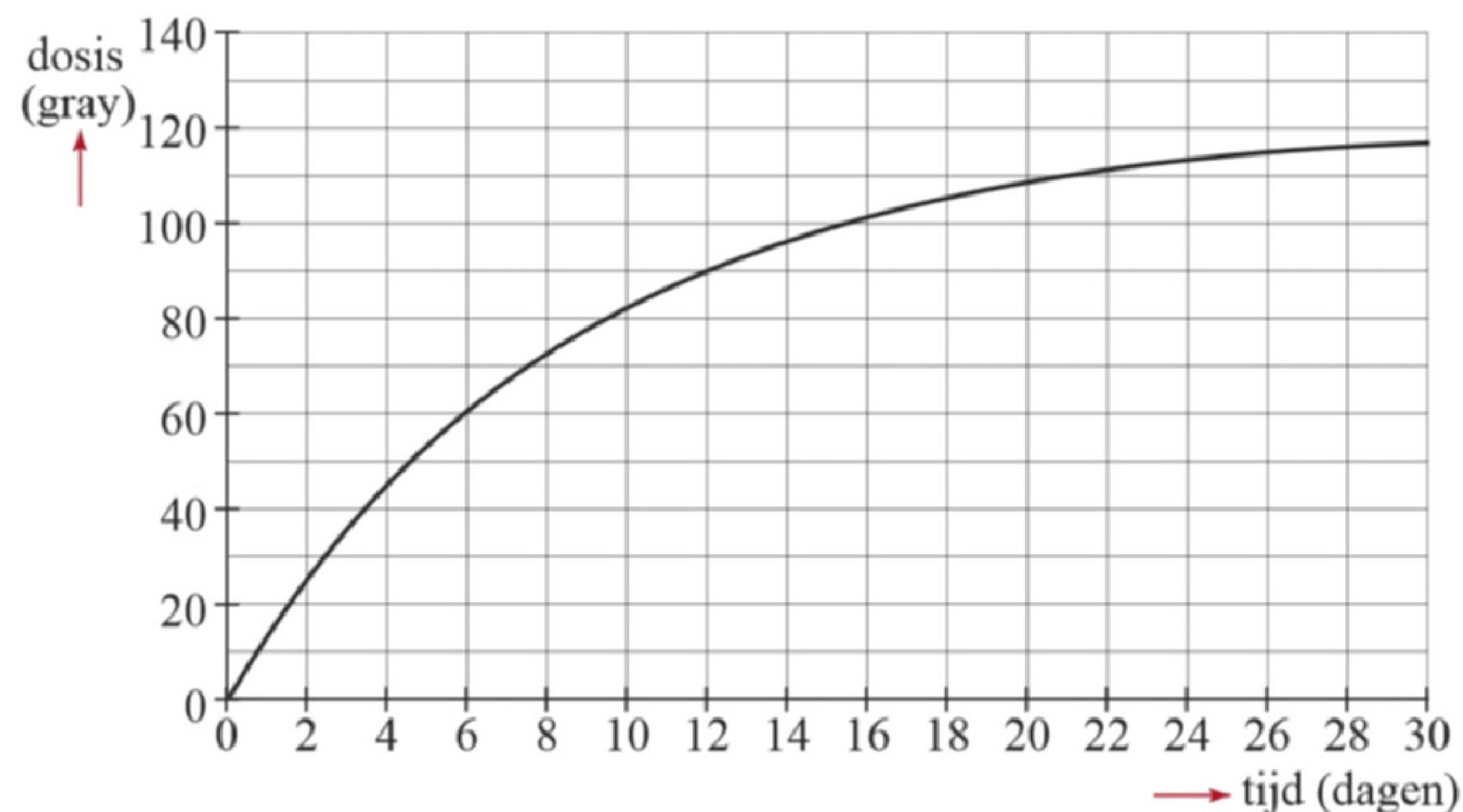
De straling beschadigt de schildkliercellen die het hardst werken.

b Leg uit welke straling, de β-straling of de γ-straling, vooral verantwoordelijk is voor die beschadiging.

In de tekst staat dat behandelde patiënten geen baby's op schoot mogen nemen.

c Leg uit waarom niet.

Zodra het jodium-131 in de schildklier is opgenomen (op $t = 0$), absorbeert de schildklier stralingsenergie. Zolang de schildklier straling absorbeert, neemt de totaal ontvangen dosis toe. Dit is weergegeven in figuur 21.



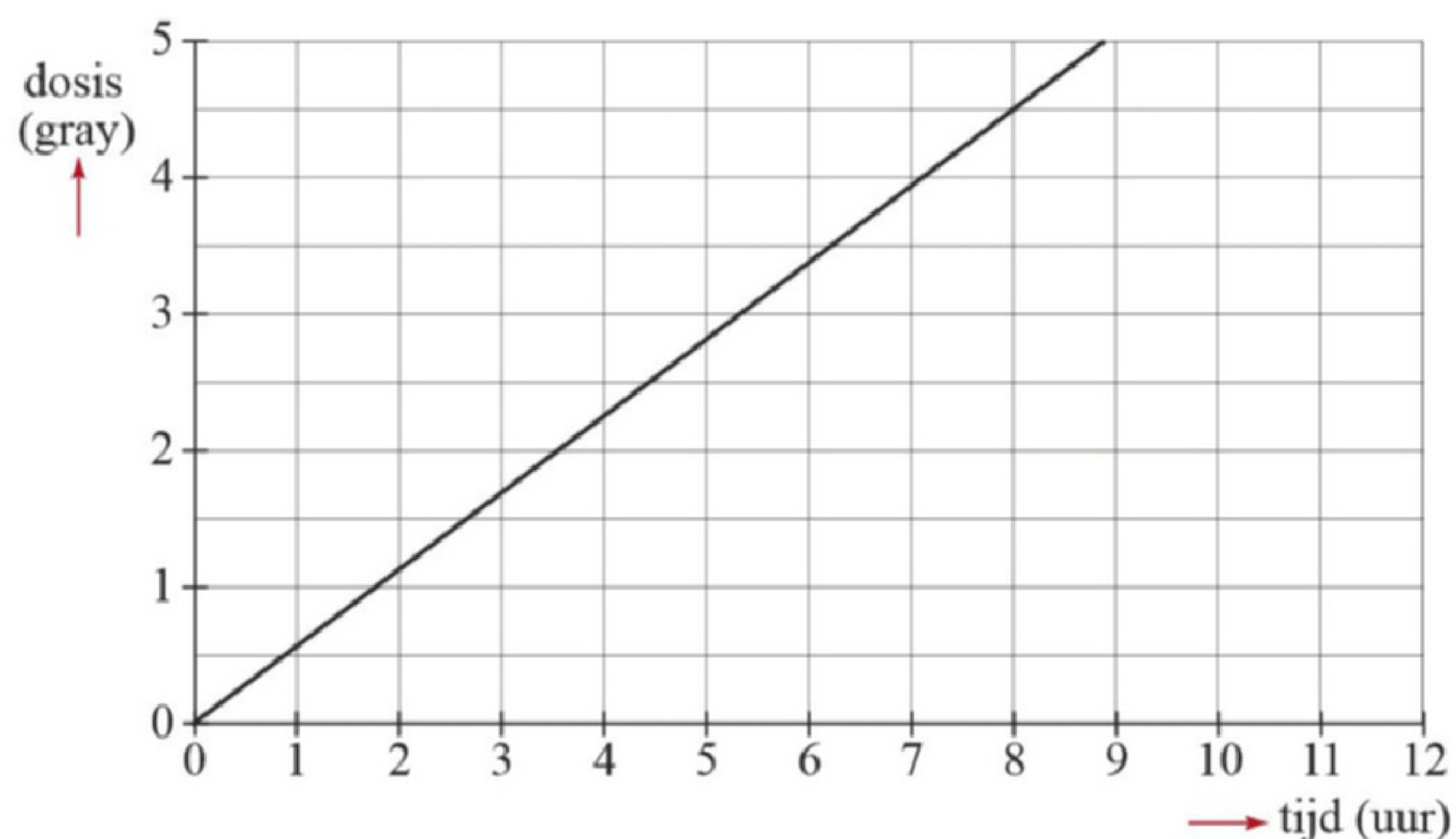
▲ **figuur 21** door de schildklier geabsorbeerde straling

Op het tijdstip $t = 20$ d is de activiteit van het I-131 in de schildklier lager dan op het tijdstip $t = 2$ d.

d Leg uit hoe dit uit de grafiek blijkt.

Onder de effectieve halveringstijd van radioactief materiaal wordt de tijd verstaan waarin de activiteit ervan in het lichaam (in dit geval in de schildklier) tot de helft is afgenomen. De effectieve halveringstijd van I-131 is kleiner dan de 'gewone' halveringstijd die in Binas staat, omdat het jodium ook via biologische weg langzaam uit de schildklier verdwijnt.

e Leg met behulp van figuur 21 uit dat de effectieve halveringstijd van I-131 zes dagen is.



▲ **figuur 22** het verloop van de stralingsdosis

In figuur 22 is het verloop van de stralingsdosis van de schildklier getekend in de eerste paar uur nadat het I-131 is opgenomen. In die periode mag je de activiteit van het I-131 als constant beschouwen. Per verval van een I-131-kern wordt $3{,}0 \cdot 10^{-14}$ J aan stralingsenergie door de schildklier geabsorbeerd. De massa van de schildklier is 45 g.

f Bereken de activiteit van het I-131 in de periode die in figuur 22 is weergegeven. Bepaal daartoe eerst de hoeveelheid stralingsenergie die de schildklier per uur absorbeert.

naar: examen 2007-II

+19 PET-scan

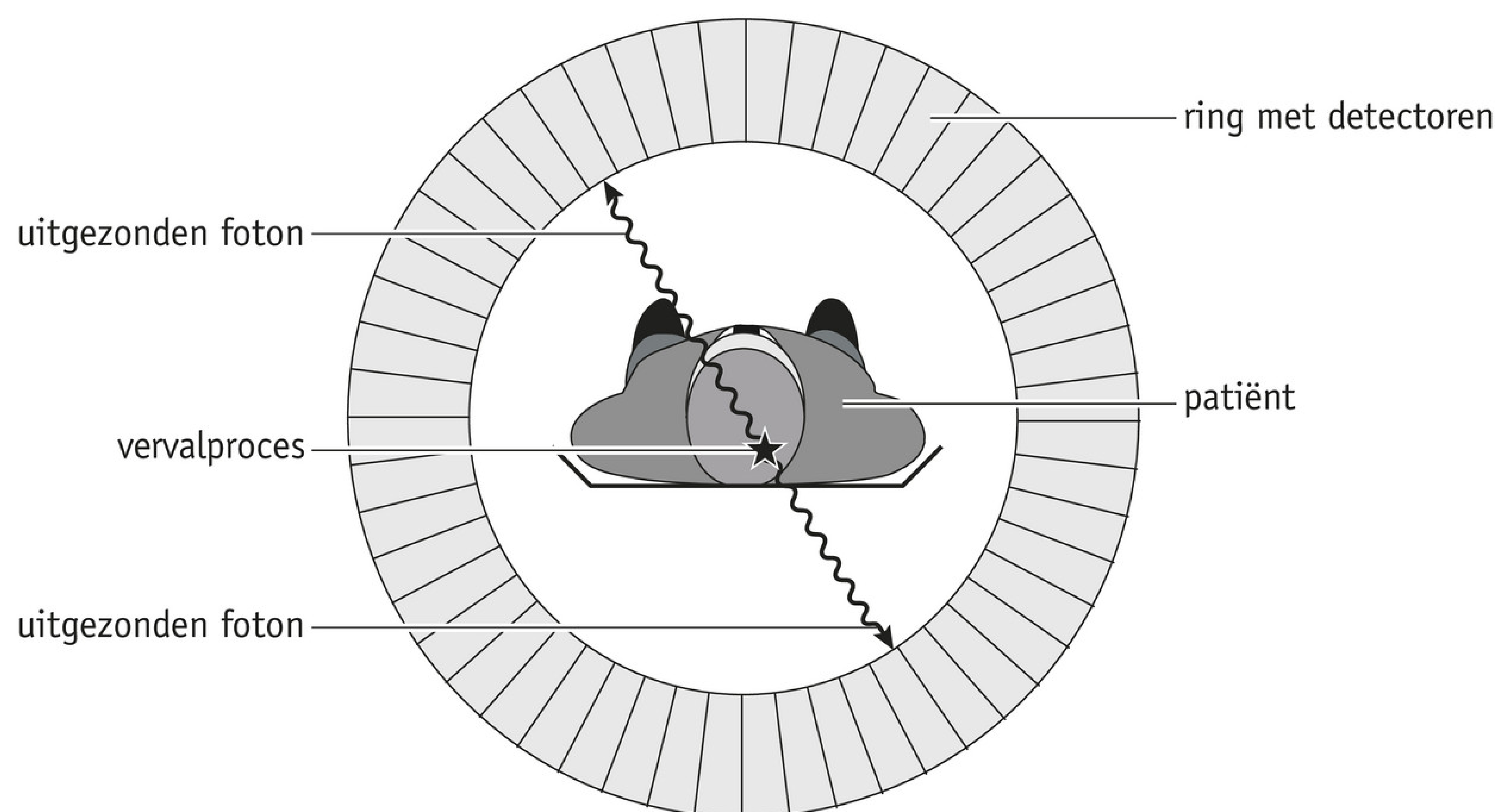
Bij een PET-scan krijgt een patiënt een radioactieve stof ingespoten die gemakkelijk door het bloed in het lichaam wordt opgenomen. Bij het verval van deze stof ontstaan steeds tegelijkertijd twee γ-fotonen die in vrijwel tegenovergestelde richting bewegen. Om bij een hersenonderzoek deze γ-straling te registreren, wordt de patiënt met zijn hoofd precies in het midden van een ring met detectoren geschoven (figuur 23). De twee γ-fotonen bereiken in zeer korte tijd na elkaar de ring met detectoren. Wanneer de twee getroffen detectoren binnen een ingestelde tijdsduur Δt een foton registreren, neem je aan dat deze twee fotonen afkomstig zijn van dezelfde reactie.

a Bereken de orde van grootte van de ingestelde tijdsduur Δt. Maak daarbij gebruik van een schatting en neem aan dat de fotonen overal met de lichtsnelheid in vacuüm bewegen.

Ongeveer 90% van de reacties levert géén bruikbare informatie op. Dat komt onder andere doordat een deel van de vrijgekomen fotonen naast de detectoren valt en doordat er fotonen uit andere delen van het lichaam worden gemeten.

b Noem twee andere mogelijke oorzaken waarom niet alle reacties bruikbare informatie opleveren.

naar: examen vwo 2004-I

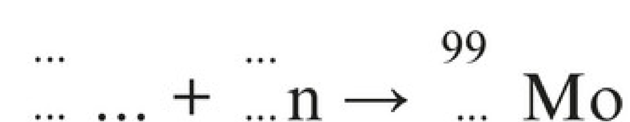


▲ **figuur 23** De twee gammafotonen bereiken de ring met detectoren.

20 Molybdeen-99

In Petten staat een kerncentrale waar isotopen voor medische toepassingen worden geproduceerd. Een van de belangrijkste producten is molybdeen-99 (Mo-99). Mo-99 wordt geproduceerd door een neutron in de kern van een andere isotoop te schieten.

a Maak de vergelijking van deze reactie compleet:



$${}^{\dots}_{\dots}\dots + {}^{\dots}_{\dots}\mathrm{n} \rightarrow {}^{99}_{\dots}\mathrm{Mo}$$

Mo-99 wordt naar ziekenhuizen getransporteerd. Ondertussen vervalt een deel tot technetium-99m (Tc-99m), dat wordt gebruikt voor medische behandelingen. Iedere keer als Tc-99m voor een behandeling nodig is, wordt dit afgescheiden van het molybdeen. In ziekenhuizen wordt wekelijks een nieuwe voorraad Mo-99 aangevoerd.

b Hoeveel procent van de oorspronkelijke hoeveelheid Mo-99 is er na een week nog over?
- A minder dan 25%
- B tussen 25% en 50%
- C tussen 50% en 75%
- D meer dan 75%

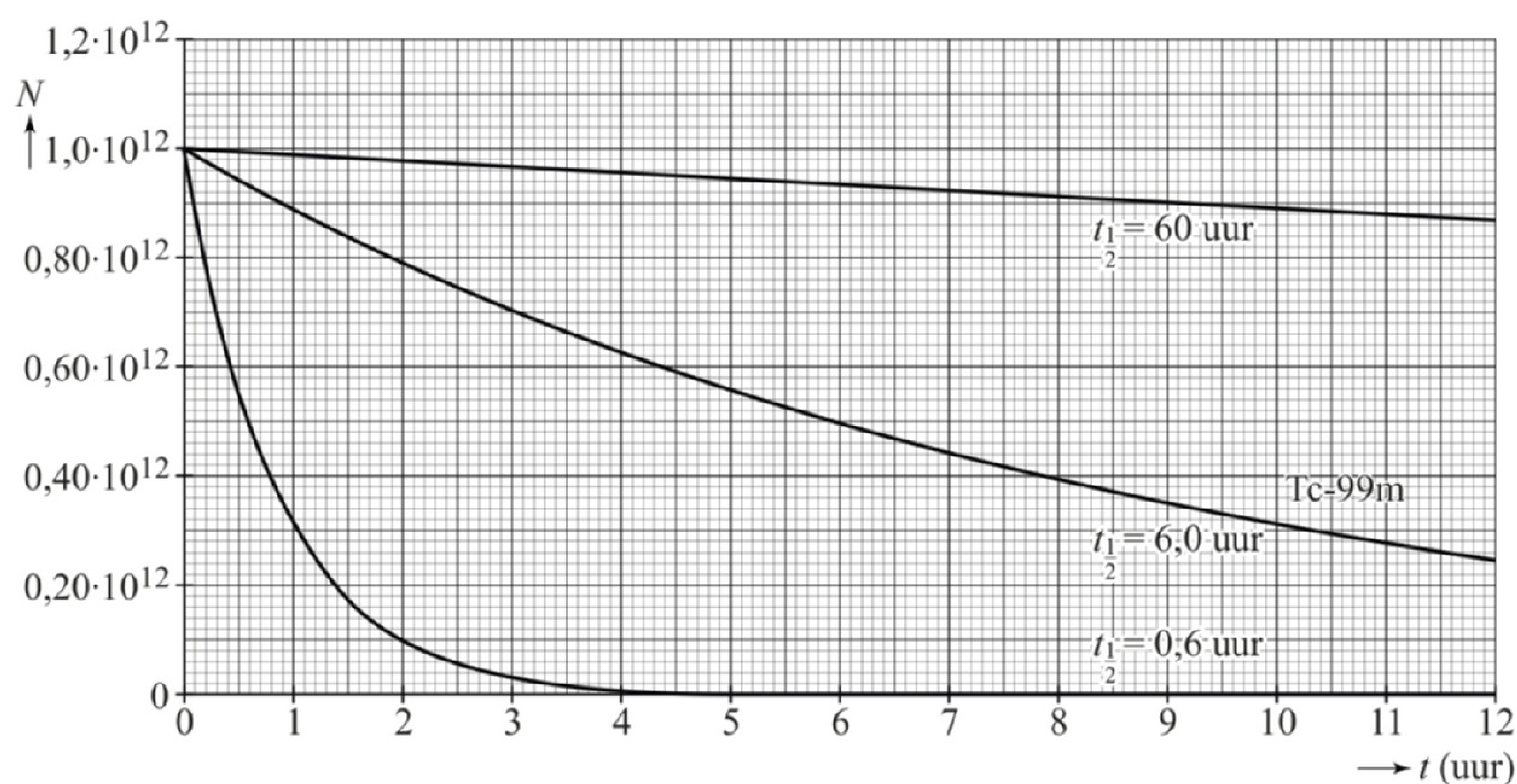
Tc-99m is metastabiel. Dit betekent dat de protonen en neutronen in de kern van een atoom Tc-99m zich kunnen herschikken tot een toestand met een lagere energie. Bij het verval van Tc-99m naar Tc-99 komt een foton vrij met een energie van 0,141 MeV.

c Bereken de golflengte van dit foton.

Door deze fotonen is Tc-99m geschikt als tracer. Een voorwaarde voor een radioactieve tracer is dat de totale dosis voor de patiënt zo laag mogelijk blijft. Een arts kan voor een behandeling kiezen uit tracers met verschillende halveringstijden.
In figuur 24 staat het verval in de eerste 12 uur voor Tc-99m. In de figuur is ook het verval voor twee tracers met andere halveringstijden weergegeven. Voor een bepaalde diagnose is 3,0 uur na het toedienen van de radioactieve tracer ($N = 1{,}0 \cdot 10^{12}$ op $t = 0$ uur) een activiteit nodig van minimaal $2{,}0 \cdot 10^{7}$ Bq.

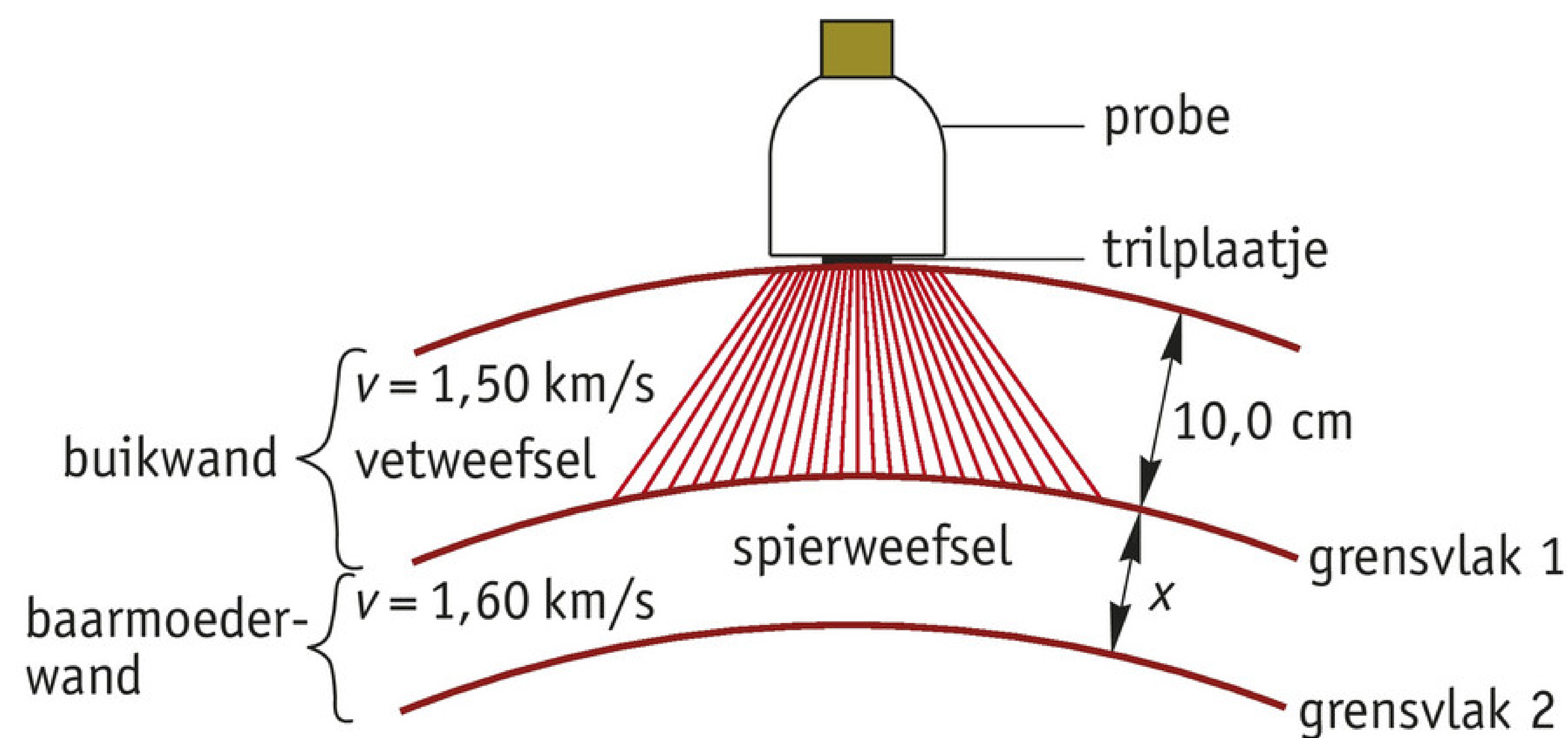
d Voer de volgende opdrachten uit.
- Bepaal met behulp van figuur 24 of Tc-99m aan deze eis voldoet.
- Leg met behulp van figuur 24 uit waarom je meer tracer moet toedienen bij stoffen met halveringstijden van 60 uur en 0,6 uur om tot dezelfde activiteit te komen 3,0 uur na het toedienen.

naar: examen 2017-I



▲ **figuur 24** (N,t)-diagram van drie verschillende isotopen

21 Zwangerschapsecho
Met een geluidsbron laat je geluidsgolven op het scheidingsvlak van lucht en water vallen. Om een zwangerschapsecho te maken, zendt een transducer op de buik van de moeder op tijdstip $t = 0$ een puls ultrasone geluidsgolven uit met een frequentie van 3,00 MHz (figuur 25).



▲ **figuur 25** Een transducer zendt geluidsgolven uit.

Op de grensvlakken 1 en 2 kan het geluid terugkaatsen en daarna weer door de transducer worden opgevangen.

a Bereken de golflengte van het geluid in het vetweefsel.

b Bereken op welk tijdstip de eerste echo wordt opgevangen.

De tweede echo wordt opgevangen op tijdstip t = 0,390 ms.

c Bereken x (= de dikte van het spierweefsel).

d Kunnen er ook derde of vierde echo's ontstaan? Leg je antwoord uit.

Voor de verhouding van de intensiteiten van teruggekaatst en invallend geluid geldt:

$$\frac{I_{\text{teruggekaatst}}}{I_{\text{invallend}}} = \left(\frac{\rho_2 \cdot v_2 - \rho_1 \cdot v_1}{\rho_2 \cdot v_2 + \rho_1 \cdot v_1}\right)^2$$

Hierin is:

- ρ de dichtheid van een weefsel in kg m^{-3};
- v de geluidssnelheid in het weefsel in m s^{-1}.

Weefsel 1 (het vetweefsel) heeft een dichtheid van $1{,}02 \cdot 10^3$ kg m^{-3} en weefsel 2 (het spierweefsel) heeft een dichtheid van $1{,}22 \cdot 10^3$ kg m^{-3}.

e Bereken bij de terugkaatsing op grensvlak 1 de verhouding tussen de intensiteit van het teruggekaatste en die van het invallende geluid.

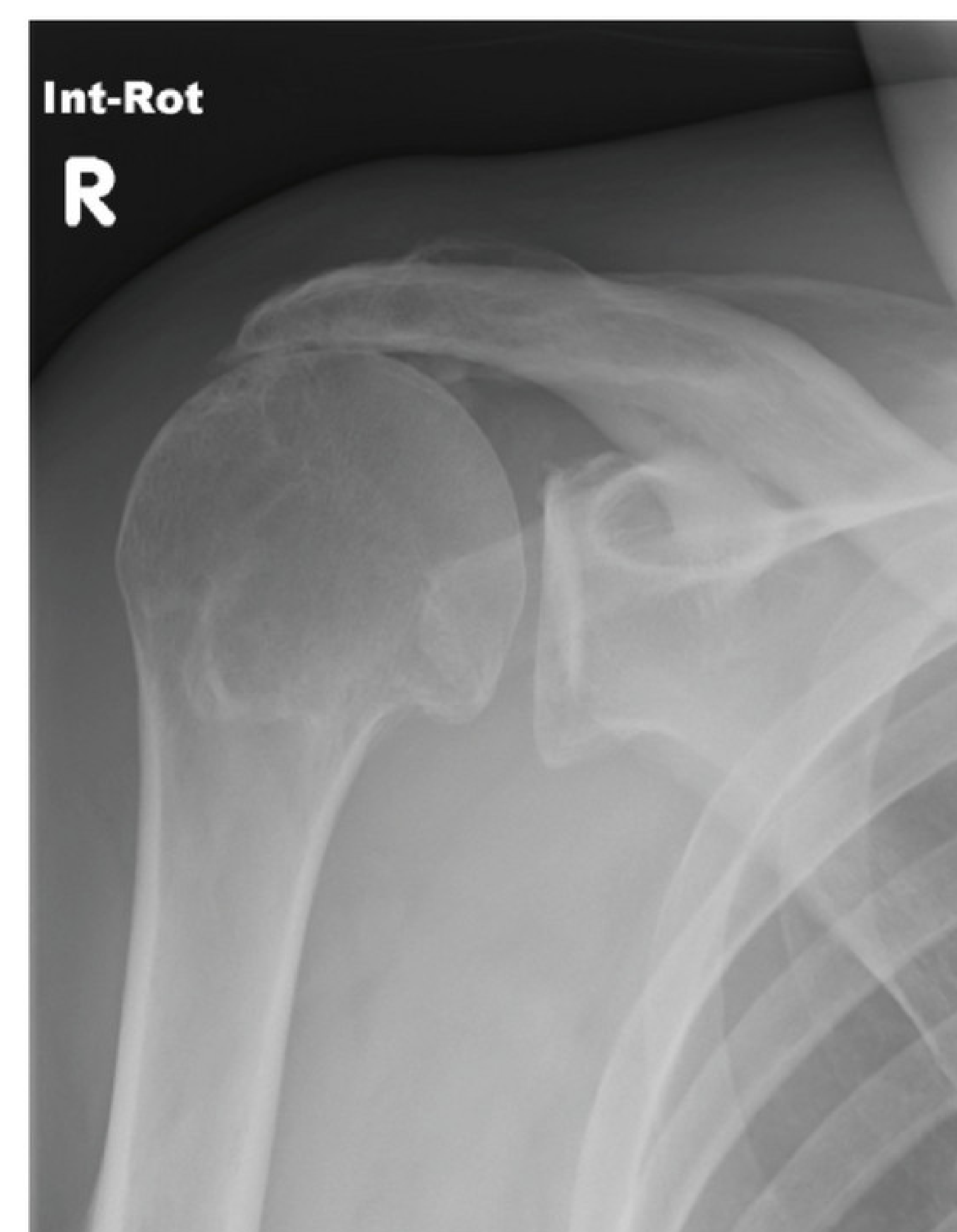
f Leg uit dat voor deze beelden geen röntgenapparaat wordt gebruikt.

Eindopdracht

22 Pijnlijke schouders

In deze opdracht bekijk je twee patiënten (A en B) die elk met een pijnlijke schouder bij een orthopedisch chirurg worden behandeld. De chirurg verwijst patiënt A door naar de röntgenafdeling, waar een radioloog een röntgenfoto van de schouder maakt (figuur 26).

a Leg uit waarom de radioloog meestal alleen kiest voor het maken van een röntgenfoto in plaats van een CT-scan.



▶ **figuur 26** een röntgenfoto van de schouder van patiënt A

De röntgenstraling waarmee wordt gewerkt heeft een energie van 0,10 MeV. Ter bescherming draagt de radioloog een loden schort. De beschermingsfactor (de verhouding dikte : $d_{½}$) van het schort is 8,5.

b Bereken de dikte van het schort.

Het stralingsvermogen van de röntgenstraling die de bovenarm en borstkas treft, bedraagt 0,0080 W m^{-2}. De bundel röntgenstraling heeft een doorsnede van 0,072 m^2.

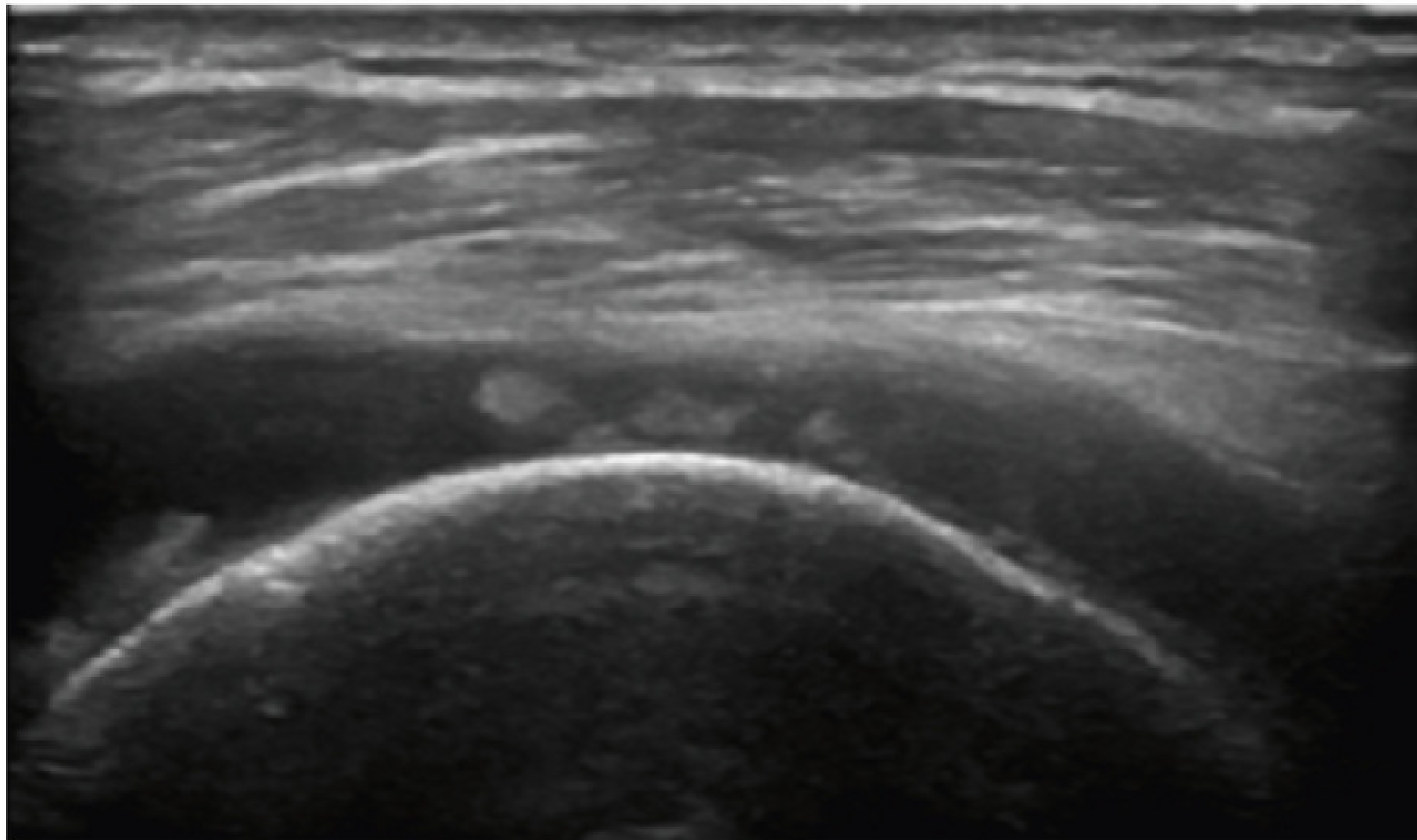
c Bereken het aantal fotonen dat per seconde de bovenarm en borstkas treft.

De straling wordt gedurende 5,0 s toegediend. De massa van de bestraalde bovenarm en borstkas is 6,0 kg.

d De weegfactor van röntgenstraling is 1. Bereken de opgelopen equivalente stralingsdosis.

Bij patiënt B maakt de radioloog een echo van de schouder (figuur 27). Hij concludeert dat de spier is gescheurd.

e Wat betekenen de zwarte en de witte kleuren in figuur 27?



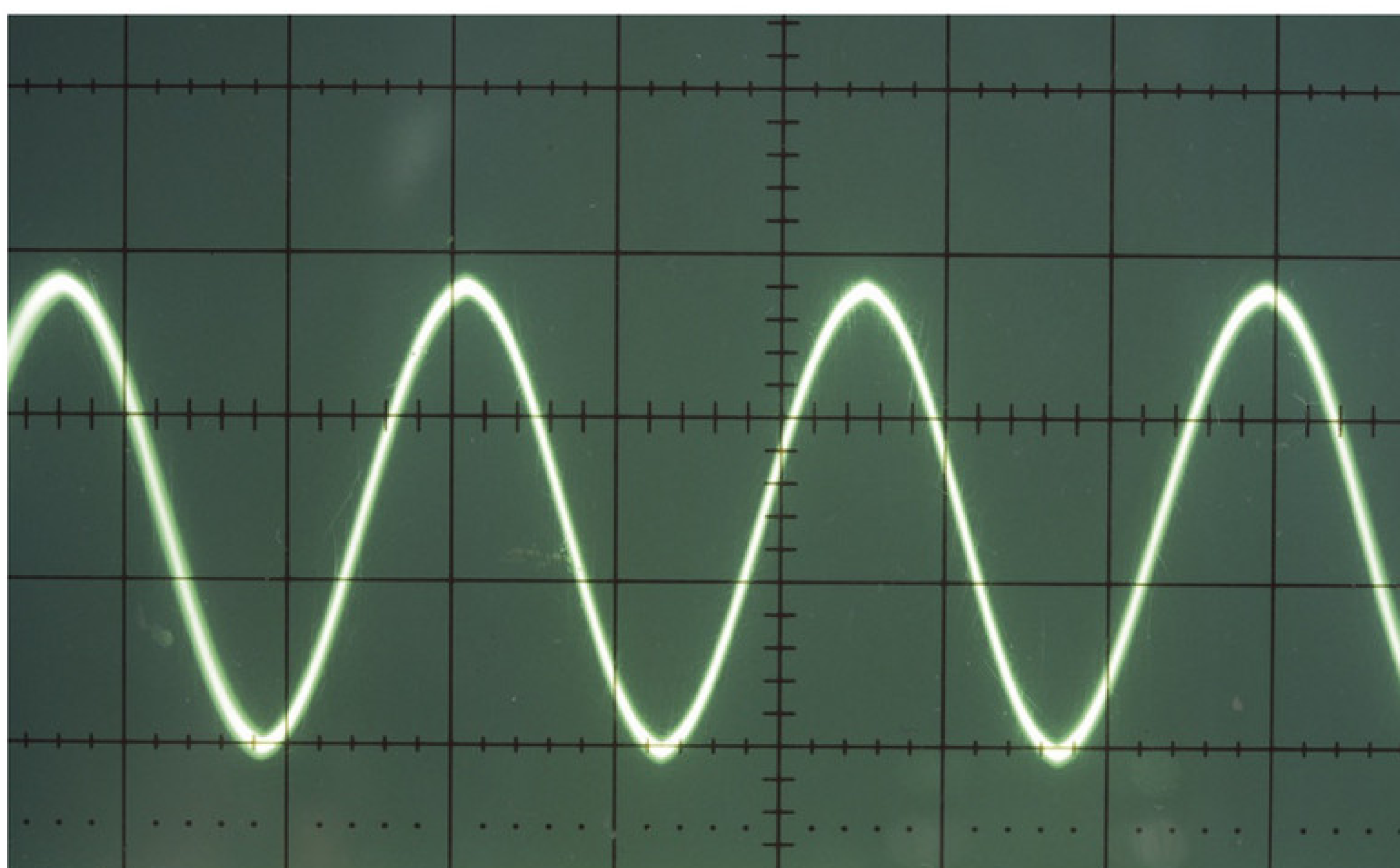
▲ **figuur 27** een echo van de schouder van patiënt B

De afstand tussen de huid en de spier is 1,40 cm. De transducer zendt pulsen uit met een maximale frequentie van 4,0 MHz. Deze pulsen komen 17 μs na het uitzenden weer terug bij de ontvanger.

f Bereken de snelheid van het ultrageluid.

De transducer is aangesloten op een oscilloscoop. In figuur 28 zie je het oscilloscoopbeeld.

g Bepaal met behulp van figuur 28 de tijdbasis waarop de oscilloscoop is ingesteld.

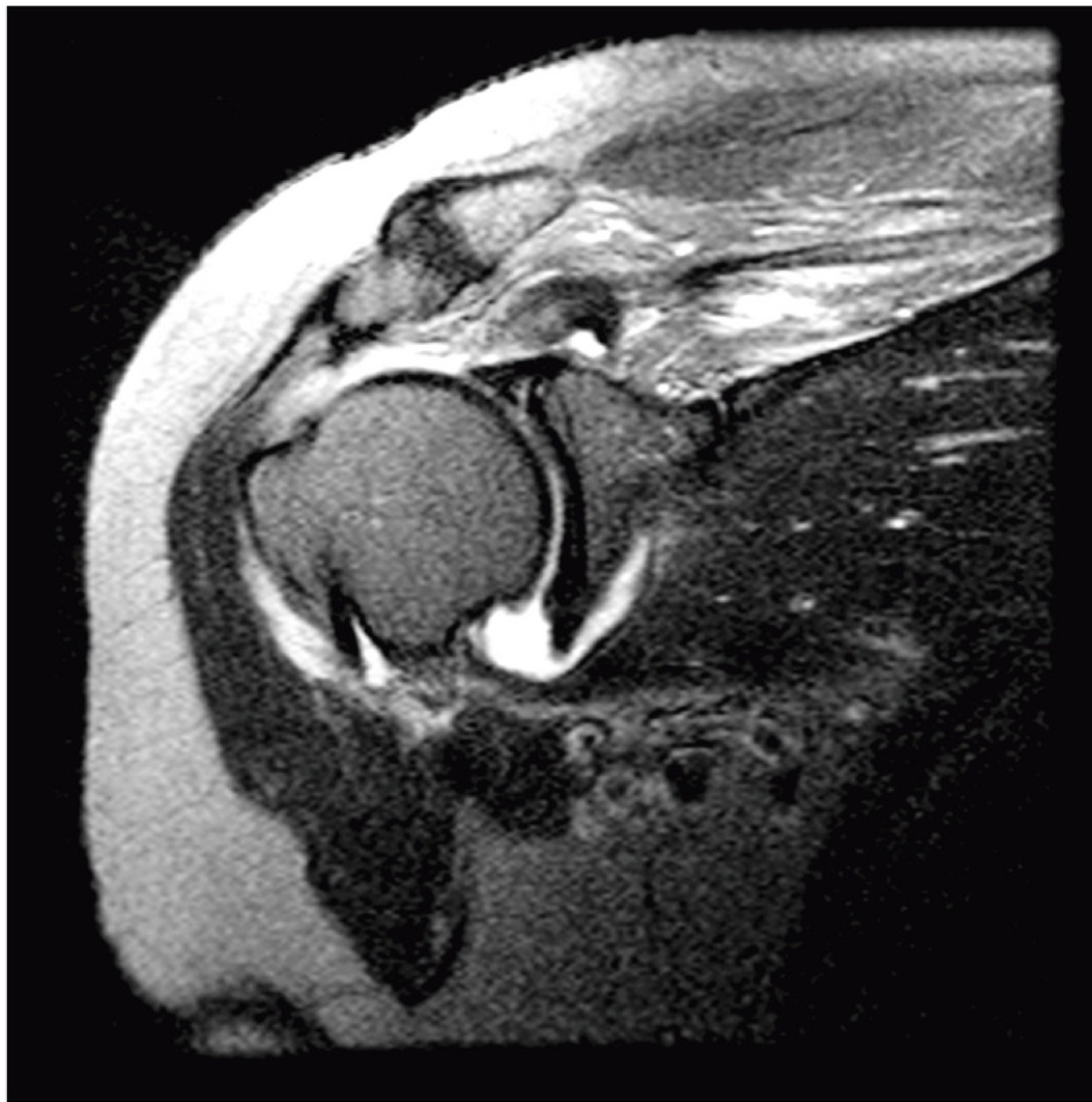


▲ **figuur 28** de trilling van de transducer op de oscilloscoop

De radioloog maakt van dezelfde schouder ook een MRI-scan (figuur 29).

h Noem twee voordelen en twee nadelen van een MRI-scan ten opzichte van een echo.

i Welke delen in figuur 29 bevatten het meeste water?



▲ **figuur 29** een MRI-scan van de schouder van patiënt B

Maak de online diagnostische toets (Test jezelf).



HOOFDSTUK 13

Aarde en klimaat

Al sinds mensenheugenis hebben mensen geprobeerd het weer te voorspellen, bijvoorbeeld door de stand van de zon of de wolken te bestuderen. Tegenwoordig doen professionele meteorologen voorspellingen aan de hand van nauwkeurige metingen aan bijvoorbeeld luchtdruk en temperatuur in de atmosfeer. Met behulp van natuurkundige wetten over energie en beweging zou het weer dan precies te voorspellen moeten zijn. Maar omdat de atmosfeer een zeer complex systeem is, kun je nooit helemaal zeker zijn van een voorspelling. Zeker niet in het Nederlandse wisselvallige klimaat.

Introductie

Praktijk

Theorie

Maatschappij

Wat weet je al over de aarde en het klimaat?

Leerdoelen
1 Je kunt berekeningen maken met dichtheid.
2 Je kunt het molecuulmodel gebruiken bij het verklaren van fasen en faseovergangen.
3 Je kunt drie processen beschrijven die kunnen optreden als elektromagnetische straling op een voorwerp valt.
4 Je kunt omrekenen van graden Celsius naar kelvin en omgekeerd.
5 Je kunt het deeltjesmodel gebruiken bij het verklaren van fasen en faseovergangen.
6 Je kunt een grafiek interpreteren die de relatie geeft tussen de temperatuur en de hoeveelheid waterdamp in de lucht.

In de vorige leerjaren van Nova Natuurkunde heb je al een aantal dingen geleerd over de aarde en het klimaat. Je hebt deze kennis weer nodig wanneer je aan dit hoofdstuk begint. Wil je snel controleren wat je nog weet? Maak dan de volgende opdrachten.

Opdrachten voorkennis

1 De atmosfeer van de aarde bestaat uit lucht. Een hoeveelheid lucht heeft massa.
Bereken de massa van 20 L lucht. Maak gebruik van gegevens in BINAS.

De massa van 20 L lucht is __________________.

2 Als het ’s winters koud is, zie je bij het uitademen soms kleine ‘wolkjes’ uit je mond komen.
Waaruit bestaan deze wolkjes?
☐ A uit waterdamp
☐ B uit ijskristalletjes
☐ C uit waterdruppeltjes
☐ D uit gecondenseerde lucht

3 Als zonlicht invalt op het donkere asfalt van de snelweg, stijgt de temperatuur van het asfalt.
Het natuurkundige proces dat hiervan de oorzaak is noem je:
☐ A absorptie
☐ B breking
☐ C reflectie
☐ D transmissie

4 Als je met een laserpen door het raam naar buiten schijnt, is de laserbundel na het passeren van het raam iets zwakker.
De oorzaak van het zwakker worden van de laserbundel is dat een deel van het licht wordt:.
☐ A doorgelaten
☐ B geabsorbeerd
☐ C gereflecteerd
☐ D geabsorbeerd en gereflecteerd
☐ E geabsorbeerd en doorgelaten
☐ F gereflecteerd en doorgelaten

5 Temperaturen kunnen worden uitgedrukt in graden Celsius en kelvin.
Reken om.

-37 °C = __________ K

37 K = __________ °C

6 Je ziet een aantal uitspraken over de eigenschappen van moleculen en atomen.
Geef bij elke uitspraak aan of deze waar of niet waar is.

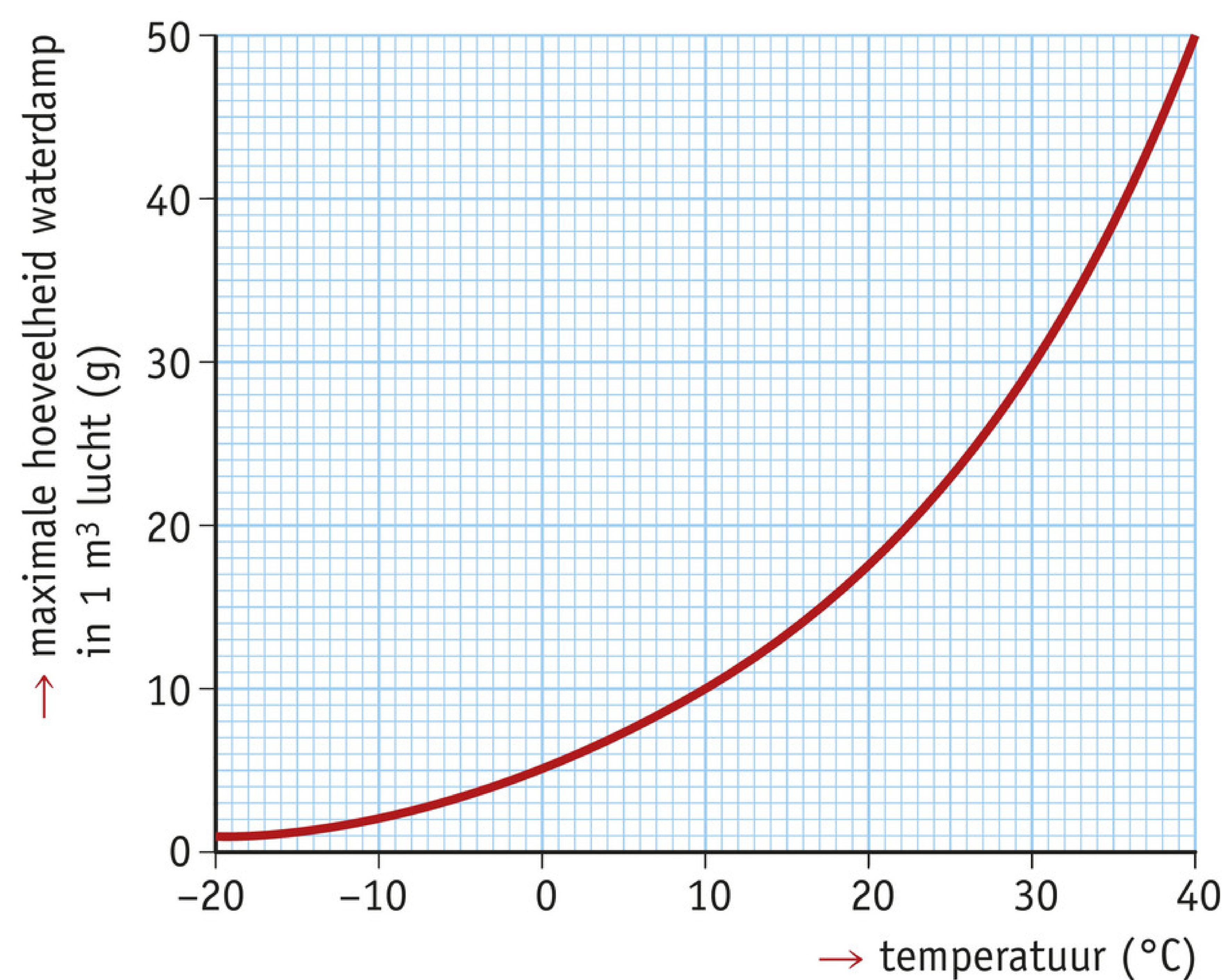
- Moleculen in een vaste stof staan stil. *waar / niet waar*
- Moleculen in een gas trekken elkaar niet aan. *waar / niet waar*
- Moleculen bewegen sneller als de temperatuur van een stof stijgt. *waar / niet waar*
- Moleculen zetten uit als de temperatuur van een stof stijgt. *waar / niet waar*
- Tussen moleculen van een stof zit een vacuüm. *waar / niet waar*
- De aantrekkingskracht tussen moleculen wordt kleiner als ze verder van elkaar bewegen. *waar / niet waar*
- Watermoleculen veranderen in ijsmoleculen als water bevriest. *waar / niet waar*

7 Op een dag bevat de buitenlucht 10 g waterdamp per kubieke meter.
De temperatuur van de buitenlucht is 20 °C.
Geef bij elke uitspraak aan of deze waar of niet waar is.
Maak daarbij gebruik van het diagram in afbeelding 1.

a Deze lucht kan meer waterdamp bevatten voordat deze gaat condenseren. *waar / niet waar*

b Als het 's nachts kouder wordt, zal de waterdamp bij een temperatuur van 11 °C graden gaan condenseren. *waar / niet waar*

c Als de temperatuur verder daalt tot 0 °C graden, condenseert er 10 gram water uit elke kubieke meter lucht. *waar / niet waar*



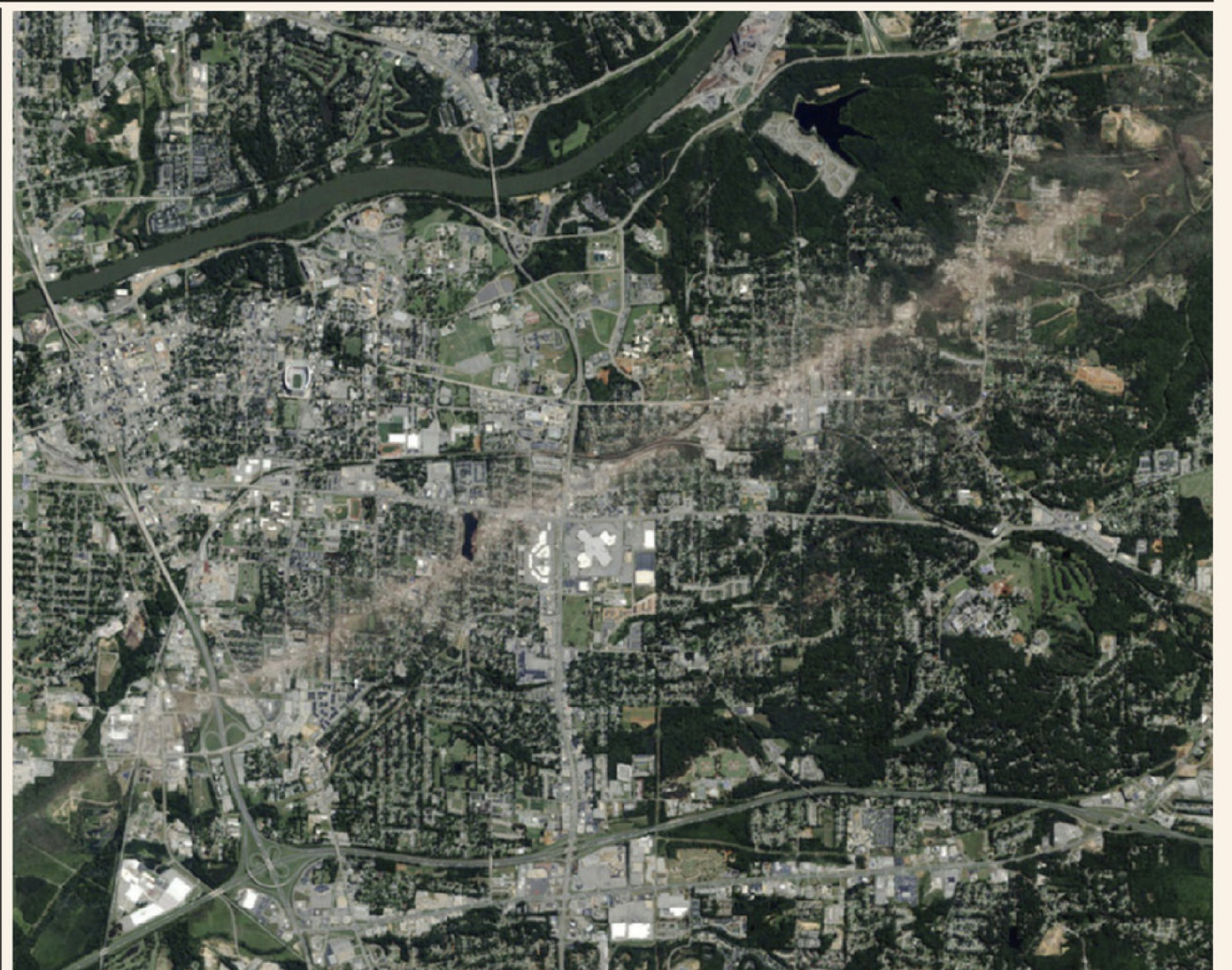
▲ **afbeelding 1**


Wil je weten of je voldoende voorkennis hebt voor dit hoofdstuk, maak dan online de *Voorkennistoets*.

Praktijk

Wind- en waterhozen

Een tornado is een grote draaikolk van lucht die alles verwoest wat op zijn pad komt. Dodelijk, maar ook zo spectaculair dat sommige mensen als *storm chasers* op pad gaan om de mooiste beelden van dit weerfenomeen te schieten. Ook uit Nederland reizen jaarlijks groepen naar de Verenigde Staten om tijdens het tornadoseizoen hun geluk te beproeven, want in het zuidelijke deel van de VS ligt *Tornado Alley*, een gebied waar vaak zeer zware tornado's voorkomen. Tornado's zijn de bekendste en gevaarlijkste vorm van windhozen. In Nederland komen regelmatig wind- en waterhozen voor en heel soms zelfs tornado's.



Draaiende lucht

Soms zie je buiten een papiertje dat in cirkels door de lucht beweegt. Op die plek beweegt de lucht in rondjes; er is dan sprake van luchtwerveling. Zulke kleine wervelingen verdwijnen weer even snel als ze zijn ontstaan. Als de luchtwerveling zeer groot is, noem je haar een windhoos. Een tornado is een zeer sterke windhoos en is meestal te herkennen aan de trechtervormige slurf die vanuit een onweerswolk naar de grond reikt (figuur 1).
Er zijn verschillende definities voor een tornado in omloop.

In Nederland spreken weerkundigen meestal pas van een tornado als de windsnelheid boven de 100 $km\,h^{-1}$ ligt.

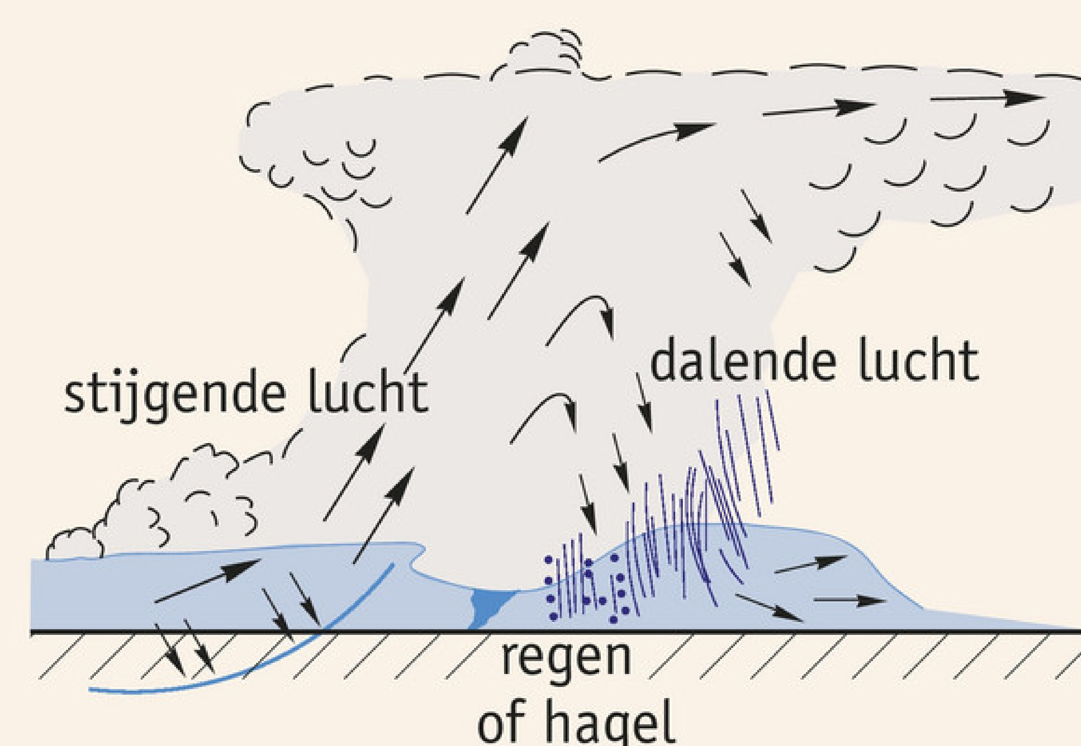
In de Verenigde Staten spreek je van een tornado als de werveling vanaf de grond tot aan de onweerswolk reikt. Er kunnen ook kleinere windhozen zoals een *dust devil* ontstaan. Een dust devil ontstaat op een warme, zonnige dag wanneer de bodem sterk is opgewarmd. Er kan dan een werveling ontstaan, waarbij zand of stof mee omhoog wervelt. Zulke stofhozen komen ook in Nederland vooral boven zandgronden regelmatig voor. In Twente wordt dit een windheks genoemd. Boven water spreek je niet van een windhoos, maar van een waterhoos. In dat geval zie je het water dat mee omhoog wordt gezogen in de draaiende lucht.

In een tornado ligt de windsnelheid meestal tussen de 120 en 250 $km\,h^{-1}$, maar er kunnen ook windsnelheden voorkomen van meer dan 400 $km\,h^{-1}$. Ter vergelijking: bij windkracht 12, een orkaan zoals die in Nederland zelden voorkomt, is de windsnelheid boven de 117 $km\,h^{-1}$.

‘In Nederland komen regelmatig wind- en waterhozen voor en heel soms zelfs tornado’s.’



▲ **figuur 1** een typische tornado



▲ **figuur 2** schematische weergave van een supercel

Het ontstaan van een tornado

Tornado’s ontstaan als er een instabiele situatie in de atmosfeer is, bijvoorbeeld als een laag vochtige warme lucht onder een laag koude droge lucht ligt. In het midden van de Verenigde Staten botst soms warme vochtige lucht uit het Caraïbisch gebied op koude droge lucht uit Canada. Als dan ook de windsnelheden of windrichtingen in de verschillende lagen sterk van elkaar verschillen, kunnen zich tornado’s ontwikkelen. De situatie wordt helemaal explosief als er ook nog warme droge lucht uit Mexico binnenstroomt.
Warme lucht heeft een kleinere dichtheid dan koude lucht. Als een laag warme lucht onder een laag koude lucht ligt, zal de warme lucht gaan stijgen en de koude lucht dalen. Als de warme lucht veel waterdamp bevat, gaat die condenseren. Deze gecondenseerde waterdamp vormt de ‘slurf’ die je ziet.
Bij het condenseren van waterdamp komt er energie vrij, waardoor de temperatuur verder toeneemt. Hierdoor wordt de situatie nog instabieler. Waar warme lucht opstijgt, zal de luchtdruk afnemen, waardoor lucht vanuit de omgeving toestroomt. Als er van alle kanten lucht toestroomt, gaat deze lucht draaien, zoals water draait als het in een afvoerputje stroomt. Op deze manier kan een kleine windhoos ontstaan. In combinatie met een draaiing in de luchtstromen die wordt veroorzaakt door sterke wervelingen in de onweersbui, kan die windhoos uitgroeien tot een tornado.

In een tornado is de luchtdruk een stuk lager dan erbuiten, maar er zijn weinig betrouwbare metingen. Tot nu toe lijken metingen te wijzen op een drukverschil van zo’n 20 tot 50 hPa, maar er zijn onderzoekers die denken dat het luchtdrukverschil meer dan 100 hPa kan zijn. De gevaarlijkste tornado’s ontstaan in een zogenoemde supercel (figuur 2), een groot onweersgebied dat op één plek een sterk stijgende luchtstroming heeft en daarnaast een sterk dalende luchtstroming (valwind).



▲ **figuur 3** gevolgen van de tornado die op 25 juni 1967 over Chaam en Tricht raasde



▲ **figuur 4** een gravure van de ingestorte Domkerk in Utrecht

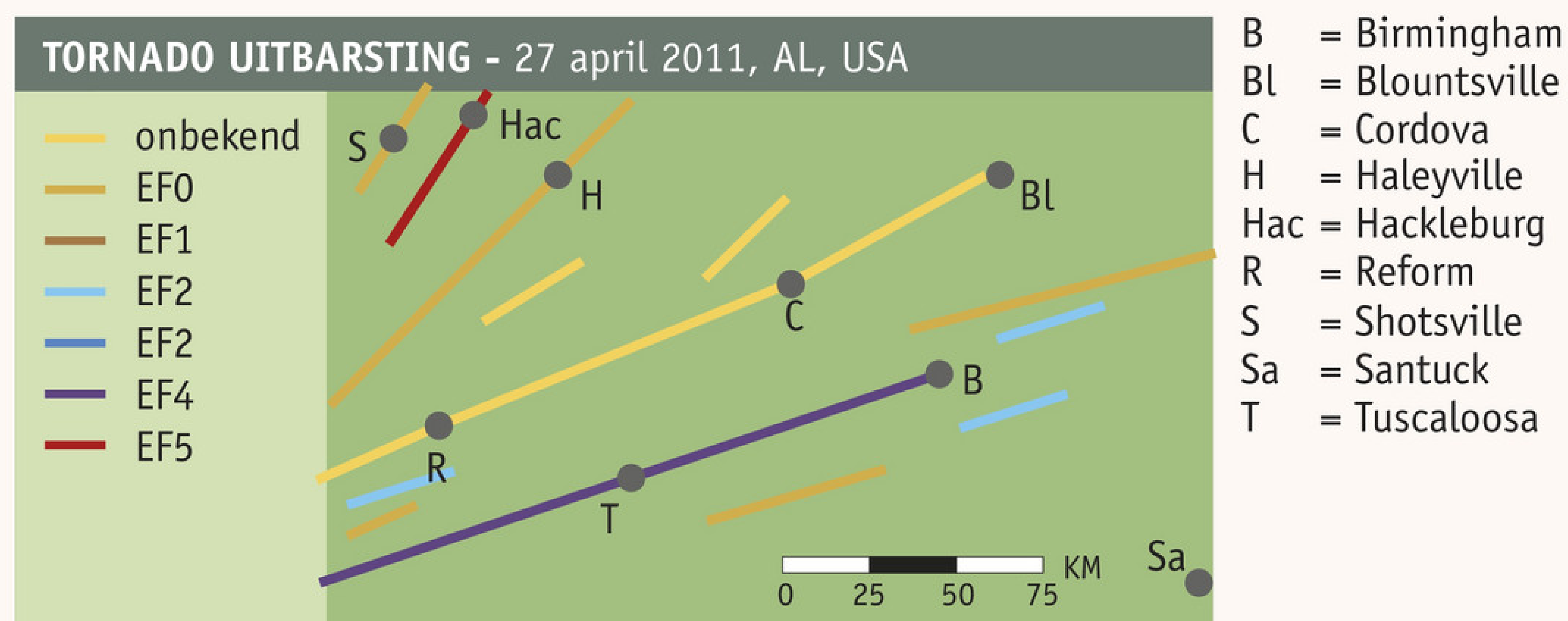
Een supercel is het zwaarste onweer dat kan voorkomen. Doordat continu energie wordt aangevoerd, kan de onweersbui erg lang duren. Meestal gaat een supercel gepaard met zware neerslag, enorm harde windstoten en veel bliksem.

Tornado's in Nederland

De omstandigheden die in de VS leiden tot het ontstaan van tornado's vind je nergens anders. Toch komen in een groot deel van Europa wel degelijk tornado's voor, ook in Nederland, alleen veel minder vaak. In de vorige eeuw waren er in Nederland bijvoorbeeld sterke tornado's op 23 augustus 1950, waarbij de Veluwe door een zware windhoos werd getroffen. Bij deze windhoos vielen geen slachtoffers omdat de tornado grotendeels over bosgebied raasde, maar er werd wel een aantal boerderijen verwoest. Op 25 juni 1967 was er een tornado bij Chaam en Tricht in Noord-Brabant (figuur 3). Deze tornado was minder sterk, maar doordat hij over een dichter bevolkt gebied trok, vielen er zeven doden en werden zo'n 300 woningen verwoest. Ook eerder in de geschiedenis kwamen er tornado's voor in Nederland, zoals op 1 augustus 1674, toen een gedeelte van de Domkerk in Utrecht door een tornado instortte (figuur 4). Sindsdien ligt er daarom een plein tussen de Domtoren en de rest van de kerk.

Een dodelijke windhoos

Op 27 april 2011 werd Tuscaloosa, een stad in de Verenigde Staten, getroffen door een enorme tornado met kracht EF4. Er vielen 64 doden, meer dan 1500 gewonden en duizenden woningen werden verwoest. Van 24 tot en met 28 april van dat jaar werden in de zuidelijke staten van de Verenigde Staten 358 tornado's geteld. In totaal kwamen daarbij 324 mensen om het leven. Nog geen twee weken daarvoor had het zuiden ook al een record aantal tornado's geteld. Een kleine maand later vielen er 158 doden toen een tornado door het stadje Joplin in Missouri raasde.



▲ **figuur 5** de kracht van de tornado op 27 april 2011

▼ **tabel 1** de schaal van Fujita

windsnelheid (km h^{-1})	schaal van Fujita
<117	F-0
118 - 180	F-1
181 - 251	F-2
252 - 330	F-3
331 - 417	F-4
418 - 511	F-5

▼ **tabel 2** de *Enhanced Fujita scale*

windsnelheid (km h^{-1})	schaal van Fujita
105 - 137	EF0
138 - 178	EF1
179 - 218	EF2
219 - 266	EF3
267 - 322	EF4
>322	EF5

De schaal van Fujita

Tornado's worden ingedeeld naar de schaal van Fujita (F; tabel 1). Deze schaal is vergelijkbaar met de schaal van Beaufort, een classificatiesysteem voor windsnelheid. Sinds februari 2007 is de schaal van Fujita aangescherpt tot de *Enhanced Fujita scale* (EF; tabel 2).

Opdrachten

Bestudeer eerst de theorie van dit hoofdstuk voordat je de volgende opdrachten uitvoert.

1 Luchtdruk
Binnen in een tornado is de luchtdruk verlaagd, maar hier zijn weinig betrouwbare metingen van. Waarom is het zo moeilijk om goede metingen aan de luchtdruk in een tornado te doen?

2 Woning
Vroeger werd beweerd dat een woning uit elkaar zou spatten door de lage luchtdruk in een tornado. Stel dat de luchtdruk binnen in een tornado 50 hPa kleiner is dan de omringende luchtdruk. Een huis staat precies in het pad van deze tornado. Binnen in het huis is de luchtdruk niet verlaagd. De kracht die op een oppervlak zoals een ruit wordt uitgeoefend door een verschil in luchtdruk bereken je met:

$F = \Delta p \cdot A$

Hierin is:
- F de kracht die door het drukverschil wordt uitgeoefend op de ruit (in N);
- p het drukverschil tussen voor- en achterkant van de ruit (in Pa of N m^{-2});
- A het oppervlak van de ruit (in m^2).

a Bereken hoe groot de kracht is die op een ruit met een oppervlak van 1,4 m^2 werkt.

Tegenwoordig wordt gedacht dat de meeste schade wordt veroorzaakt door de kracht van de wind.

b Leg uit waarom het uit elkaar spatten volgens de oude bewering waarschijnlijk niet gebeurt.

3 Dust devil
In een windhoos draait de lucht in rondjes. Tornado's in de Venigde Staten draaien meestal in dezelfde richting.

a Leg uit waarom de draaiing in een tornado een voorkeursrichting heeft.

Een dust devil ontstaat als de bodem sterk wordt opgewarmd. De warme lucht wil opstijgen, zodat een instabiele situatie ontstaat. Als dan een bel warme lucht opstijgt, kan er een werveling ontstaan. In een dust devil is er geen voorkeursrichting in de draaiing.

b Leg uit waarom een tornado wel een voorkeursrichting heeft en een dust devil niet.

4 Tornado
Een tornado ontstaat als warme vochtige lucht onder een laag koudere lucht ligt. De tornado wordt zichtbaar als waterdamp gaat condenseren.
Een laag warme lucht van 35 °C heeft een relatieve vochtigheid van 70%.
Bepaal bij welke temperatuur de waterdamp in deze lucht gaat condenseren. Gebruik hierbij figuur 11 uit paragraaf 3.

1 Eigenschappen van de atmosfeer

In deze paragraaf leer je:
- de eigenschappen druk en temperatuur van de atmosfeer kennen;
- dat de druk van een gas omgekeerd evenredig is met het volume;
- enkele eenheden voor luchtdruk kennen.

De atmosfeer, ook wel dampkring genoemd, is een laag lucht die de aarde bedekt. Zonder de atmosfeer zou leven op aarde niet mogelijk zijn.

Samenstelling en dichtheid

In de onderste 15 km van de atmosfeer bevindt zich bijna 90% van de totale hoeveelheid lucht. Vergeleken met de straal van de aarde (6378 km) is dit een dunne laag (figuur 1). Lucht bevat ongeveer 21% zuurstof (O_2), 78% stikstof (N_2) en nog 1% andere stoffen.

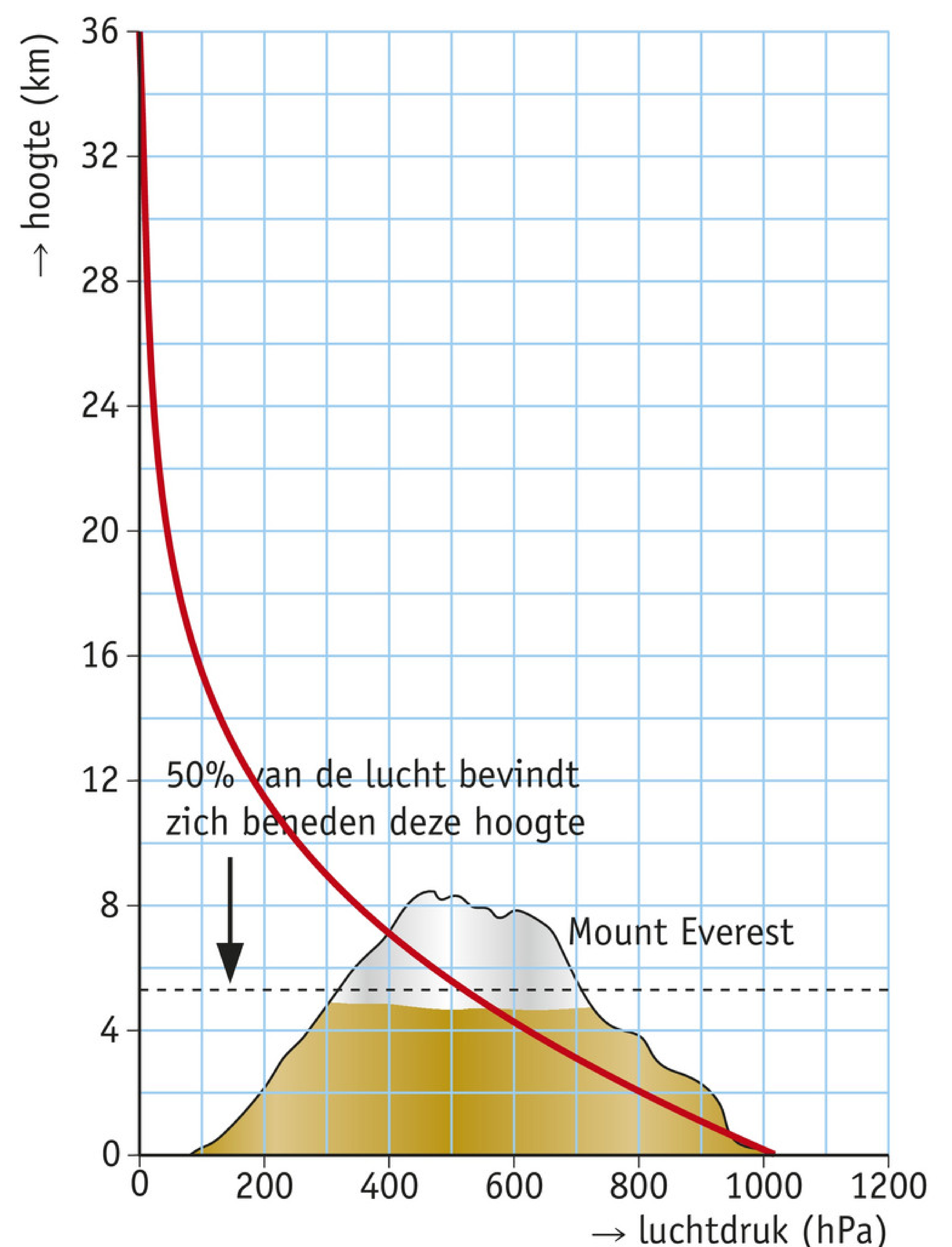
Hoger in de atmosfeer is de lucht minder dicht. Op zeeniveau heeft lucht een dichtheid ρ van ongeveer 1,3 $kg\,m^{-3}$. Deze dichtheid is afhankelijk van de luchtdruk en de temperatuur. Als je hoger komt, neemt de luchtdruk af en daarmee ook de dichtheid. Boven op de Mount Everest (8848 m) is de dichtheid van lucht afgenomen naar $\rho = 0{,}47\ kg\,m^{-3}$. In figuur 2 kun je zien hoe de drukverdeling in de aardse atmosfeer afhangt van de hoogte boven het aardoppervlak.

Druk en luchtdruk

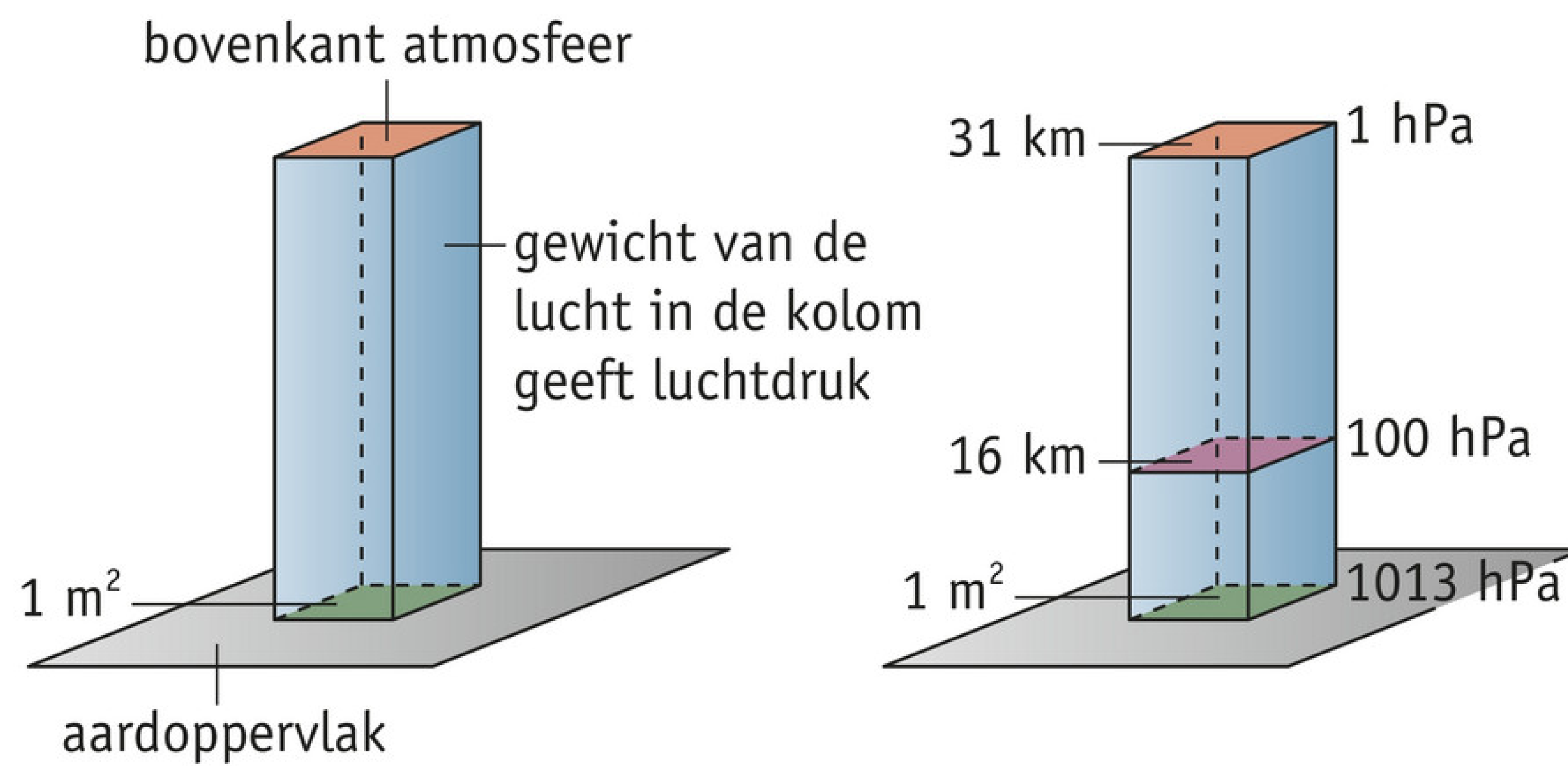
Hoe hoger in de atmosfeer, hoe lager de luchtdruk. De afnemende luchtdruk heeft te maken met de hoeveelheid lucht die zich boven je bevindt (figuur 3). **Druk** is de kracht die op een oppervlak van één vierkante meter wordt uitgeoefend, met als eenheid $N\,m^{-2}$. Deze eenheid heeft een eigen naam: pascal (Pa). Er geldt: $1\ Pa = 1\ N\,m^{-2}$.



▲ **figuur 1** Vanuit de ruimte kun je zien dat de atmosfeer maar een dun laagje is.



▶ **figuur 2** afname van de luchtdruk met de hoogte



▲ **figuur 3** Een kolom lucht drukt op de aarde.

Op zeeniveau is de gemiddelde luchtdruk $1{,}013 \cdot 10^5$ Pa. De **luchtdruk** wordt meestal opgegeven in hectopascal (hPa), dus $1{,}013 \cdot 10^5$ Pa = 101 300 Pa = 1013 hPa. De luchtdruk kun je met een barometer meten. Op een barometer staat vaak een schaal in millibar (mbar): 1 mbar = 1 hPa. Soms wordt ook de gemiddelde luchtdruk op zeeniveau als eenheid gebruikt, de atmosfeer (atm). Eén atmosfeer is dan gedefinieerd als 1013,25 hPa.

Verband tussen druk en dichtheid

De dichtheid van een gas hangt af van de druk. Als je bij een constante temperatuur een bepaalde hoeveelheid gas samenperst, neemt de druk toe, terwijl het volume afneemt. Bij een constante temperatuur geldt dat de druk van een gas omgekeerd evenredig is met het volume. Je kunt dit als volgt opschrijven:

$$p \cdot V = \text{constant}$$

Hierin is:
- p de druk die deze hoeveelheid gas heeft bij volume V in newton per vierkante meter ($N\,m^{-2}$);
- V het volume dat een bepaalde hoeveelheid gas inneemt in kubieke meter (m^3).

Je kunt dus de druk en het volume van een gas in verschillende omstandigheden, maar wel bij dezelfde temperatuur met elkaar vergelijken. Er geldt dan:

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$$

Hierin is:
- p_1 de druk die deze hoeveelheid gas heeft bij volume V_1 in newton per vierkante meter ($N\,m^{-2}$);
- V_1 het volume dat een bepaalde hoeveelheid gas inneemt in kubieke meter (m^3);
- p_2 de druk die deze hoeveelheid gas heeft bij het volume V_2 in newton per vierkante meter ($N\,m^{-2}$);
- V_2 het volume van diezelfde hoeveelheid gas als het is samengeperst of juist is uitgezet in kubieke meter (m^3).

Je mag in deze formule ook andere eenheden voor p en V gebruiken, als je links en rechts van het isgelijkteken maar dezelfde eenheden gebruikt.

Aangezien de dichtheid van een gas gelijk is aan de massa van dat gas gedeeld door het volume, kun je hiermee afleiden dat de dichtheid evenredig is met de druk.

▶ **EXPERIMENT 1** Verband tussen druk en volume bij een gas (onderzoekspracticum)

Voorbeeldopgave 1

Op zeeniveau, bij een druk van 1013 hPa, heeft de lucht een dichtheid van 1,28 $kg\,m^{-3}$.
Wat is de dichtheid van de lucht bij dezelfde temperatuur op 6000 m hoogte, als de druk daar 472 hPa is?

Uitwerking
Een dichtheid van 1,28 $kg\,m^{-3}$ betekent dat een volume van één kubieke meter een massa heeft van 1,28 kg. Dit geldt voor een druk van 1013 hPa.
De formule $p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$ kun je dus schrijven als:
$1013 \text{ hPa} \times 1{,}00 = 472 \cdot V_2$

$$V_2 = \frac{1013}{472} = 2{,}15 \text{ m}^3$$

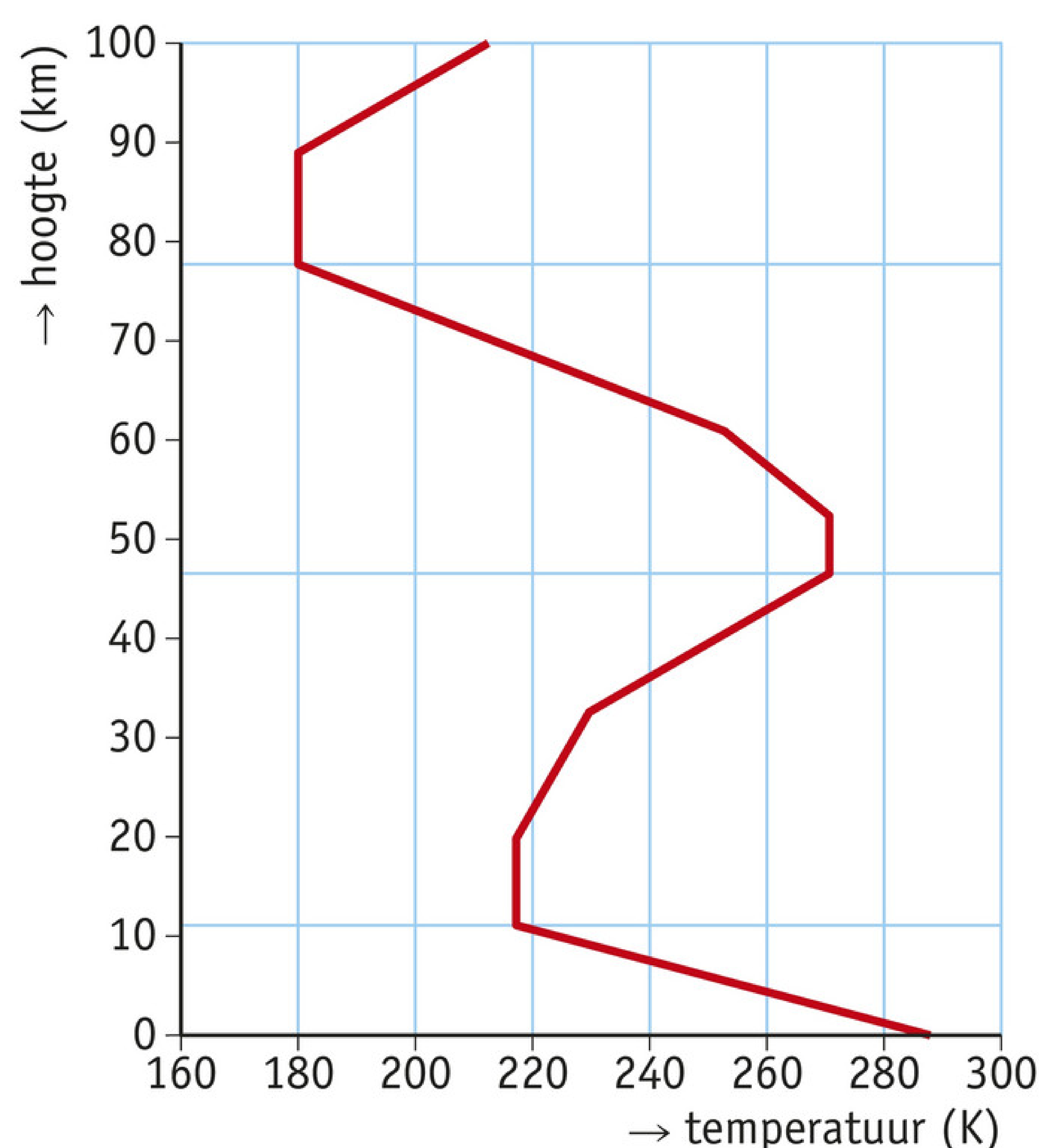
Dit geldt voor dezelfde hoeveelheid lucht. Dus bij deze druk neemt 1,28 kg lucht een volume in van 2,15 m^3.
De dichtheid is dus:

$$\rho = \frac{m}{v} = \frac{1{,}28}{2{,}15} = 0{,}595 \text{ kg m}^{-3}$$

De dichtheid is op 6000 m hoogte bij dezelfde temperatuur gedaald tot 0,595 $kg\,m^{-3}$.

Temperatuurverloop in de atmosfeer

Hoe hoger je in de bergen komt, hoe kouder het wordt. De zon verwarmt het aardoppervlak. Daardoor gaat het aardoppervlak zelf meer warmte uitstralen. Die uitgestraalde warmte verwarmt het onderste deel van de atmosfeer, zodat het daar warmer is dan hogerop. Bij deze opwarming speelt de samenstelling van de atmosfeer een grote rol. Sommige stoffen absorberen veel meer warmte dan andere stoffen. Hierdoor neemt de temperatuur niet gelijkmatig met de hoogte af. Op sommige hoogten neemt de temperatuur juist weer toe (figuur 4).



▲ **figuur 4** de hoogte in de atmosfeer afgezet tegen de temperatuur

Onthoud!

- Veelgebruikte eenheden voor luchtdruk zijn pascal en millibar: 1 Pa = 1 $N m^{-2}$; 1 hPa = 1 mbar.
- Voor een hoeveelheid gas die wordt samengeperst of uitzet geldt: $p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$ (bij constante temperatuur).
- De dichtheid van de lucht en de luchtdruk nemen af naarmate de afstand tot het zeeniveau (naar boven) toeneemt.

Opdrachten

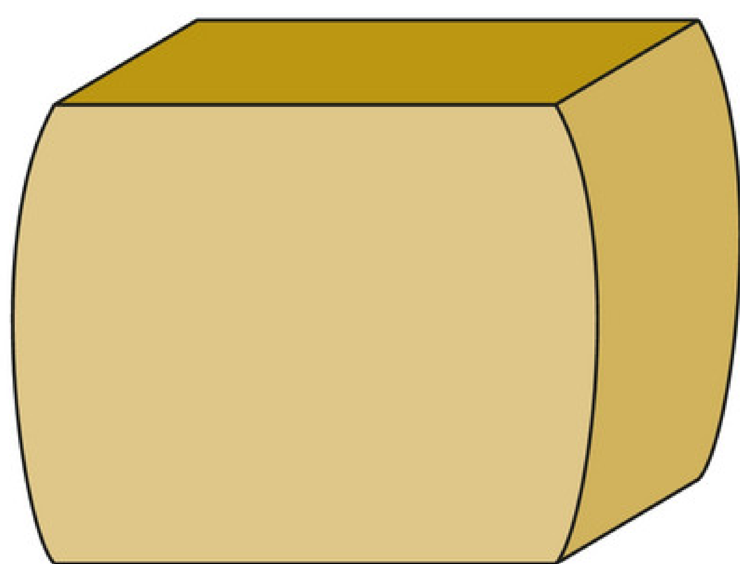
1 Kennisvragen
In natuurkundige modellen van de atmosfeer speelt een aantal begrippen een belangrijke rol.
a Geef een andere naam voor atmosfeer.
b Welke natuurkundige grootheden hebben invloed op de dichtheid van een gas?
c Geef het verband tussen druk en dichtheid.

2 Tornado
Bij het ontstaan van een tornado speelt opstijgende warme lucht een belangrijke rol.
Leg uit dat warme lucht opstijgt. Gebruik het woord ‘dichtheid’ in je antwoord.

3 Mount Everest
Op de top van de Mount Everest is de luchtdruk 314 hPa en de dichtheid van de lucht 0,47 $kg m^{-3}$. Op zeeniveau is de luchtdruk 1013 hPa.
a Bereken met deze gegevens hoe groot de dichtheid op zeeniveau zou zijn.
b Vergelijk de dichtheid die je hebt berekend met de gegevens in deze paragraaf en leg uit waarom er tussen die gegevens eventueel een verschil is.

4 Hoogteziekte
Vanaf 2500 m hoogte kun je last krijgen van hoogteziekte. Op 2500 m hoogte is de druk 747 hPa. Per ademhaling van 500 mL krijg je daarom minder lucht binnen dan op zeeniveau, waar $\rho = 1{,}3$ $kg m^{-3}$ en $p = 1013$ hPa.
a Bereken hoeveel gram lucht je op 2500 m hoogte per ademhaling inademt.
b Bereken hoeveel procent dat is van de hoeveelheid lucht die je op zeeniveau per ademhaling inademt.

5 Doos
Een doos met rechte zijden is onder grote druk vervormd (figuur 5).
Leg uit hoe je kunt zien of deze doos is vervormd door een hoge waterdruk of dat hij door de druk onder een zwaar voorwerp is vervormd.



▲ **figuur 5** Ten gevolge van druk is deze doos vervormd.

+6 Luchtkolom
De druk die een kolom lucht (met hoogte h) boven je uitoefent kun je berekenen met de formule:

$$p = \rho \cdot g \cdot h$$

Hierin is:
- ρ de (constante) dichtheid van het gas in kilogram per kubieke meter ($kg\,m^{-3}$);
- h de hoogte van de luchtkolom in meter (m);
- g de valversnelling in $m\,s^{-2}$.

Op zeeniveau is de druk 1013 hPa, de dichtheid 1,3 $kg\,m^{-3}$ en de valversnelling 9,8 $m\,s^{-2}$.

a Bereken met deze gegevens hoe hoog de luchtkolom zou moeten zijn om een druk van 1013 hPa uit te kunnen oefenen.

In werkelijkheid is de hoogte van de luchtkolom (de dikte van de atmosfeer) veel groter.

b Leg uit waar dat (grote) verschil door komt.

+7 Dichtheid
Gebruik $p \cdot V$ = constant om aan te tonen dat de dichtheid van een gas recht evenredig is met de druk.

2 Wind

In deze paragraaf leer je:
- hoe wind ontstaat;
- wat het corioliseffect is;
- welke gevolgen het corioliseffect op de windrichting heeft;
- wat isobaren zijn en hoe deze samenhangen met de wind.

In paragraaf 1 is uitgelegd hoe de druk met hoogte afneemt. De luchtdruk kan ook variëren aan het aardoppervlak. Als er luchtdrukverschillen zijn, gaat het waaien.

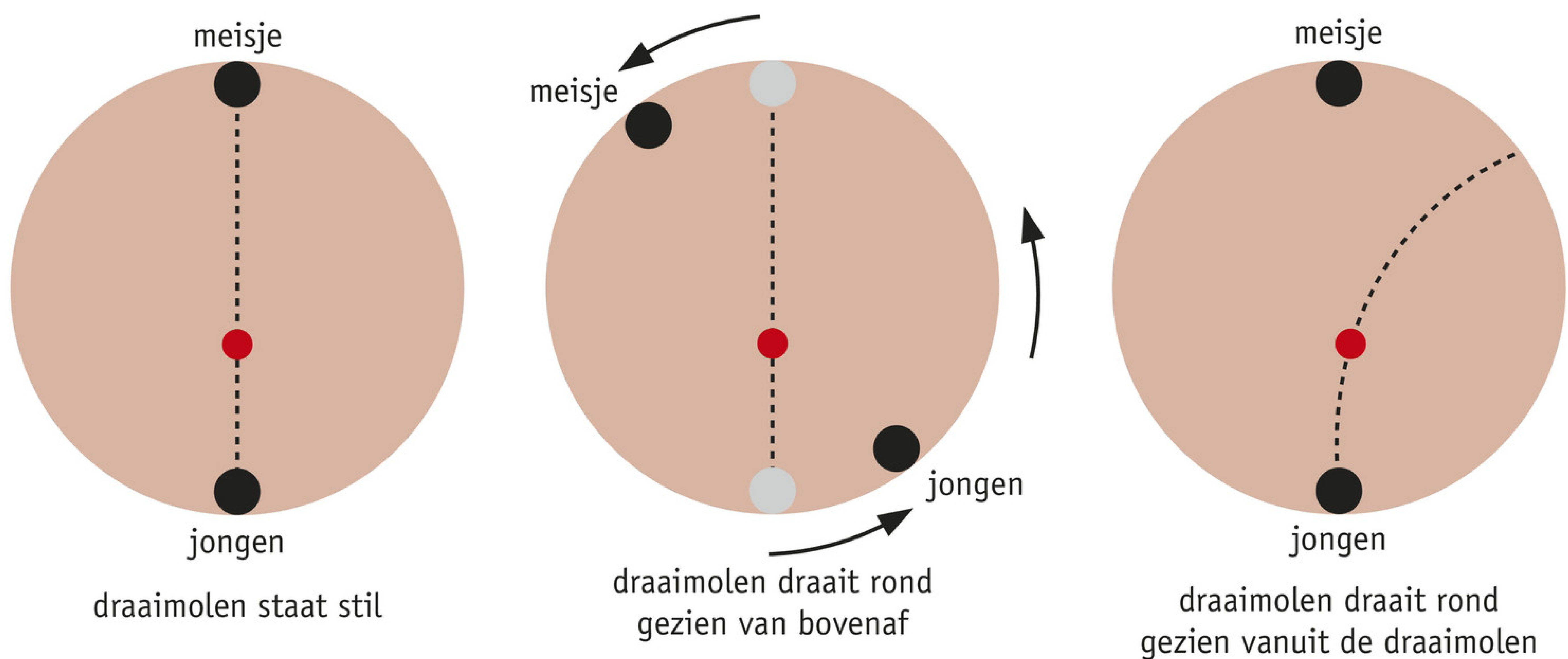
Hoge en lage druk

Luchtdrukverschillen zorgen ervoor dat lucht gaat bewegen. Er werkt een kracht op een hoeveelheid lucht. Die kracht werkt vanaf een plek met hoge druk naar een plek met lage druk. Zo ontstaat er stroming in de lucht. Door die stroming worden de luchtdrukverschillen opgeheven. Als je bijvoorbeeld twee vaten met een slang met elkaar verbindt en dan in één vat de lucht samenperst, zal er lucht stromen vanuit het vat met samengeperste lucht naar het andere vat totdat de druk in beide vaten even groot is. Zo werkt een fietspomp. De lucht in de pomp wordt zo ver samengeperst dat de druk groter wordt dan de druk in de band. Daardoor stroomt er lucht uit de fietspomp naar de band.

Als dit ook zo zou werken bij luchtdrukverschillen in de atmosfeer, dan zouden hogedrukgebieden en lagedrukgebieden snel verdwijnen. Maar er is een complicatie die wordt veroorzaakt doordat de aarde om haar as draait. De lucht stroomt dus over een draaiende aarde. De lucht begint van een hogedrukgebied in de richting van een lagedrukgebied te stromen. Maar door

de draaiing van de aarde krijgt de beweging van de lucht een afwijking. Vergelijk het met de volgende situatie. Je zit op een draaimolen en je wilt een bal naar iemand aan de andere kant van de draaimolen gooien. Als de draaimolen stilstaat, gebeurt er niets bijzonders (figuur 6a). Als de draaimolen ronddraait, gebeurt er wat anders. Als je van bovenaf kijkt en zelf niet meedraait, zie je de bal in een rechte lijn gaan (figuur 6b). Terwijl de bal in een rechte lijn beweegt, draaien de personen op de draaimolen verder. Voor degenen die op de draaimolen meedraaien, lijkt de bal een boog te maken (figuur 6c). De bal lijkt dan af te wijken van de baan volgens de wetten van Newton (figuur 6a). Deze afwijking heet het **corioliseffect**.

De aarde kun je vergelijken met een draaimolen. Als je een bal naar iemand gooit, dan is het corioliseffect zo klein dat je er niets van merkt. Bij gewone metingen in een laboratorium is het effect ook verwaarloosbaar klein. Bij grootschalige luchtstromingen moet je echter wel rekening houden met het corioliseffect. Het lijkt dan alsof er een extra kracht op de lucht werkt, die ervoor zorgt dat de luchtstroming een afwijking krijgt. Deze wordt daarom soms de corioliskracht genoemd, maar het is geen echte kracht, het is alleen een gevolg van de draaiing van de aarde.



▲ **figuur 6a** Als de draaimolen stilstaat, volgt de bal een rechte lijn.

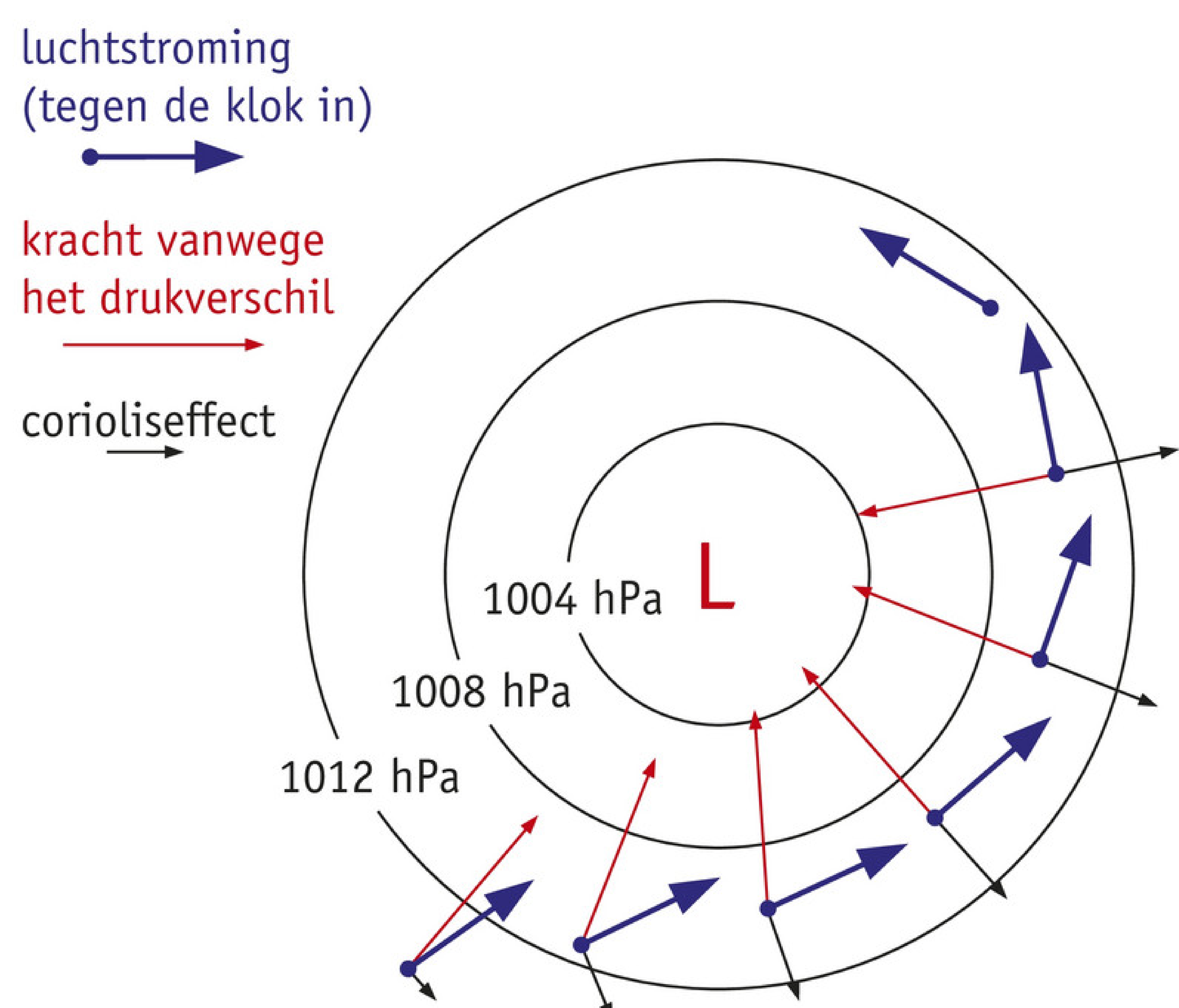
▲ **figuur 6b** Als je zelf niet meedraait met de draaimolen, zie je dat de bal nog steeds een rechte lijn volgt.

▲ **figuur 6c** Voor de personen op de draaimolen lijkt het alsof de bal een boog maakt.

Het gevolg voor de luchtstroming is dat deze op het noordelijk halfrond een afwijking naar rechts krijgt. Op het zuidelijk halfrond krijgt de luchtstroming een afwijking naar links.

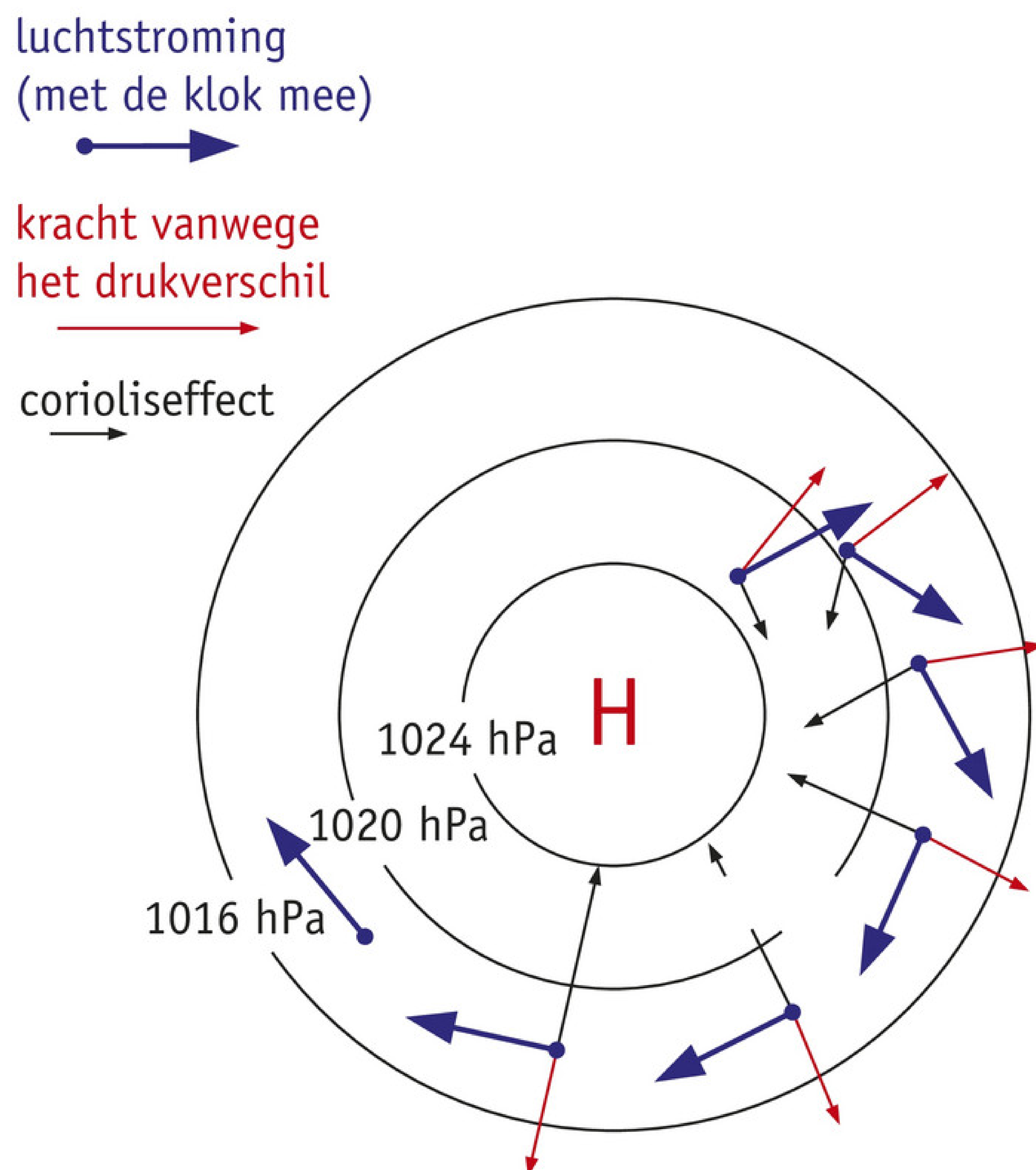
Draaiing

Door het corioliseffect stroomt de lucht niet rechtstreeks van een hogedrukgebied naar een lagedrukgebied. De stroming krijgt een afwijking. Dit effect is zelfs zo groot dat de lucht niet meer naar het lagedrukgebied toestroomt, maar eromheen gaat draaien (figuur 7).



▶ **figuur 7** stroming om een lagedrukgebied op het noordelijk halfrond

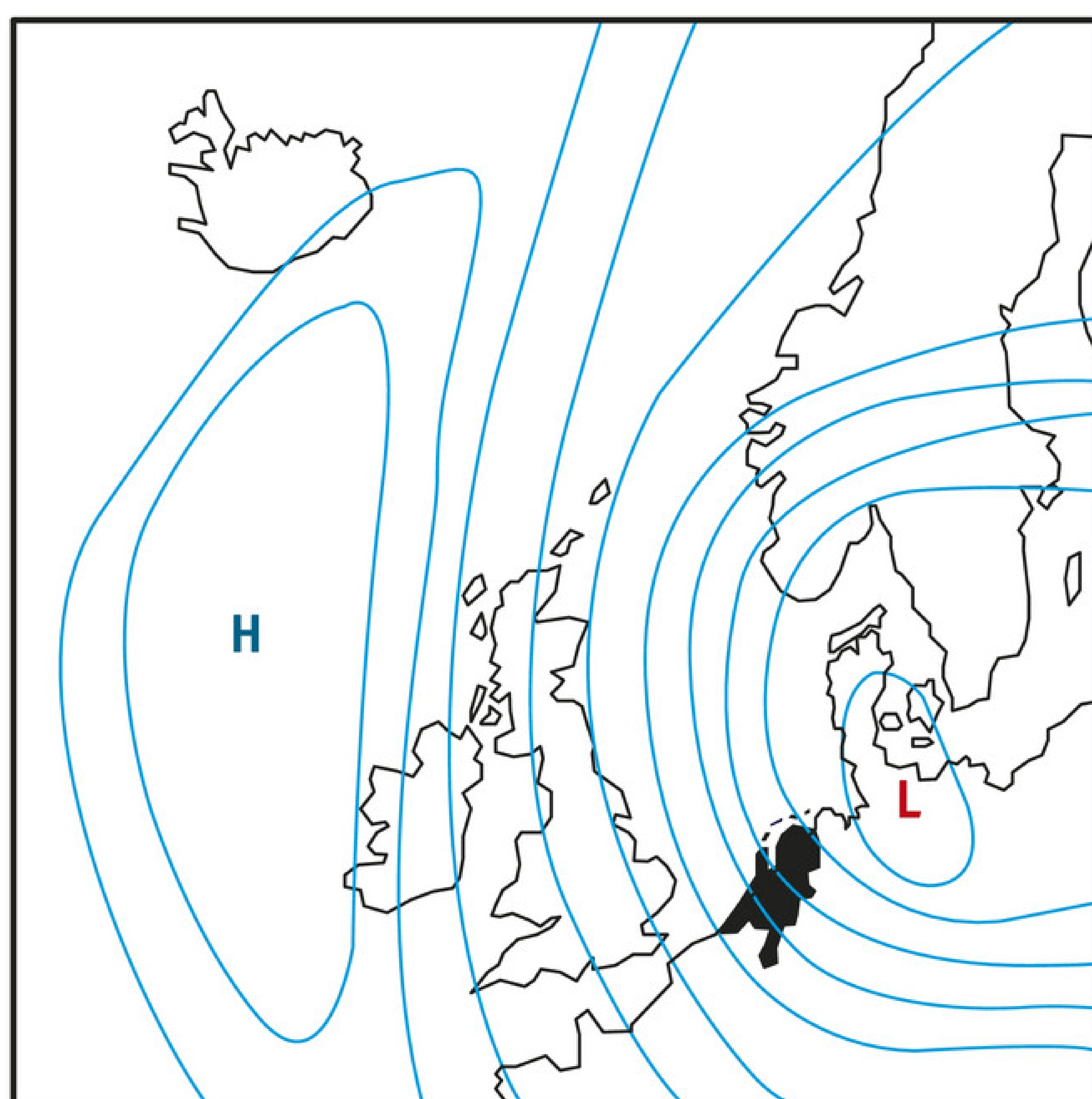
Om een lagedrukgebied op het noordelijk halfrond draait de wind tegen de klok in. Het luchtdrukverschil wordt daardoor niet meteen opgeheven. Het lagedrukgebied blijft een tijd bestaan.
Er gebeurt iets vergelijkbaars bij een hogedrukgebied. De lucht wil wegstromen van het hogedrukgebied, maar krijgt op het noordelijk halfrond een afwijking naar rechts. De lucht gaat zelfs om het hogedrukgebied heen draaien, in plaats van weg te stromen (figuur 8). Op deze manier ontstaat om een hogedrukgebied een stroming met de klok mee. Dit geldt alleen voor het noordelijk halfrond; op het zuidelijk halfrond is het precies andersom.



▲ **figuur 8** stroming om een hogedrukgebied op het noordelijk halfrond

Isobaren

Een **isobaar** is een denkbeeldige lijn die op een weerkaart plekken in een gebied met gelijke luchtdruk verbindt (figuur 9). Vaak wordt de luchtdruk op zo'n isobaar aangegeven in de eenheid hectopascal (hPa).



◀ **figuur 9** de luchtdrukverdeling boven Nederland op een willekeurige dag

Met behulp van deze isobaren kun je in beperkte mate met enkele vuistregels de richting en sterkte van de wind 'voorspellen':
- De windrichting op een plek is gelijk aan de richting van de isobaar.
- Hoe dichter de isobaren bij elkaar liggen, hoe sterker de wind. Dit effect wordt echter wel zwakker naarmate je je verder van de evenaar bevindt.

- Voor de richting van de wind (op het noordelijk halfrond) geldt de **wet van Buys Ballot**: als je met je rug naar de wind gaat staan, dan ligt het lagedrukgebied links van je en het hogedrukgebied rechts van je.

Onthoud!

- Lucht stroomt van een plek met hoge druk naar een plek met lage druk.
- Door de draaiing van de aarde krijgt de luchtstroming onder invloed van het coriolis-effect een afwijking. Op het noordelijk halfrond is deze afwijking naar rechts.
- De lucht stroomt daardoor niet rechtstreeks van een hogedrukgebied naar een lagedrukgebied, maar gaat draaien om een hoge- of lagedrukgebied.
- Op het noordelijk halfrond draait de lucht tegen de klok in om een lagedrukgebied, en met de klok mee om een hogedrukgebied. Op het zuidelijk halfrond is dat precies andersom.

Opdrachten

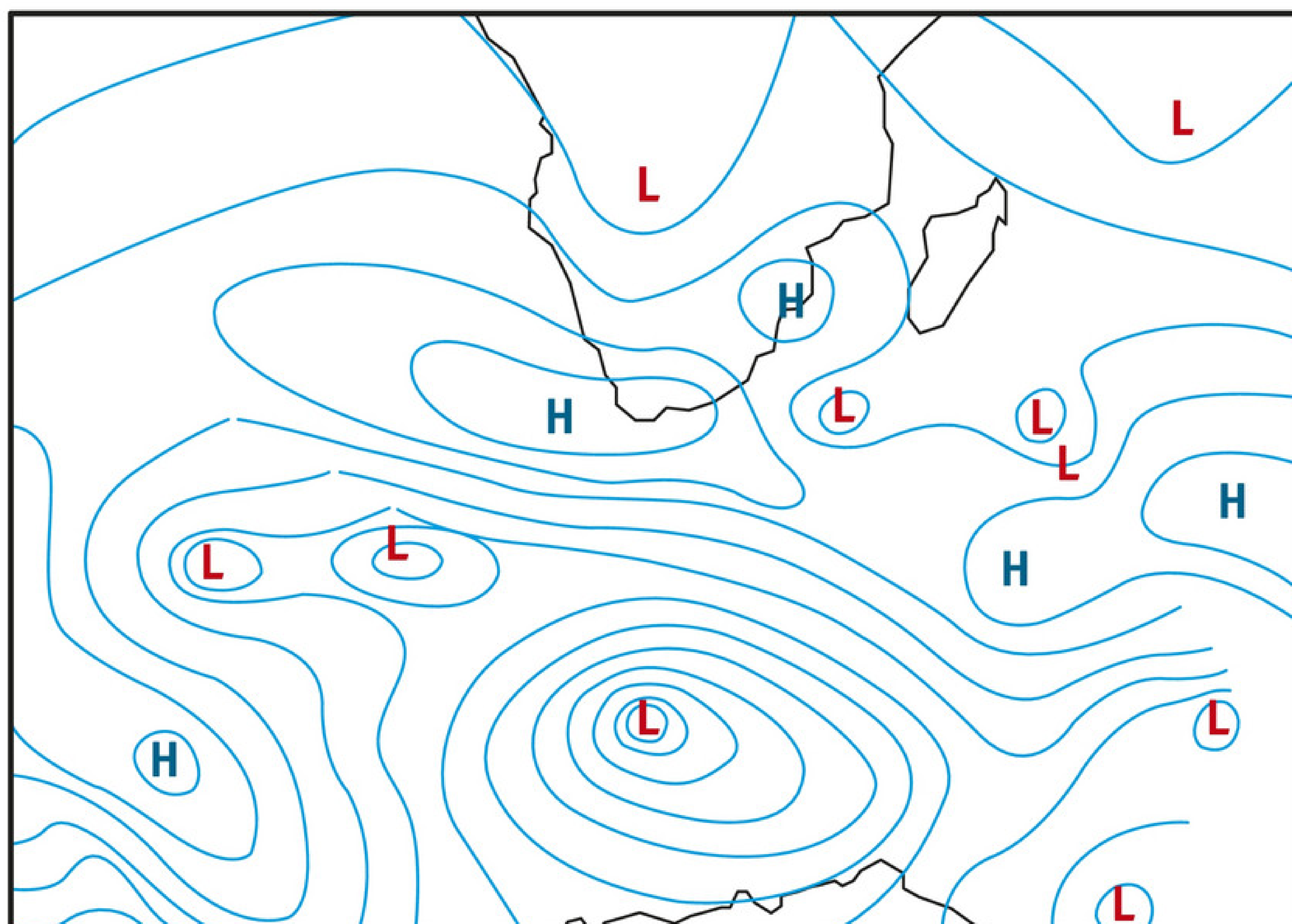
8 Luchtstroming
Lucht stroomt niet rechtstreeks van een hogedrukgebied naar een lagedrukgebied.
a Geef de naam van het effect dat hiervoor zorgt.
b Leg uit waardoor dit effect wordt veroorzaakt.

9 Storm
Als het stormt in Nederland kun je dat ook op een weerkaart herkennen. Kies het juiste alternatief.
Op de weerkaart liggen de isobaren dan *ver uit elkaar* / *dicht bij elkaar*.

10 Stroming
Hoge- en lagedrukgebieden blijven vaak langere tijd bestaan.
Leg uit waarom de stroming in de lucht er niet voor zorgt dat de hoge- en lagedrukgebieden elkaar zo snel mogelijk opheffen.

11 Windrichting
Op de weerkaart in figuur 9 zijn een hoge- en lagedrukgebied aangegeven.
Leg uit uit welke richting de wind op die dag in Nederland waaide.

12 Weerkaart
In figuur 10 zie je een weerkaart waarop hoge- en lagedrukgebieden zijn aangegeven. Het is een weerkaart voor een gebied op het zuidelijk halfrond.
Teken in deze kaart met enkele pijlen hoe de luchtstromingen hier zullen lopen.



◀ **figuur 10** de luchtdrukverdeling boven een gebied op het zuidelijk halfrond

13 Nederland
Een lagedrukgebied ligt ten noorden van Nederland.
Leg uit vanuit welke richting de wind in Nederland waait.

14 Wind
Tussen een hogedrukgebied en een lagedrukgebied gaat het waaien. Stel dat op een dag de wind in Nederland uit het oosten komt.
Leg uit waar het hogedrukgebied en het lagedrukgebied zich ten opzichte van jou bevinden als je met je rug naar de wind staat.

3 Neerslag

In deze paragraaf leer je:
- wat absolute en relatieve luchtvochtigheid betekent en hoe je deze berekent;
- wat het dauwpunt is en hoe dat samenhangt met de temperatuur;
- wanneer waterdamp in de lucht gaat condenseren.

Lucht kan water bevatten. Zolang het als waterdamp in de lucht zit, zie je dat water niet. Als de hoeveelheid waterdamp in de lucht te groot wordt, gaat de waterdamp condenseren. Onder bepaalde omstandigheden kan het dan gaan regenen of sneeuwen, of er ontstaat condens op koude oppervlakken.

Luchtvochtigheid

De hoeveelheid water in de lucht noem je de **absolute luchtvochtigheid**. Deze wordt vaak uitgedrukt in het aantal gram water dat zich in één kubieke meter lucht bevindt. De eenheid is dan $g\,m^{-3}$. De absolute luchtvochtigheid is in feite de dichtheid van de waterdamp in de lucht. Het is vaak handiger om naar de **relatieve luchtvochtigheid** te kijken. De relatieve luchtvochtigheid kun je berekenen door de absolute luchtvochtigheid te delen door de maximale hoeveelheid water die één kubieke meter lucht kan bevatten. De relatieve luchtvochtigheid wordt meestal uitgedrukt als een percentage, dus je moet de uitkomst nog met 100% vermenigvuldigen.

Voorbeeldopgave 2

Lucht van 15 °C kan maximaal 12,8 g waterdamp per kubieke meter opnemen.
Bereken de relatieve luchtvochtigheid van lucht van 15 °C met een absolute luchtvochtigheid van 6,4 $g\,m^{-3}$.

Uitwerking

De relatieve luchtvochtigheid is $\frac{6,4}{12,8} \times 100\% = 50\%$.

Voorbeeldopgave 3

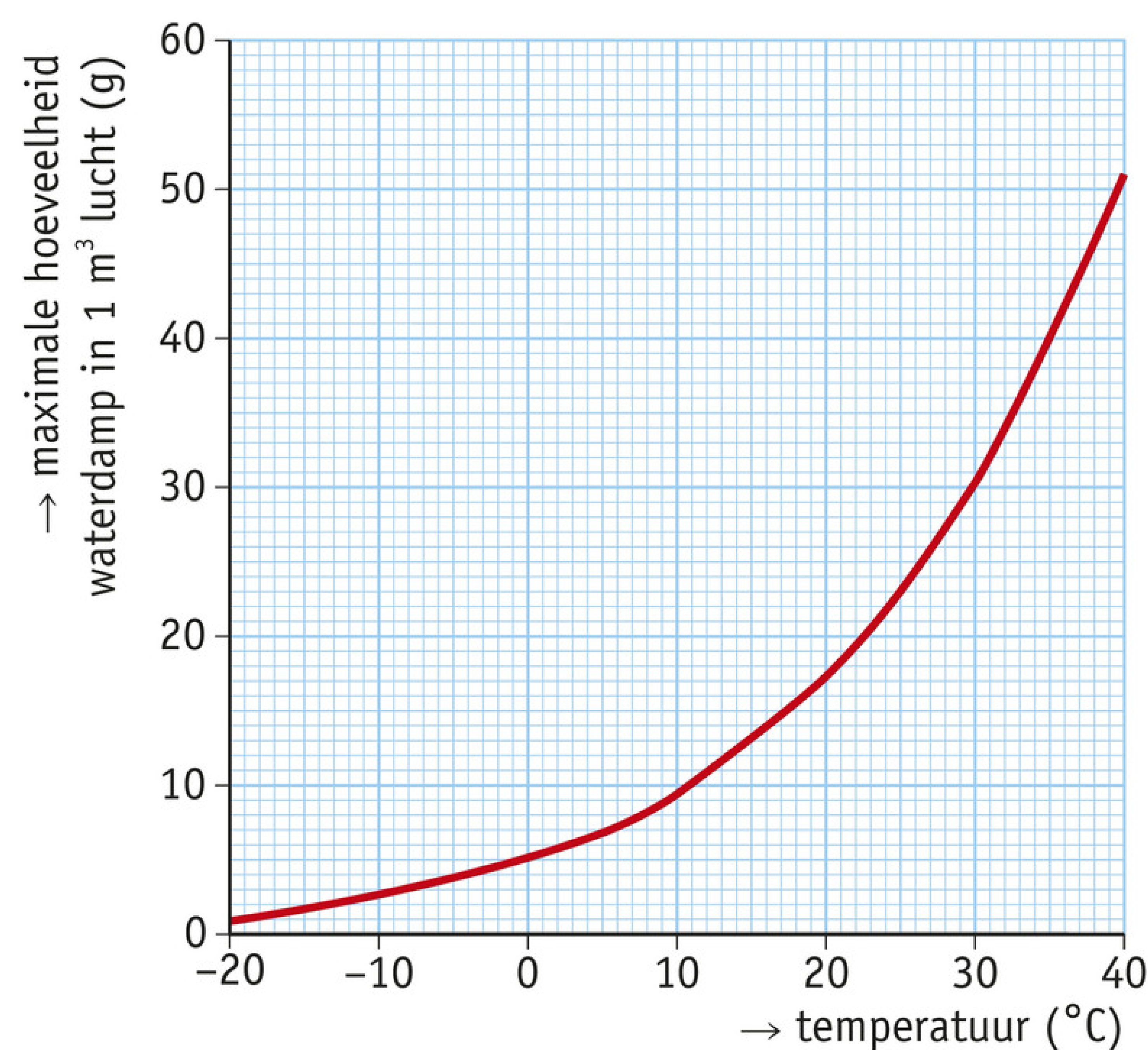
Lucht van 10 °C bevat 3,0 g waterdamp per kubieke meter.
Bepaal met behulp van figuur 11 de relatieve luchtvochtigheid.

Uitwerking
Uit de grafiek in figuur 11 lees je af dat bij 10 °C de lucht maximaal 9,5 $g\,m^{-3}$ waterdamp kan bevatten. De absolute luchtvochtigheid is 3,0 $g\,m^{-3}$.

De relatieve luchtvochtigheid is dan: $\frac{3,0}{9,5} \times 100\% = 32\%$.

Dauwpunt

Als de relatieve luchtvochtigheid 100% is, kan de luchtvochtigheid niet meer toenemen. Bij toename van de hoeveelheid waterdamp zal waterdamp gaan condenseren (figuur 11). Koude lucht kan minder waterdamp bevatten dan warme lucht. Als warme vochtige lucht afkoelt, zal bij een bepaalde temperatuur de absolute luchtvochtigheid overeenkomen met de maximale hoeveelheid waterdamp in de lucht. Bij die temperatuur is de relatieve luchtvochtigheid 100% geworden. Als de lucht nog verder afkoelt, zal waterdamp gaan condenseren. De temperatuur waarbij de relatieve luchtvochtigheid 100% is, noem je het **dauwpunt**. Het dauwpunt hangt dus af van de absolute luchtvochtigheid. Als zich meer waterdamp in de lucht bevindt, is het dauwpunt hoger.



▲ **figuur 11** de maximale hoeveelheid waterdamp in lucht

Voorbeeldopgave 4

Een hoeveelheid lucht van 20 °C heeft een absolute luchtvochtigheid van 12,5 $g\,m^{-3}$. De lucht koelt af.
Bij welke temperatuur ligt het dauwpunt van deze lucht? Gebruik figuur 11.

Uitwerking
Het dauwpunt wordt bereikt als de absolute luchtvochtigheid gelijk is aan de maximale hoeveelheid waterdamp die de lucht kan bevatten. In figuur 11 zie je dat dit het geval is bij 14 °C.

Temperatuur en dichtheid

Bij een stijging van de temperatuur zet lucht uit. Het volume dat de lucht inneemt wordt dan groter, waardoor de dichtheid kleiner wordt. Daardoor stijgt de lucht op. Als een bel warme lucht opstijgt, neemt de druk van de lucht om de bel heen af. De bel warme lucht kan dan verder uitzetten, maar daar is energie voor nodig. Daarvoor wordt de warmte in de luchtbel gebruikt, met als gevolg dat de luchtbel afkoelt. Als de bel lucht ver genoeg stijgt, komt de temperatuur beneden het dauwpunt. Op dat moment gaat de waterdamp condenseren en vormen zich zeer kleine druppeltjes: er ontstaat een wolk (figuur 12).



▲ **figuur 12** Wolken ontstaan als de waterdamp in de lucht condenseert.

Neerslag

De waterdruppeltjes waar een wolk uit bestaat zijn zó klein dat ze blijven zweven in de lucht. Als er veel warme lucht opstijgt, kan de wolk verder omhoog uitgroeien. Er condenseert meer water en de druppeltjes gaan samenklonteren. Als de waterdruppels groot genoeg zijn, wordt de zwaartekracht op de druppels groter dan de wrijvingskrachten die ze afremmen. De druppels vallen nu naar beneden: het regent.
Veel wolken groeien uit tot een hoogte waarop de temperatuur in de wolk beneden het vriespunt komt. Er ontstaan dan geen waterdruppeltjes, maar kleine ijskristalletjes. Uit deze hoge wolken valt echter niet altijd sneeuw of hagel. Dit is alleen het geval als het tot aan het aardoppervlak koud genoeg is. Anders smelten de kristalletjes onderweg naar de aarde en worden het waterdruppels.

Onthoud!

- De absolute luchtvochtigheid is de hoeveelheid waterdamp in een bepaald volume lucht. Een veelgebruikte eenheid is gram per kubieke meter ($g\,m^{-3}$).
- De relatieve luchtvochtigheid is de absolute luchtvochtigheid gedeeld door de maximale hoeveelheid waterdamp die de lucht kan bevatten bij een bepaalde temperatuur. De relatieve luchtvochtigheid wordt meestal gegeven in procent.
- Het dauwpunt van lucht is de temperatuur waarbij water in de lucht begint te condenseren. Het dauwpunt hangt af van de absolute luchtvochtigheid.
- Neerslag ontstaat doordat waterdamp condenseert en de waterdruppeltjes of ijskristalletjes samenklonteren totdat ze groot genoeg zijn om naar beneden te vallen.

Opdrachten

15 Kennisvragen
Waterdamp in lucht kan condenseren. Hierbij speelt een aantal natuurkundige begrippen een rol.
a Geef de naam van de grootheid die de hoeveelheid water aangeeft in de lucht (in $g\,m^{-3}$).
b Hoe groot is de relatieve luchtvochtigheid bij het dauwpunt?

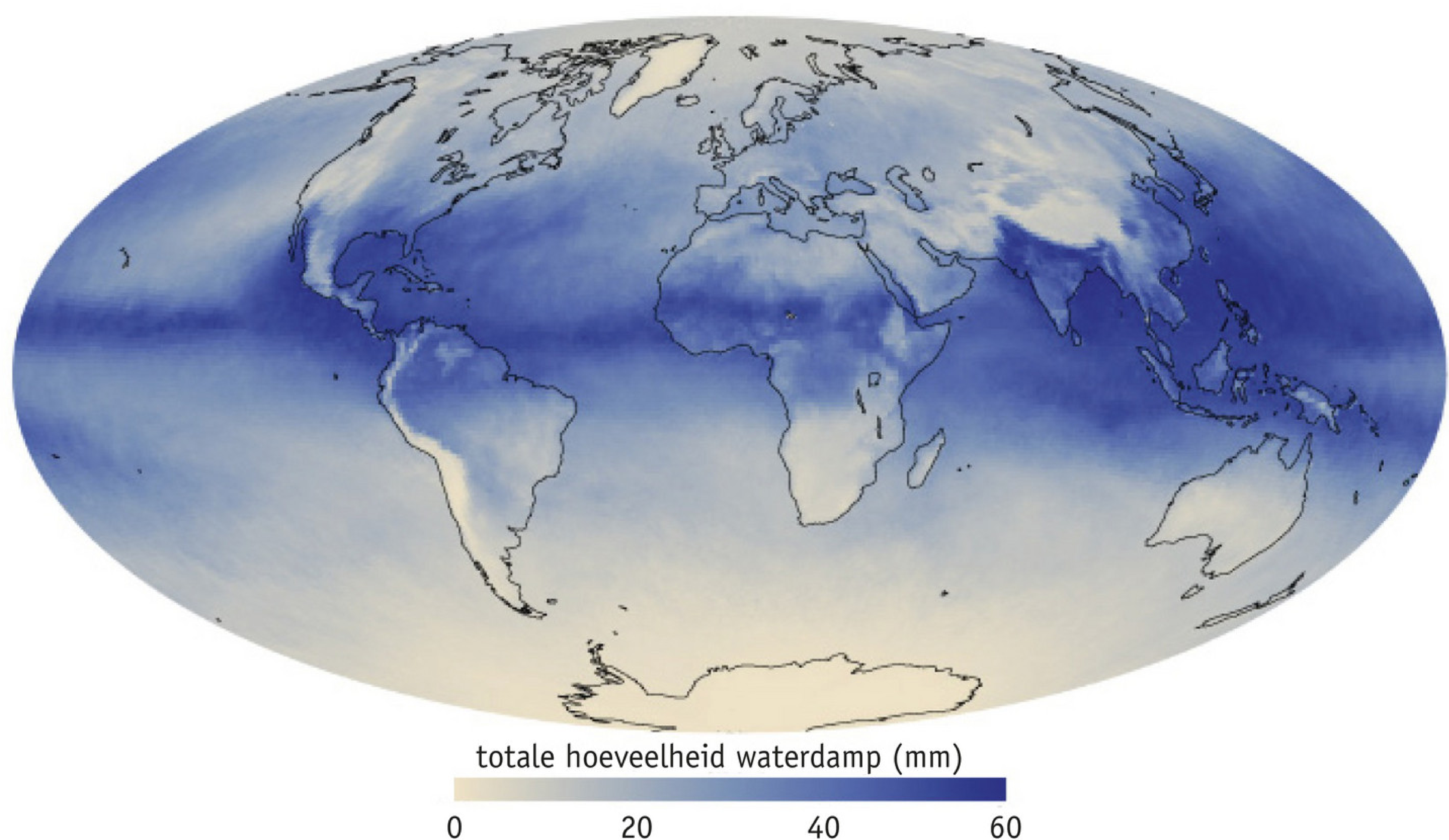
16 Warme lucht
Als de zon schijnt wordt de lucht boven land verwarmd en gaat opstijgen.
a Geef aan wat er gebeurt met de temperatuur van een bel opstijgende warme lucht.
b Geef aan wat er gebeurt met de relatieve luchtvochtigheid van deze bel.

17 Dauwpunt
Een hoeveelheid lucht van 15 °C bevat 7,7 $g\,m^{-3}$ water.
a Bepaal met behulp van figuur 11 de relatieve vochtigheid van deze hoeveelheid lucht.
b Bepaal met behulp van figuur 11 het dauwpunt van deze hoeveelheid lucht.

18 Wolken
Wolken bestaan uit zeer kleine druppels water. Op de druppels werken *drie* krachten.
a Zoek uit welke krachten er op zo'n druppel water werken.
b Leg uit hoe groot de resulterende kracht op een druppel is als hij in de lucht blijft zweven.

19 Lucht
Een hoeveelheid lucht van 32 °C heeft een relatieve luchtvochtigheid van 100%.
a Bepaal met behulp van figuur 11 de absolute luchtvochtigheid van deze hoeveelheid lucht.
b Bepaal met behulp van figuur 11 het dauwpunt van deze hoeveelheid lucht.

20 Waterdamp
In figuur 13 zie je een wereldkaart waarop de hoeveelheid waterdamp in de atmosfeer is aangegeven voor augustus 2010. De kaart is samengesteld uit gegevens die de satelliet Aqua heeft gemeten. De legenda laat zien hoe dik de waterlaag zou zijn als alle waterdamp uit de atmosfeer zou condenseren.
Leg uit waarom de lucht bij de Noordpool en de Zuidpool zo weinig waterdamp bevat.



▲ **figuur 13** waterdamp in de atmosfeer

+21 Onweersbui
In de zomer kunnen soms later op de middag onweersbuien ontstaan, soms met hevige windstoten.
Leg uit waarom zo'n bui juist later op de middag ontstaat.

22 Woestijn
Lees het artikel in figuur 14.

Water uit droge woestijnlucht

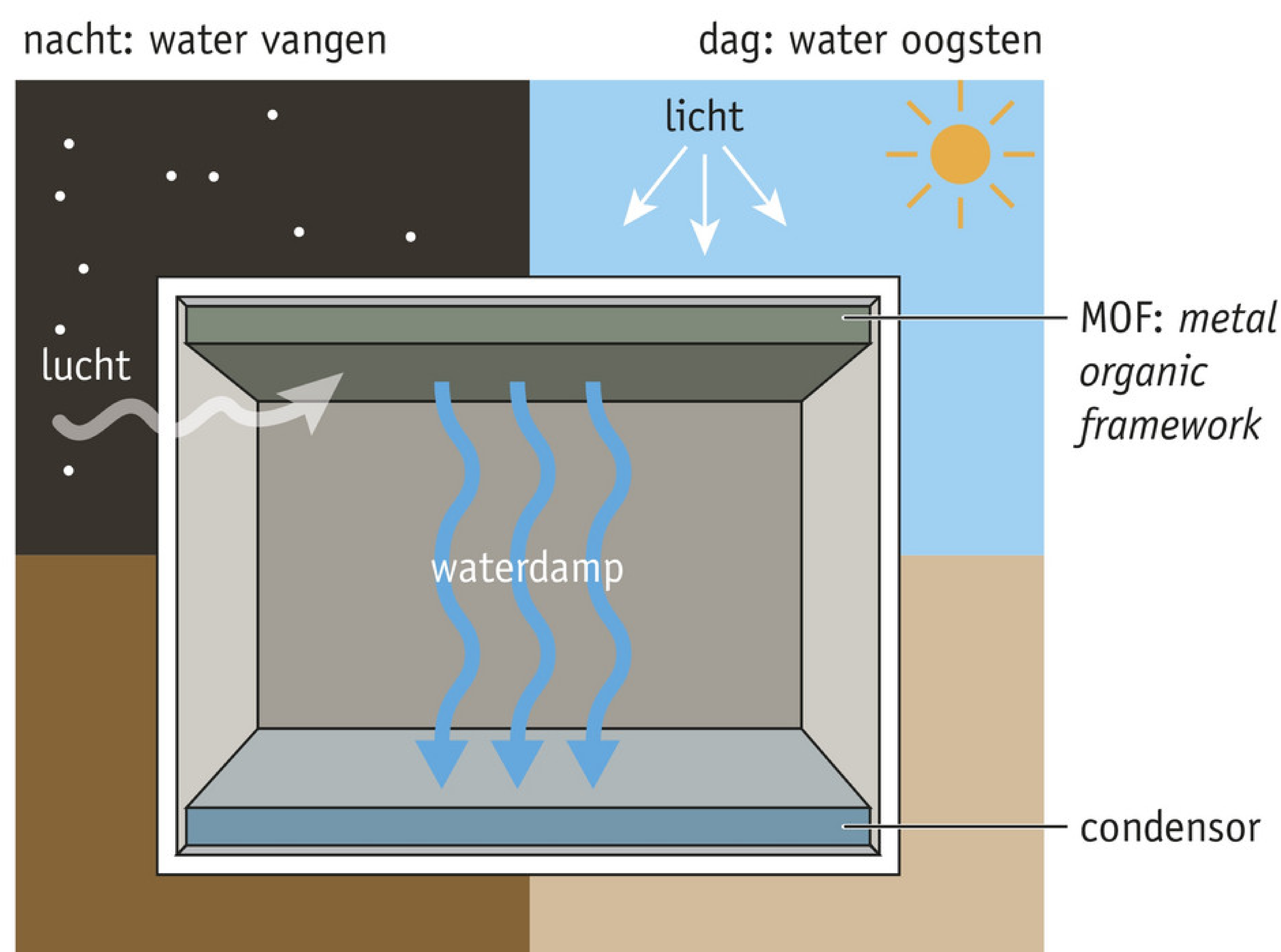
Het is onderzoekers van het Amerikaanse Massachusetts Institute of Technology gelukt drinkbaar water te halen uit woestijnlucht met minder dan 10% luchtvochtigheid. Knap, want de meeste luchtcondensors werken bij minstens 50% luchtvochtigheid, ongeveer een koude herfstochtend.

Met behulp van deze condensor slaagden de onderzoekers erin water te creëren waar dat eerder niet mogelijk was. En dat met een opvallend lage energierekening: het toestel draait volledig op zonne-energie. Hoewel de geproduceerde hoeveelheid water in de huidige opstelling nog bescheiden is, slechts een borrelglaasje, zijn de onderzoekers ervan overtuigd dat dit een goede manier is om drinkwater te maken op de droogste plekken ter wereld. Onderzoekers denken voor een gemiddeld gezin een condensor nodig te hebben met een volume van 30 liter, die 12 liter water per dag produceert.

bron: de Volkskrant

▲ **figuur 14** een artikel over een luchtcondensor

In figuur 15 zie je een tekening van de luchtcondensor. De bovenkant (de MOF) bestaat uit speciaal materiaal waarin minuscule tunneltjes zitten, groot genoeg om er de lucht doorheen te laten stromen. De wanden van de tunneltjes bevatten speciale metalen waaraan het vocht als het ware blijft plakken. Het water in deze tunneltjes verdampt overdag en de waterdamp blijft hangen in de gesloten doos, waarna het condenseert tot drinkwater.



◀ **figuur 15** een luchtcondensor in de woestijn

De onderzoekers denken dat een condensor met een volume van 30 liter 12 liter water per dag produceert. In deze opdracht vergelijk je de opbrengst van de condensor met de hoeveelheid water die neerslaat in een afgesloten doos van 30 L.
De lucht in de woestijn heeft een kleine relatieve luchtvochtigheid, ongeveer 10%. Stel dat de temperatuur van de woestijnlucht overdag 35 °C is.

a Bepaal hoeveel gram waterdamp zich bij de gegeven temperatuur en luchtvochtigheid in 30 L lucht bevindt. Gebruik figuur 11.

b ’s Nachts daalt de temperatuur naar −13 °C. Bepaal hoeveel gram waterdamp in die 30 L lucht dan zal neerslaan.

De onderzoekers denken dat een condensor met een volume van 30 liter 12 liter water per dag produceert.

c Verklaar het grote verschil tussen de hoeveelheid water die de condensor produceert, en het antwoord dat je bij opgave b hebt gevonden. Geef twee mogelijke oorzaken.

4 Warmtebalans en warmtetransport op aarde

In deze paragraaf leer je:

- dat er globaal een evenwicht is tussen de hoeveelheid ingestraalde en uitgestraalde energie op aarde;
- dat er lokale verschillen zijn in de hoeveelheid ingestraalde energie, omdat de aardas schuin staat;
- dat de hoeveelheid geabsorbeerde stralingsenergie onder andere afhangt van de reflectie en absorptie in de atmosfeer;
- hoe het warmtetransport in de atmosfeer plaatsvindt;
- hoe je met een eenvoudig model het ontstaan van klimaatgordels kunt verklaren.

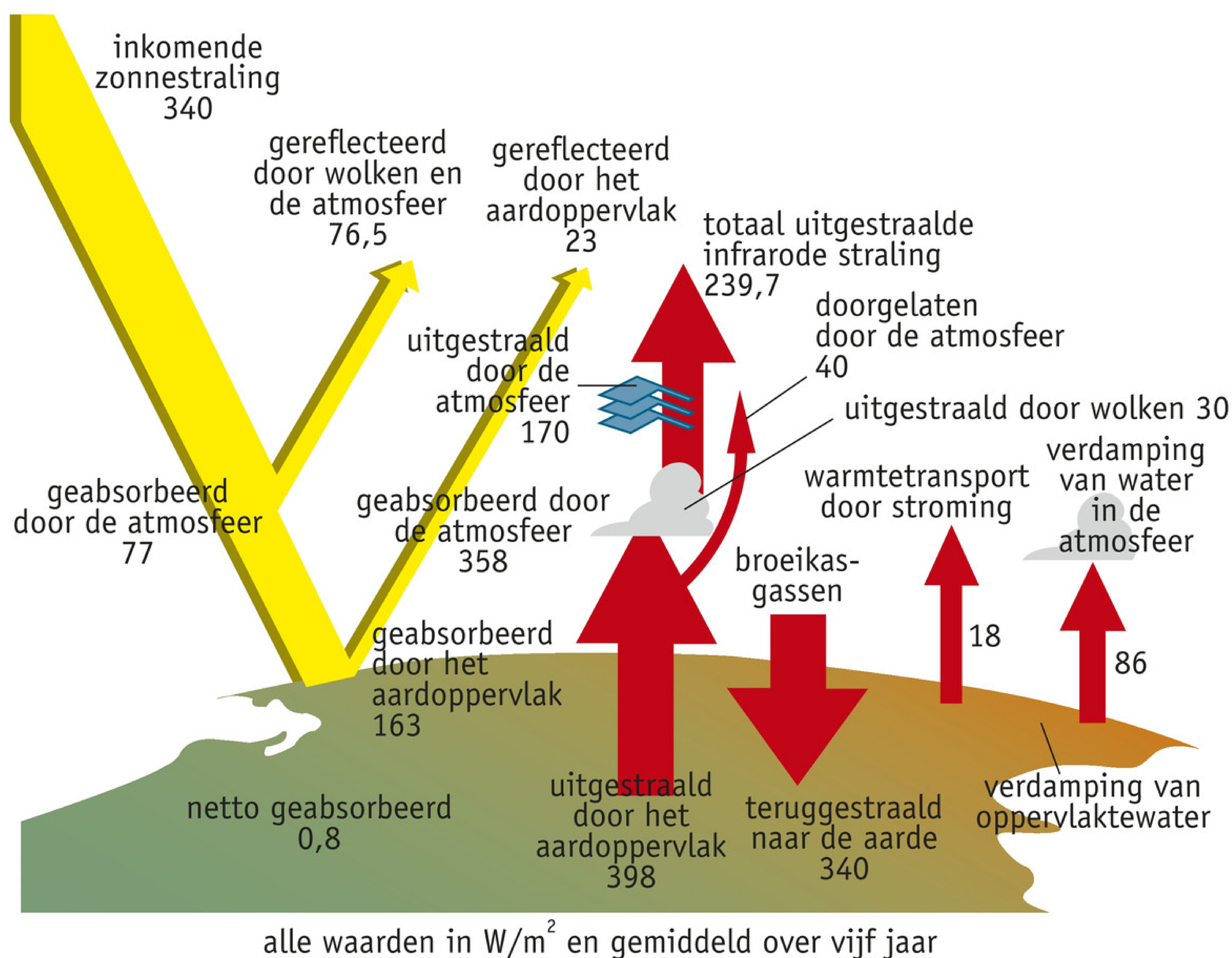
De aarde ontvangt per dag een enorme hoeveelheid stralingsenergie van de zon. Als de aarde zelf geen energie zou verliezen, zou haar temperatuur in korte tijd zó hoog oplopen dat er geen leven mogelijk zou zijn.

Evenwicht tussen instraling en uitstraling

In de atmosfeer is er een evenwicht tussen de inkomende warmte en de uitgaande warmte. De inkomende warmte komt van de straling van de zon. Daardoor warmt de aarde op en gaat ze zelf warmte uitstralen.
Ieder voorwerp straalt warmte uit zodra het een temperatuur heeft boven 0 K. Hoe hoger de temperatuur van een voorwerp, hoe meer warmte het uitstraalt. Er zijn verschillende soorten warmtetransport, maar omdat de ruimte buiten de atmosfeer van de aarde vacuüm is, kan de aarde alleen warmte verliezen door straling. Hoe hoger de temperatuur van de aarde inclusief atmosfeer is, hoe meer warmte wordt uitgestraald. Daardoor ontstaat er een evenwicht tussen de inkomende warmte en de uitgaande warmte: er komt evenveel warmte binnen als er wordt uitgestraald. Als bijvoorbeeld de inkomende warmte toeneemt, krijgt de aarde een hogere temperatuur. Daardoor gaat ze meer warmte uitstralen. Er ontstaat een nieuw evenwicht, waarbij de hoeveelheden inkomende en uitgaande warmte weer gelijk aan elkaar zijn. In dit nieuwe evenwicht is de temperatuur op aarde hoger geworden.

Warmtetransport in de atmosfeer

In de atmosfeer en in de oceanen is warmtetransport door stroming mogelijk. Deze stromingen bepalen wat voor weer het is. De stroming in het onderste deel van de atmosfeer voel je: wind en storm. Door deze stromingen in de atmosfeer en in de oceanen wordt warmte vanuit de tropen naar koudere gebieden getransporteerd.
Om de warmtehuishouding van de aarde te begrijpen, moet je kijken naar de balans tussen inkomende en uitgaande straling. Daarin speelt de atmosfeer een belangrijke rol. Zowel de inkomende als de uitgaande straling moet namelijk door de atmosfeer heen om het aardoppervlak te bereiken. In figuur 16 zie je een overzicht van het warmtetransport door de atmosfeer. Stoffen die in kleine hoeveelheden in de atmosfeer voorkomen hebben een grote invloed op de mate van absorptie van de warmte.



▲ **figuur 16** warmtetransport door de atmosfeer

Warmtetransport door straling kan bij verschillende 'kleuren' plaatsvinden. De zon heeft een gemiddelde oppervlaktetemperatuur van 5778 K en straalt daardoor vooral in het zichtbare deel van het spectrum. De oppervlaktetemperatuur van de aarde is lager en daardoor straalt de aarde vooral infrarode straling uit die niet zichtbaar is. Deze infrarode straling wordt in de atmosfeer geabsorbeerd door stoffen als waterdamp (H_2O), methaan (CH_4) en koolstofdioxide (CO_2), die daarom broeikasgassen worden genoemd. Door deze broeikasgassen is de temperatuur op aarde hoger dan je zou verwachten. Je kunt dit vergelijken met de temperatuur in een tuinderskas. Daarom wordt dit het **broeikaseffect** genoemd. Zonder atmosfeer zou het op aarde gemiddeld −18 °C zijn.

Door de activiteit van mensen is er de afgelopen honderdvijftig jaar veel extra CO_2 in de atmosfeer gekomen. Daardoor wordt een groter deel van de uitgaande straling geabsorbeerd. Het gevolg is dat er minder warmte uit de atmosfeer verdwijnt dan er binnenkomt: de temperatuur op aarde en in de atmosfeer stijgt. Door deze toename in temperatuur stralen de aarde en de atmosfeer meer warmte uit, totdat een nieuw evenwicht bij een hogere temperatuur is bereikt. Dit wordt ook wel het **versterkte broeikaseffect** genoemd.

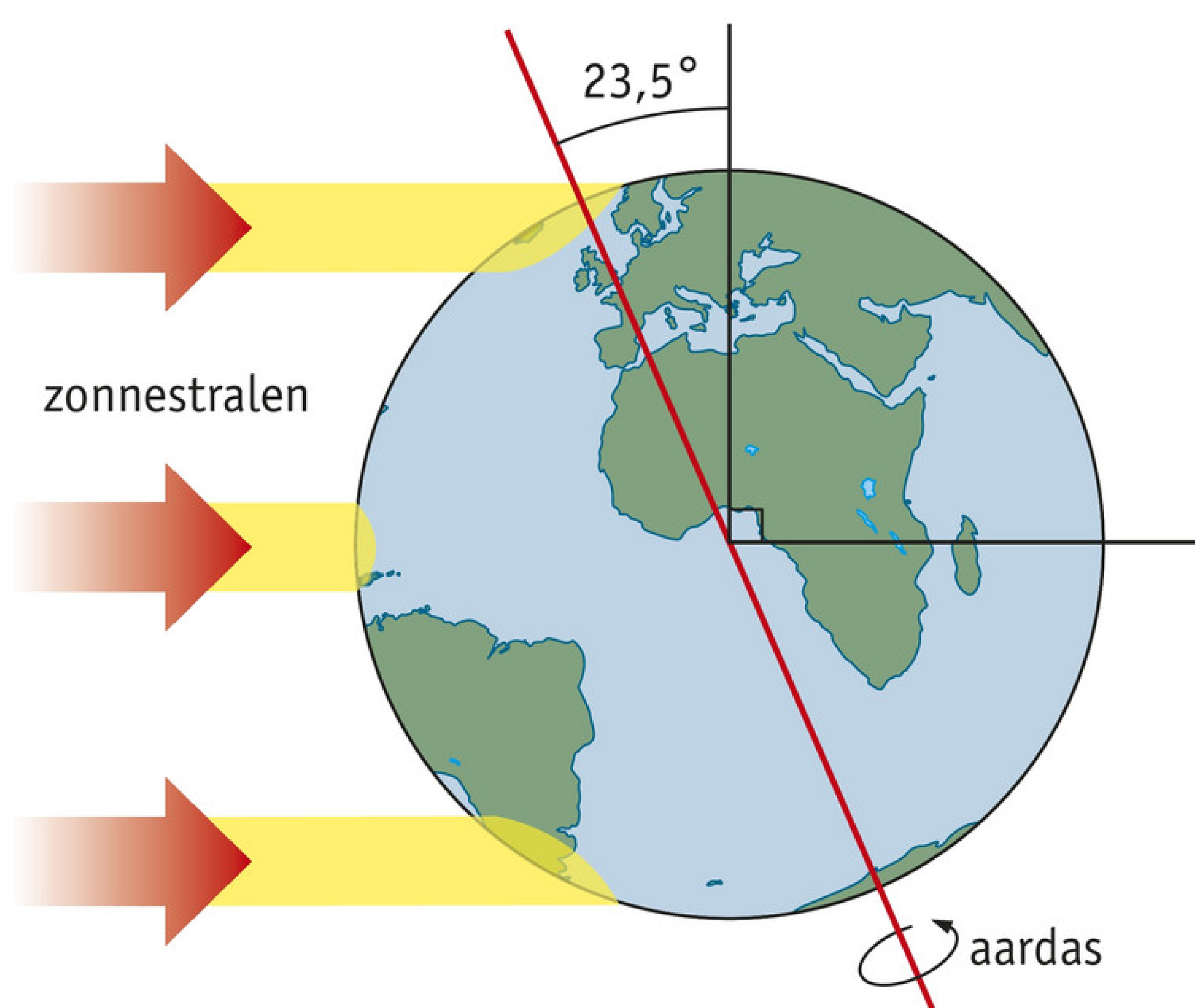
IJs en wolken

Omdat ijs en wolken wit zijn, kaatsen ze straling van de zon terug. Dit heeft verschillende effecten op de opwarming van de aarde. Als het warmer wordt, zal er meer sneeuw en ijs smelten.

De verminderde hoeveelheid sneeuw en ijs op aarde heeft als gevolg dat er minder zonnestraling wordt teruggekaatst. Dan absorbeert de aarde meer straling en warmt daardoor extra op. Ook wolken reflecteren zonlicht, maar ze reflecteren eveneens de warmtestraling die door de aarde wordt uitgestraald. Het lijkt erop dat wolken meer zonnestraling reflecteren dan warmtestraling van de aarde. Meer wolken betekent dan een lagere temperatuur.
Warmere lucht kan meer vocht bevatten, zodat er minder snel wolken zullen ontstaan. Dit zorgt ervoor dat de opwarming wordt versterkt. Bovendien werkt de toename van waterdamp in de atmosfeer voor een verdere opwarming. Waterdamp is namelijk een sterker broeikasgas dan koolstofdioxide.
Modellen die met deze effecten rekening willen houden bevatten veel onzekerheden, dus het is nog onzeker in hoeverre dit effect een versterking van de opwarming zal opleveren.

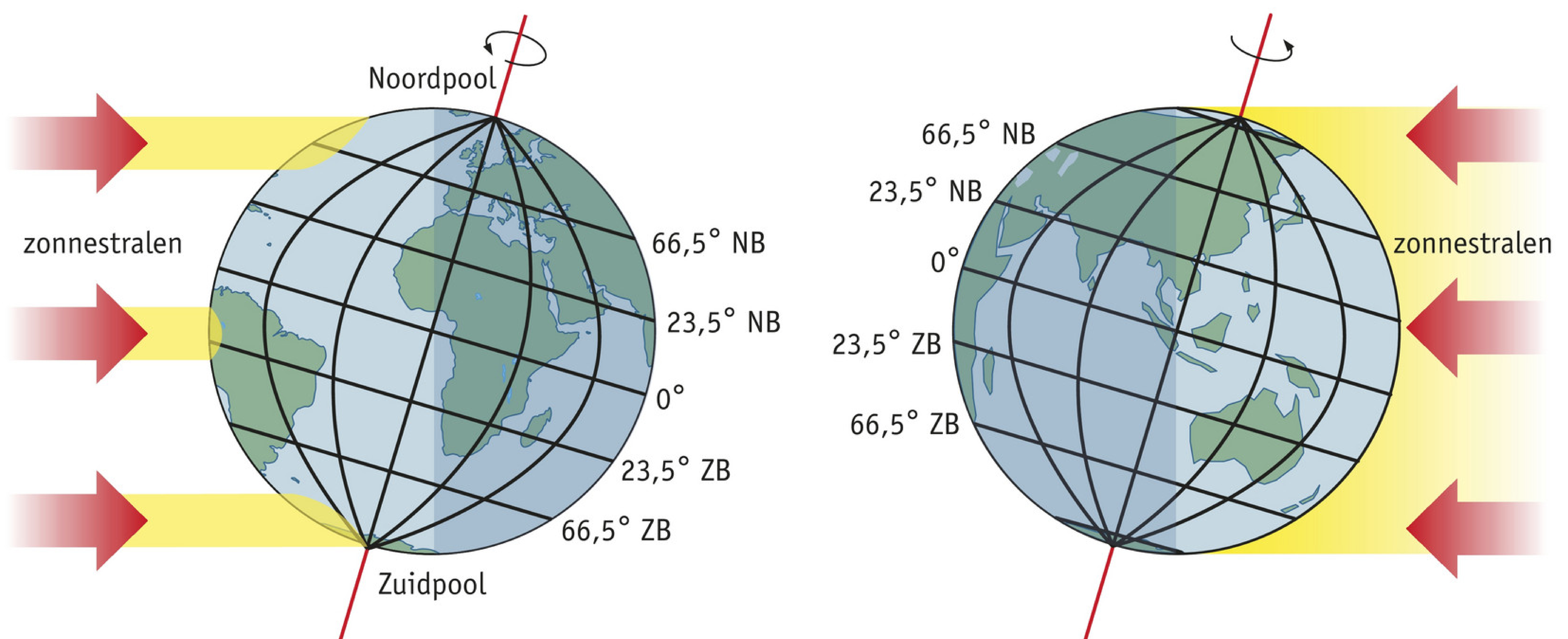
Instraling en seizoenen

De aarde draait in een jaar met een snelheid van $3{,}0 \cdot 10^4\ \mathrm{m\,s^{-1}}$ of ongeveer $1{,}1 \cdot 10^5\ \mathrm{km\,h^{-1}}$ om de zon. Van die snelheid merk je niets. Je voelt alleen de zwaartekracht die je aan de aarde vasthoudt. In figuur 17 zie je dat de aardas een hoek van 23,5° maakt met een lijn die loodrecht staat op het vlak waarin de aarde om de zon draait. Die afwijking zorgt ervoor dat we onze seizoenen hebben.



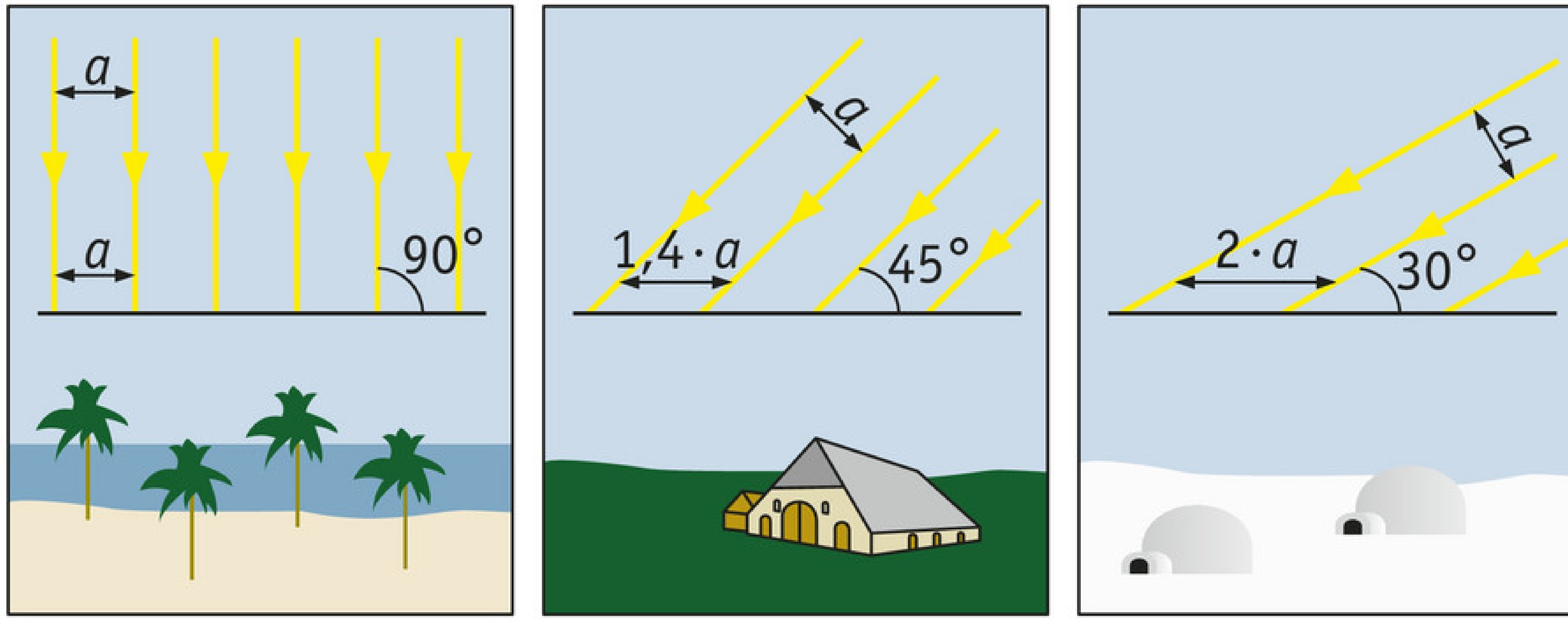
◀ **figuur 17** De aardas staat schuin op het baanvlak van de aarde om de zon.

Doordat de aarde bol is, lijkt op de plek die precies naar de zon is gericht de zon recht boven je te staan. De zonnestralen vallen daar loodrecht in. Op andere plekken vallen de zonnestralen schuin in (figuur 18).



▲ **figuur 18** de stand van de aardas op twee momenten

Als de zonnestralen schuin invallen, wordt de stralingsenergie over een groter oppervlakte verdeeld (figuur 19). Daardoor ontvangt zo'n plek op een even groot oppervlak minder warmte.



▲ **figuur 19** Bij schuine inval van zonnestralen wordt de stralingsenergie over een groter oppervlak verdeeld.

Doordat de aardas schuin staat, is het niet altijd dezelfde plek die de maximale hoeveelheid zonlicht krijgt. Tussen 23,5° NB en 23,5° ZB liggen de tropen. Op deze breedten is er altijd in de loop van een jaar een dag dat de zonnestraling loodrecht invalt. Hier komt de meeste stralingsenergie binnen, waardoor de aarde en de atmosfeer het meest opwarmen.
Terwijl de aarde om de zon draait, blijft de aardas wel in dezelfde richting staan. Het gevolg daarvan is dat op het noordelijk halfrond rond 21 juni de meeste zonnestraling invalt en op het zuidelijk halfrond rond 21 december. Rond 20 maart en 23 september staat de aarde zo dat de dag en de nacht even lang zijn en de straling van de zon op de evenaar loodrecht invalt. Hierdoor warmt het noordelijk halfrond tussen 20 maart en 23 september het meest op, zodat het in die periode eerst voorjaar en dan zomer is. In diezelfde periode ontvangt het zuidelijk halfrond juist steeds minder warmte, zodat het daar dan herfst en daarna winter is.

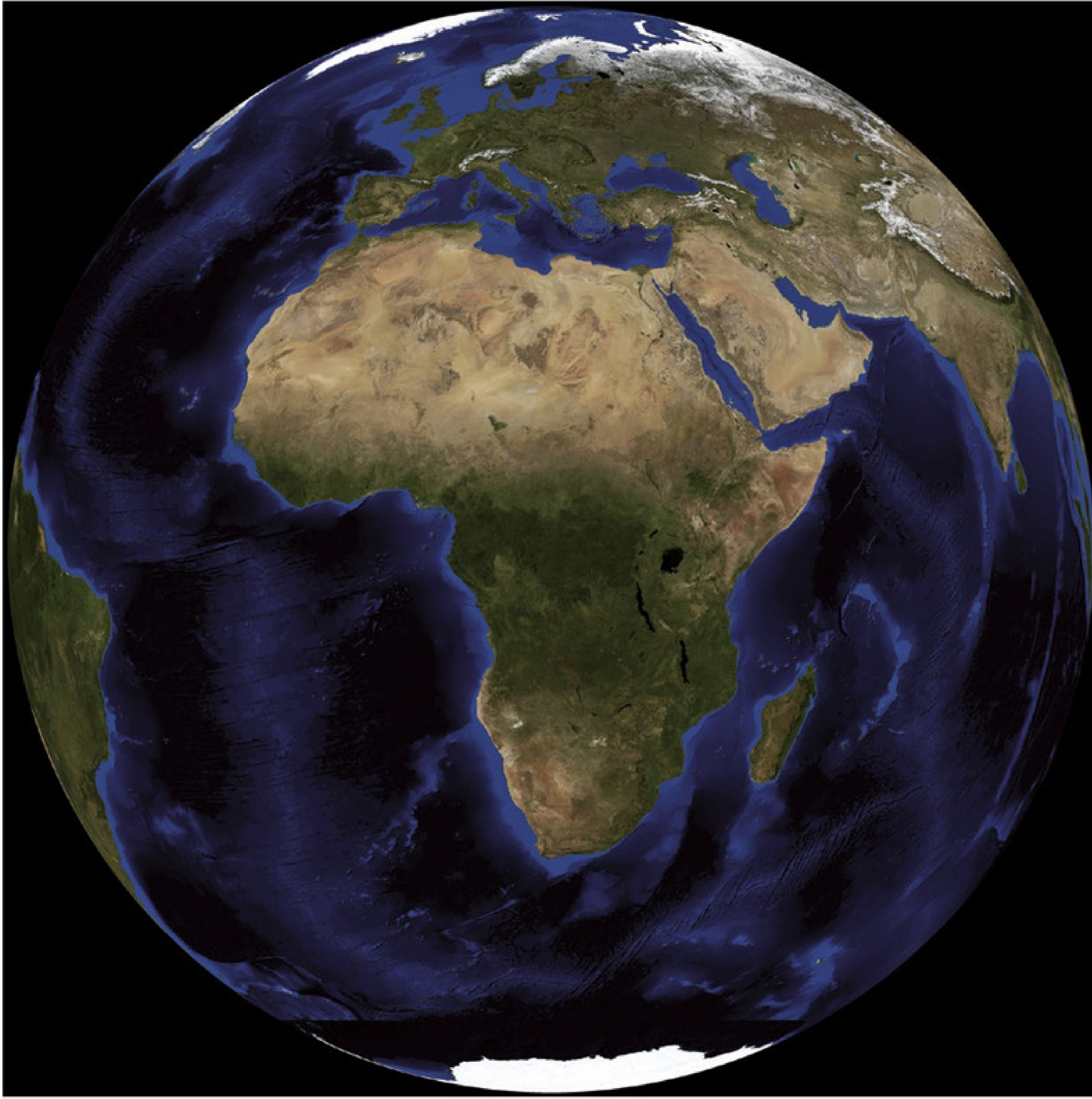
Voor het weer heeft dit twee effecten. Overdag staat op het noordelijk halfrond de zon hoger aan de hemel dan op het zuidelijk halfrond. Daardoor wordt de zonnestraling in een kleiner gebied geconcentreerd dan op eenzelfde afstand van de evenaar op het zuidelijk halfrond. Hierdoor warmt het noordelijk halfrond meer op dan het zuidelijk halfrond. Bovendien duurt de dag op het noordelijk halfrond langer dan de nacht, waardoor het nog meer opwarmt. In het noordelijk halfrond is het nu zomer. Op het zuidelijk halfrond is het precies andersom. Daar komt minder zonnewarmte en daar is het dan winter.

▶ **EXPERIMENT 2** De intensiteit van zonnestraling (onderzoekspracticum)

Globaal warmtetransport: klimaatgordels

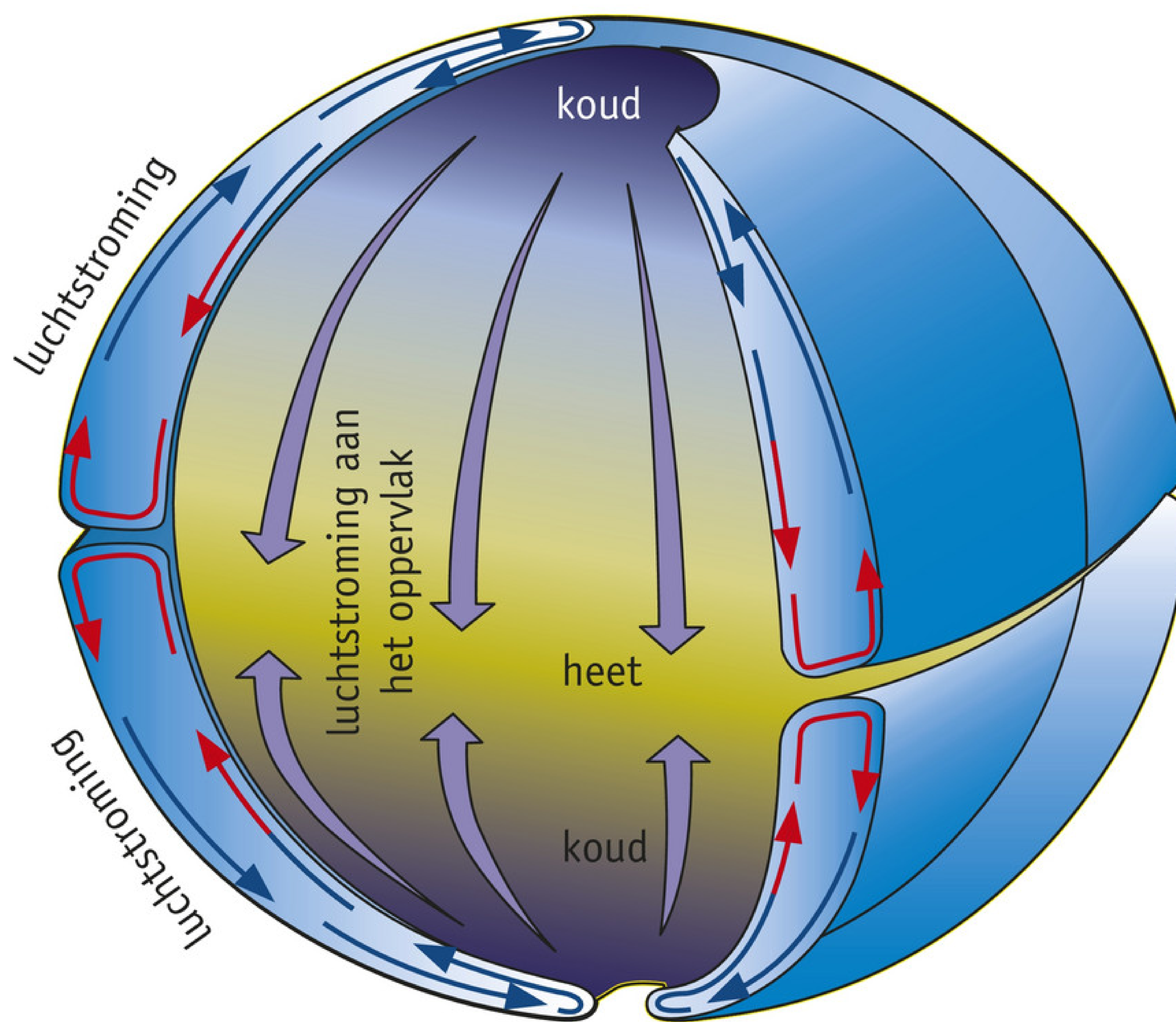
Als je vanuit de ruimte naar de aarde kijkt, kun je duidelijk de verschillende klimaatgordels zien (figuur 20). Rond de evenaar zie je het groen van de tropische regenwouden. Ongeveer op een derde van de afstand van de evenaar naar de polen zijn de belangrijkste woestijngebieden te herkennen. Dichterbij de polen is het weer groener door de begroeiing van bossen en landbouw. De polen zelf zijn bedekt met ijs en dus wit.

Rondom de evenaar is de intensiteit van de zonnestraling het grootst. De lucht zal daar het meest worden opgewarmd. Het gevolg is dat bij de evenaar warme lucht zal opstijgen. Door het opstijgen van warme vochtige lucht ontstaan buien. Daarom bevinden zich in die zone de tropische regenwouden.
De opgestegen lucht zal vanaf de evenaar in de richting van de polen willen stromen. Als de aarde niet zou draaien, zou de warme lucht naar de polen stromen, daar afkoelen en dalen en langs het aardoppervlak terugstromen naar de evenaar (figuur 21). Je kunt dit vergelijken met de stroming in een bekerglas water dat aan één kant wordt verwarmd (figuur 22). Door het

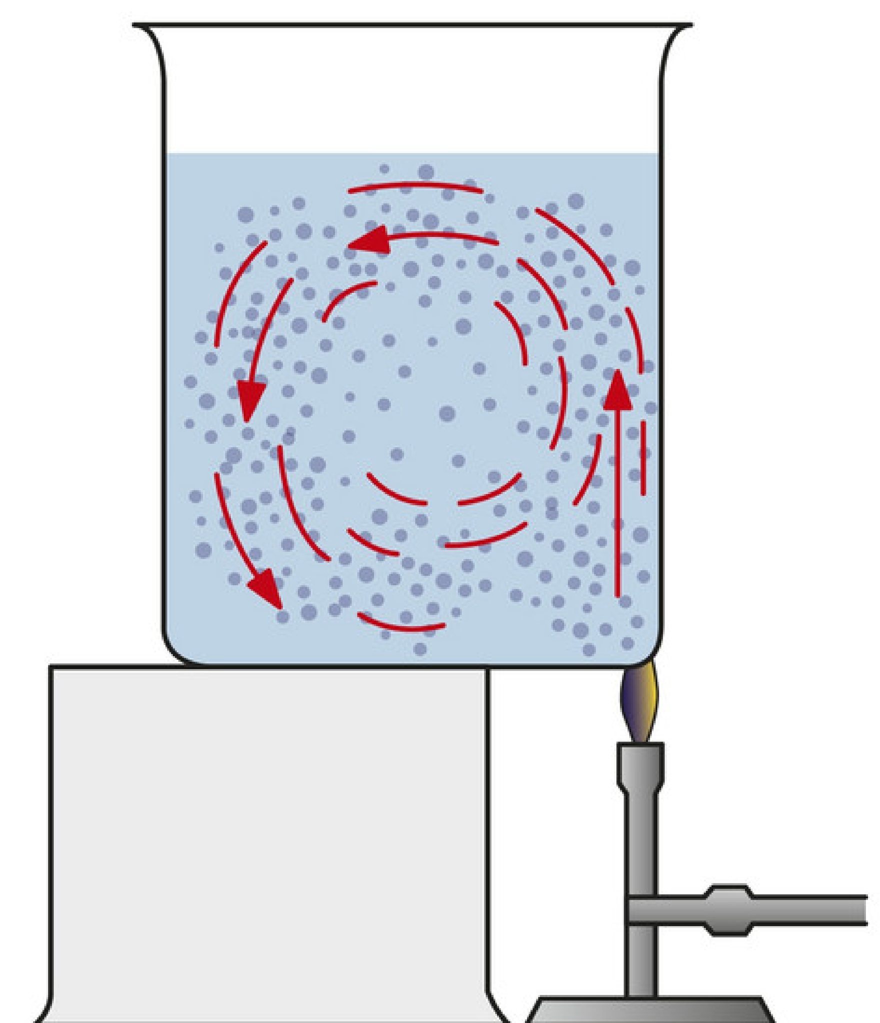


▲ **figuur 20** de aarde gezien vanuit de ruimte

corioliseffect krijgen de luchtstromingen een afwijking. Tegelijkertijd koelt de lucht af. Rond 30° NB of 30° ZB is de stroming evenwijdig aan de evenaar geworden. De lucht koelt af, daalt, wordt warmer en de relatieve luchtvochtigheid neemt af. Waterdamp zal in de lucht opgelost blijven. Er valt hier dus weinig neerslag. Rond deze breedten vind je daardoor woestijnen. Dicht bij het aardoppervlak stroomt de lucht terug naar de evenaar.

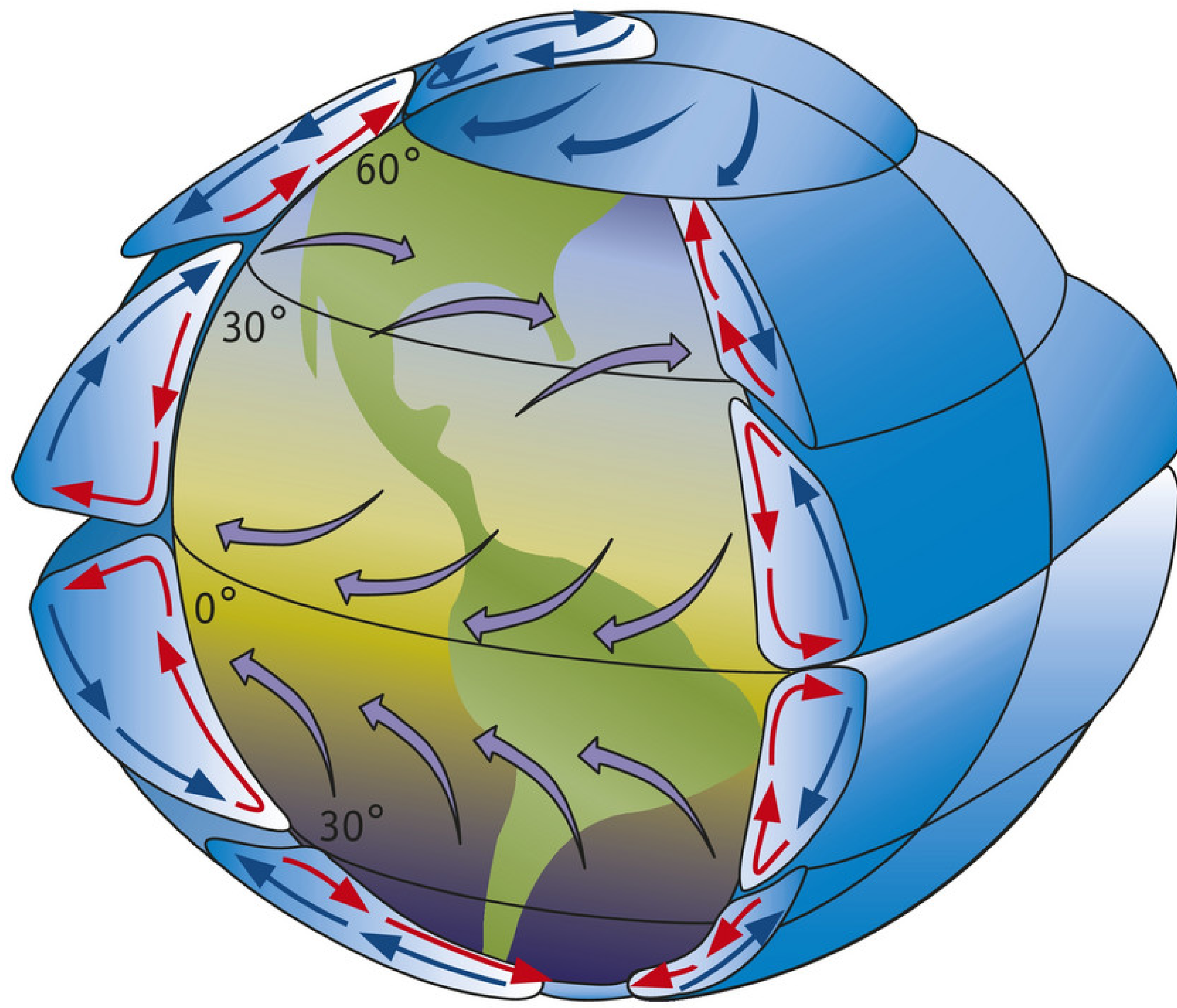


▲ **figuur 21** luchtstromingen als de aarde niet zou draaien



▶ **figuur 22** stroming in een vloeistof die aan één kant wordt verwarmd

Rond 60° NB en 60° ZB stijgt lucht op die in de richting van de pool stroomt, daar daalt en langs het aardoppervlak terugstroomt. Tussen 60° en 30° ontstaat dan nog zo'n stroming. De lucht die rond 60° NB of ZB opstijgt, kan ook in de richting van de evenaar stromen en rond 30° NB of 30° ZB weer dalen om langs het aardoppervlak terug te stromen (figuur 23).



▲ **figuur 23** overzicht van de globale luchtstromingen

Nederland bevindt zich op ongeveer 52° NB. De overheersende luchtstroming op deze breedte is uit het zuidwesten, zoals je in figuur 23 kunt zien. In Nederland waait de wind dan ook vaak uit het zuidwesten. Maar Nederland ligt vlak bij de grens waar de lucht vanaf de pool uit het noordoosten stroomt. Deze grens ligt niet altijd precies op dezelfde plek. Op sommige momenten kan er een noordoostelijke stroming tot boven Nederland komen. Je krijgt vooral in de winter hier dan erg koud weer. Bovendien wordt de windrichting in onze streken sterk beïnvloed door hoge- en lagedrukgebieden en, zoals je in paragraaf 3 hebt kunnen lezen, stroomt de lucht in een cirkel om een hoge- of lagedrukgebied. Doordat er ook nog een grote invloed is van stromingen in de zeeën en oceanen en doordat op het land de temperatuur sterker varieert dan boven water, is in Nederland het klimaat erg wisselvallig.

Warmtetransport door oceaanstromingen

De warmte wordt niet alleen getransporteerd door luchtstromingen. Een belangrijk deel van het aardoppervlak bestaat uit water. Water is uitstekend geschikt voor warmtetransport, denk maar aan een centrale verwarming waar het water zorgt voor warmtetransport van de verwarmingsketel naar de radiatoren. Oppervlaktewater wordt opgewarmd door de zon. Door stromingen in de oceanen stroomt het warme water weg en komt in koudere gebieden terecht. De warmte wordt in koudere streken weer afgegeven aan de lucht, waardoor het klimaat wordt beïnvloed. Het afgekoelde water zinkt in de oceaan en stroomt onder de oppervlakte weer terug naar de plek waar de warmte was opgenomen. Deze stromingen zorgen voor de nodige onzekerheden in het onderzoek naar het klimaat.

Onthoud!

- De ontvangen stralingsenergie van de zon en de uitgestraalde stralingsenergie zijn voor de aarde als geheel met elkaar in evenwicht.
- De atmosfeer kan straling van de zon en van het aardoppervlak absorberen, reflecteren en doorlaten. De mate waarin dit gebeurt, is van invloed op de temperatuur van de atmosfeer.

- Doordat de aardas schuin staat, is er een verschil in ingestraald vermogen van de zon tussen verschillende plaatsen op aarde. Dit is ook de oorzaak van het bestaan van seizoenen.
- De globale luchtstromingen ontstaan door het verschil in temperatuur tussen evenaar en polen, en door de draaiing van de aarde.
- De globale luchtstromingen zijn een van de oorzaken van het bestaan van klimaatgordels.

Opdrachten

23 Neerslag
Tropische regenwouden bevinden zich rondom de evenaar.
a Leg uit waarom juist daar zo veel neerslag valt.
b Leg uit waarom rond 30° NB of 30° ZB juist weinig neerslag valt.

24 Wisselvallig
In Nederland verandert het weertype vaak van dag tot dag.
Geef enkele oorzaken van de wisselvalligheid van het weer in Nederland.

25 Tornado
Luchtstromingen in de atmosfeer kunnen uitgroeien tot sterke stormen, zoals orkanen of tornado's.
Leg uit waar de energie die deze luchtstromingen in beweging houdt uiteindelijk vandaan komt.

26 Luchtstroming
In figuur 23 zie je een overzicht van de globale luchtstromingen.
Leg uit op welke plekken je volgens dit overzicht de meeste bewolking zult vinden.

27 Stralingsbalans
De aarde ontvangt evenveel energie als dat zij verliest.
a Leg uit hoe de aarde energie ontvangt.
b Leg uit hoe de aarde energie verliest.

28 Aarde
De aarde straalt warmte uit.
Leg uit in welke gebieden de aarde de meeste warmte zal uitstralen.

29 Absorptie
De infrarode straling die de aarde uitstraalt wordt in de atmosfeer voor een deel geabsorbeerd.
a Geef de namen van drie stoffen die daarbij een belangrijke rol spelen.
b Geef de verzamelnaam van deze stoffen.

30 Albedo
Het deel van de invallende zonnestraling dat wordt gereflecteerd door bijvoorbeeld wolken wordt de *albedo* genoemd. De albedo van de aarde is ongeveer 0,30. Dit betekent dat gemiddeld 30% van de invallende straling wordt gereflecteerd.
a Leg uit of de albedo voor de Noordpool groter of kleiner is dan de albedo voor de Noordzee.

In sommige klimaatmodellen wordt gesteld dat de opwarming van de aarde zal leiden tot meer wolkenvorming, en daardoor tot een hogere albedo.

b Leg uit wat in zo'n model de toename van de albedo zal betekenen voor de verdere opwarming van de aarde.

De aarde ontvangt (gemiddeld) 1368 $W\,m^{-2}$ aan stralingsenergie per seconde van de zon.

c Bereken hoeveel van dit invallende vermogen wordt geabsorbeerd als de albedo 0,30 is.

31 Aardas

Doordat de aardas schuin staat valt er per vierkante meter niet overal evenveel zonnestraling in. Bekijk figuur 19 nog eens. In de rechterfiguur, bij een invalshoek van 30°, worden de zonnestralen over een groter oppervlak verdeeld.

a Bepaal hoeveel keer zo groot dat oppervlak is.

b Leg uit hoeveel keer zo klein het invallende vermogen per vierkante meter is, vergeleken met de situatie links in figuur 19.

32 Broeikaseffect

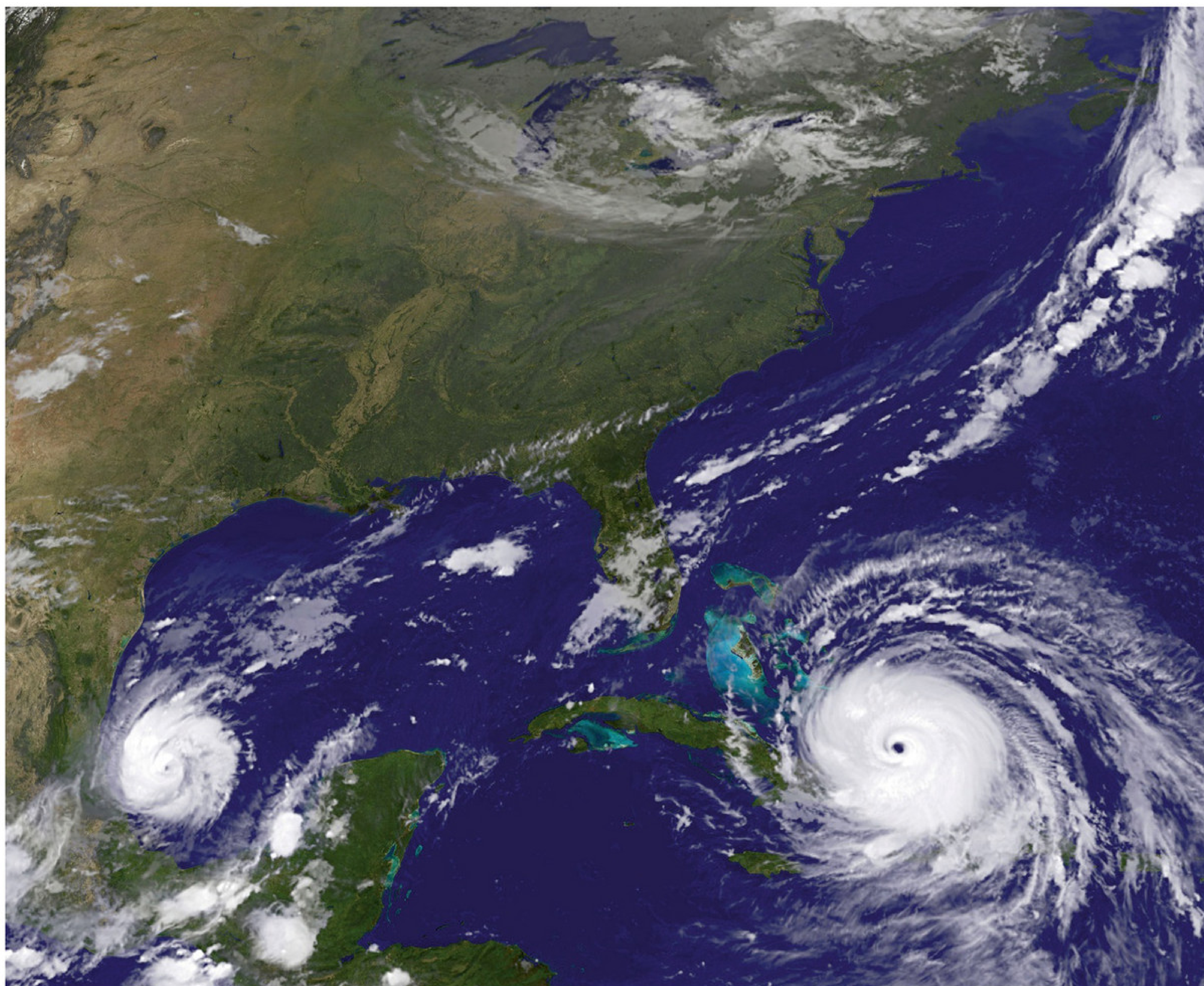
Door het versterkte broeikaseffect neemt de temperatuur op aarde toe, terwijl de zon even sterk schijnt.

Leg uit hoe het kan dat de aarde opwarmt, terwijl er evenveel energie binnenkomt.

Eindopdracht

33 Irma

Op 6 september 2017 trok de verwoestende orkaan Irma over het eiland Sint Maarten (figuur 24). Lees het verslag van een journalist in een krantenartikel in figuur 25.



▲ **figuur 24** De orkaan Irma trok over het Caraïbisch gebied.

Superorkaan Irma richt enorme ravage aan op Sint Maarten

Op videobeelden is te zien dat de haven van Saint Martin op het Franse gedeelte van het eiland grotendeels is verwoest. Auto's dobberen in de straten die in rivieren zijn veranderd. Het is de krachtigste orkaan die dat gebied sinds mensenheugenis heeft getroffen.

De bewoners van de eilanden maken zich zorgen over een nieuwe orkaan José die in aantocht is. Het oog van José zal naar verwachting ten noorden van de Bovenwindse Eilanden langsrazen.

Irma, die met windsnelheden van boven de 300 kilometer per uur over de eilanden raasde, zet nu koers naar de kust van Florida, waar de autoriteiten al voorbereidingen hebben getroffen om bewoners te evacueren. Inwoners hebben al waterflessen, levensmiddelen en andere benodigdheden ingeslagen, waarmee ze de orkaan hopen te kunnen uitzitten.

bron: de Volkskrant

▲ **figuur 25** artikel over orkaan Irma

In een orkaan komt een enorme hoeveelheid energie vrij. Wetenschappers schatten de hoeveelheid energie die per dag vrijkomt in een gemiddelde orkaan op wel 10^{19} J.
Stel dat je deze energie zou kunnen omzetten in elektrische energie. In Nederland verbruiken we gemiddeld 120 miljard kWh elektrische energie per jaar.

a Bereken hoeveel jaar je Nederland dan kunt voorzien in zijn behoefte aan elektrische energie.

Een deel van deze energie zit in de wind. Het grootste deel komt echter uit de condensatie van water (neerslag). Om één kilogram water te verdampen is 2,3 miljoen J nodig. Wanneer deze waterdamp weer condenseert komt deze hoeveelheid energie ook weer vrij. Een schatting van de hoeveelheid neerslag die per dag uit een flinke orkaan valt is 10^{18} cm^3 water.

b Bereken hoeveel energie er vrijkomt bij de condensatie van deze hoeveelheid water.

Het ontstaan van een orkaan is een ingewikkeld proces dat wetenschappers nog niet helemaal begrijpen. Wat wel bekend is, is dat een orkaan altijd ontstaat boven een groot oppervlak warm zeewater. De energie die een orkaan bevat wordt opgenomen boven zee. Als boven het warme zeewater de lucht stijgt, stroomt lucht naar het ontstane lagedrukgebied om de 'leegte' op te vullen. In deze lucht condenseert de waterdamp. De warmte die hierbij vrijkomt verwarmt op haar beurt weer de lucht waardoor deze opstijgt, en er weer nieuwe lucht naar het centrum van de orkaan stroomt, enzovoort.
Door het corioliseffect stroomt de lucht niet rechtstreeks naar het centrum (ook wel het oog van de orkaan genoemd), maar draait op het noordelijk halfrond meestal met grote snelheid tegen de wijzers van de klok in.
De ideale temperatuur van zeewater om een orkaan te laten ontstaan is ongeveer 27 °C.

c Bereken de minimale hoeveelheid lucht van 27 °C die je nodig hebt om 10^{18} cm^3 waterdamp op te nemen. Gebruik figuur 11.

d Leg uit waarom een orkaan boven land al snel aan kracht verliest. Geef twee redenen.

e Leg uit of in het oog van een orkaan de luchtdruk relatief hoog of laag is.

Orkanen op het noordelijk halfrond kunnen alleen ontstaan op een breedtegraad van 5° boven de evenaar. Dit komt doordat het corioliseffect op de evenaar gelijk is aan nul.

f Leg uit hoe de lucht dan zal stromen naar het centrum van de orkaan waar een lage druk heerst.

De krachten die optreden in een orkaan kunnen zeer groot zijn. De grootte van deze krachten kun je schatten met de formule voor luchtweerstand:

$$F_{w,lucht} = \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$$

De betekenis van de symbolen in deze formule kun je opzoeken in Binas of in hoofdstuk 8.

Een woning op Sint Maarten had een frontaal oppervlak van 50 m^2.

g Bereken de kracht op de woning bij een windsnelheid van 300 $km\,h^{-1}$. Ga uit van een c_w-waarde voor de woning van 1,8.

5 Practicum

EXPERIMENT 1 Verband tussen druk en volume bij een gas (onderzoekspracticum)

Inleiding
Als een gas wordt samengeperst, wordt de druk groter. In dit experiment bepaal je het verband tussen de druk en het volume van een bepaalde hoeveelheid lucht. Het precieze verband wordt de wet van Boyle en Mariotte genoemd.

Onderzoeksvraag
Hoe verandert de druk van een gas als het volume verandert waarin het gas is opgesloten?

Benodigdheden
meetspuit; manometer

Uitvoering
- Zorg ervoor dat het uiteinde van de meetspuit open is.
- Trek de zuiger helemaal naar achteren, zodat de meetspuit vol met lucht is.
- Verbind de meetspuit met de manometer (figuur 26).
- Lees het volume van de meetspuit af en noteer het.
- Lees de druk die de manometer aangeeft af en noteer deze.
- Bereken de absolute druk in de meetspuit. De meeste manometers geven namelijk de overdruk aan. Dit betekent dat je de luchtdruk in het lokaal erbij op moet tellen. Je kunt hiervoor de gemiddelde luchtdruk gebruiken. Noteer de absolute druk.
- Maak een grafiek van de absolute druk tegen het volume.



▲ **figuur 26** de proefopstelling van experiment 1

Verwerking

1 Bekijk je grafiek en beschrijf het verband tussen de druk en het volume.
2 Bereken voor de verschillende meetpunten de waarde van de druk maal het volume.
3 Welke conclusie kun je hieruit trekken?
4 Welke formule kun je afleiden uit deze gegevens?

Conclusie
5 Vul de volgende zin aan.
Het verband tussen de druk en het volume van een bepaalde hoeveelheid gas kun je beschrijven met ...

EXPERIMENT 2 De intensiteit van zonnestraling (onderzoekspracticum)

Inleiding
Als de zon hoger staat, is de intensiteit van de zonnestraling groter. Hiermee verklaar je het ontstaan van de seizoenen. In dit experiment bepaal je hoe de intensiteit van de zonnestraling afhangt van de zonshoogte.

Onderzoeksvraag
Hoe varieert de intensiteit van de zonnestraling over de loop van een jaar?

Benodigdheden
statief met klem; lamp; geodriehoek of gradenboog; plankje; ruitjespapier; lichtsensor

Uitvoering
- Bevestig de lamp aan het statief, zodat het licht loodrecht naar beneden schijnt (figuur 27).
- Bevestig een stuk ruitjespapier op het plankje.
- Zet de lamp aan en teken de omtrek van de lichtvlek op het papier.

- Bepaal het oppervlak van de lichtvlek en noteer dat.
- Bepaal met de lichtsensor de lichtsterkte die op het papier komt.
- Til een kant van het plankje op en zorg ervoor dat het een hoek van 5° met de tafel maakt.
- Herhaal de metingen van het oppervlak en de lichtsterkte.
- Verander de hoek die het plankje maakt in stappen van 5° tot het plankje verticaal staat. Noteer voor iedere hoek het oppervlak en de lichtsterkte.

Verwerking

De stralingsenergie die van de lamp komt, wordt verdeeld over het oppervlak van de lichtvlek op het papier. Daardoor is de intensiteit omgekeerd evenredig met de oppervlakte.

1 **a** Bereken voor iedere meting de oppervlakte (A) in vierkante meter en noteer die in een tabel. Zet daarachter het omgekeerde van de oppervlakte (A^{-1}) in m^{-2}.

b Maak een grafiek van het omgekeerde van de oppervlakte tegen de hoek die het plankje met de tafel maakt. Zet in de grafiek ook de lichtsterkte die je met de sensor hebt gemeten.

2 De hoek waaronder de zonnestraling in Nederland binnenkomt varieert over de loop van een jaar.

a Op 21 juni valt in Nederland 's middags de zonnestraling onder een hoek van 61,5° in. Op 21 december is deze hoek 14,5°. Op 21 maart en 21 september is de hoek 38°.

b Gebruik de gegevens uit je grafiek en bereken hoeveel groter de intensiteit van de zonnestraling rond 21 juni is in vergelijking met 21 december.

3 Vergelijk de gemeten waarden van de lichtsensor met de waarden die je met de oppervlakte hebt berekend. Het gaat alleen om de vorm van de grafiek. Komen de waarden overeen? Zo nee, bedenk de redenen waarom dit niet het geval is.

Conclusie

4 Met behulp van deze metingen kun je een schatting maken van hoe de intensiteit van de zonnestraling over de loop van een jaar varieert. Beantwoord de onderzoeksvraag voor Nederland.



▲ **figuur 27** de proefopstelling van experiment 2

ONDERZOEK Instrumenten om het weer te meten

Inleiding

Er zijn verschillende meetinstrumenten die je zelf kunt maken. Met een haarhygrometer kun je de luchtvochtigheid bepalen. De luchtdruk kun je meten met een waterbarometer. In dit onderzoek maak je een van die instrumenten en zoek je uit hoe nauwkeurig het instrument is.

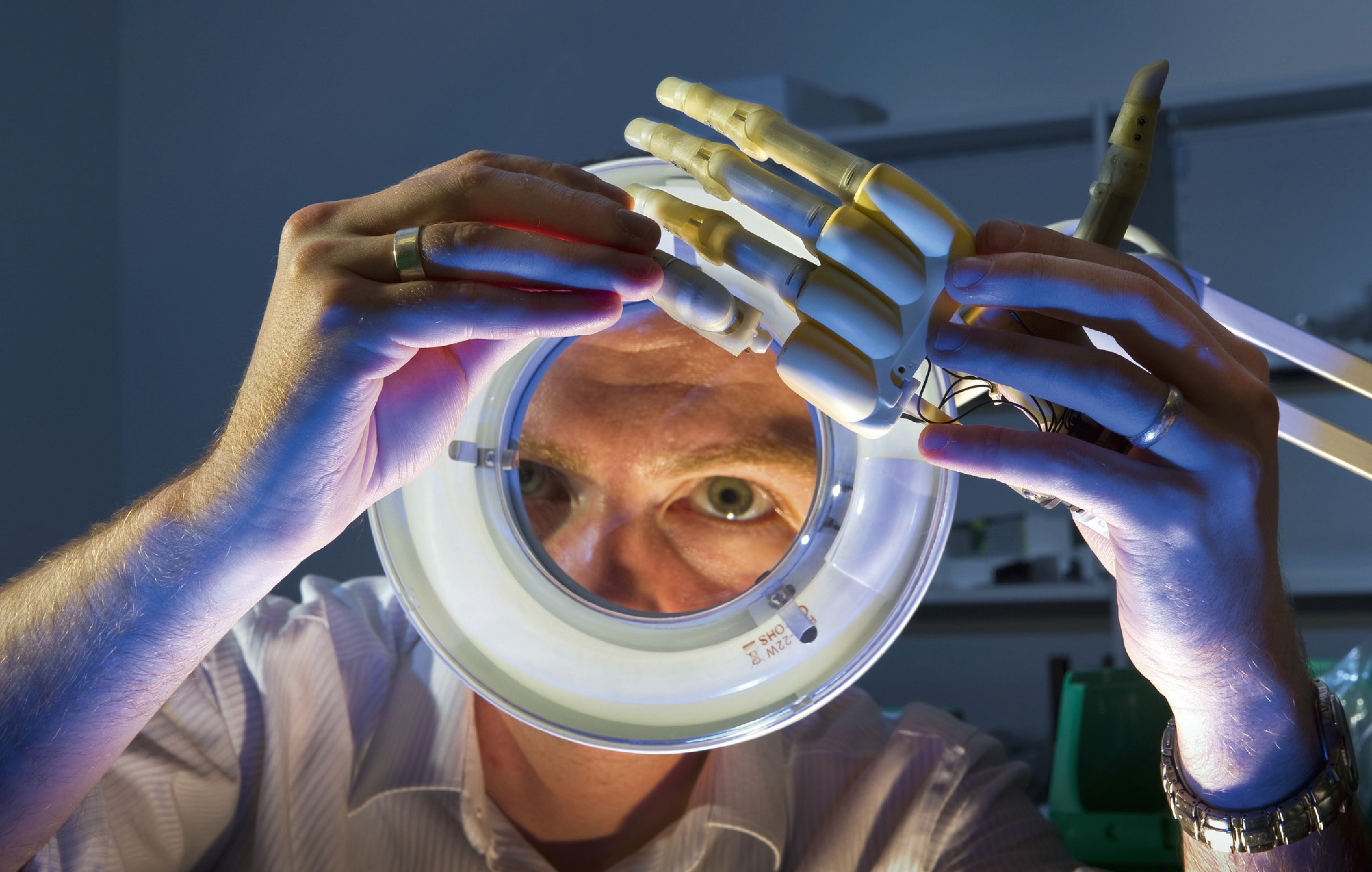
Onderzoeksvraag

Hoe nauwkeurig kun je met een zelfgebouwd meetinstrument de luchtdruk of de luchtvochtigheid meten?

Conclusie

Beantwoord de onderzoeksvraag.

Maak de online diagnostische toets (Test jezelf).



HOOFDSTUK 14

Het menselijk lichaam

Een bekende professor zei eens: “Het menselijk lichaam is het beste natuurkundig laboratorium.” Daarom bestuderen niet alleen biologen en artsen, maar ook natuurkundigen het menselijk lichaam. Dit onderzoek kan belangrijke inzichten opleveren voor de natuurkunde, maar is ook nuttig voor andere vakgebieden. In het ziekenhuis leveren deskundigen met een natuurkundige achtergrond een bijdrage aan de genezing van patiënten. Ook wordt er natuurkundig onderzoek gedaan bij sporters om hun prestaties te verbeteren. In dit hoofdstuk wordt met een natuurkundige blik naar een aantal aspecten van het menselijk lichaam gekeken.

Introductie

Praktijk

Theorie

Maatschappij

Wat weet je al over de natuurkunde van het menselijk lichaam?

Leerdoelen
1 Je kunt uitleggen van welke factoren de weerstand van een draad afhangt.
2 Je kunt het verband tussen weerstand, stroomsterkte en spanning in een schakeling uitleggen.
3 Je kunt uitleggen hoe door resonantie een staande golf in een luchtkolom kan ontstaan.
4 Je kunt de formule voor de warmtestroom toepassen.
5 Je kunt het verband uitleggen tussen warmtestroom en warmtegeleidingscoëfficiënt.
6 Je kunt omrekenen van graden Celsius naar kelvin en omgekeerd.
7 Je kunt uitleggen wanneer een voorwerp in evenwicht is.

In de vorige leerjaren van Nova Natuurkunde heb je al een aantal dingen geleerd over het menselijk lichaam. Je hebt deze kennis weer nodig wanneer je aan dit hoofdstuk begint. Wil je snel controleren wat je nog weet? Maak dan de volgende opdrachten.

Opdrachten voorkennis

1 Een dunne metaaldraad wordt aangesloten op een spanningsbron.
Als je de draad vervangt door een draad met een 2× zo grote dikte van hetzelfde materiaal, wordt de stroomsterkte
☐ A 2× zo klein
☐ B 4× zo klein
☐ C 2× zo groot
☐ D 4× zo groot

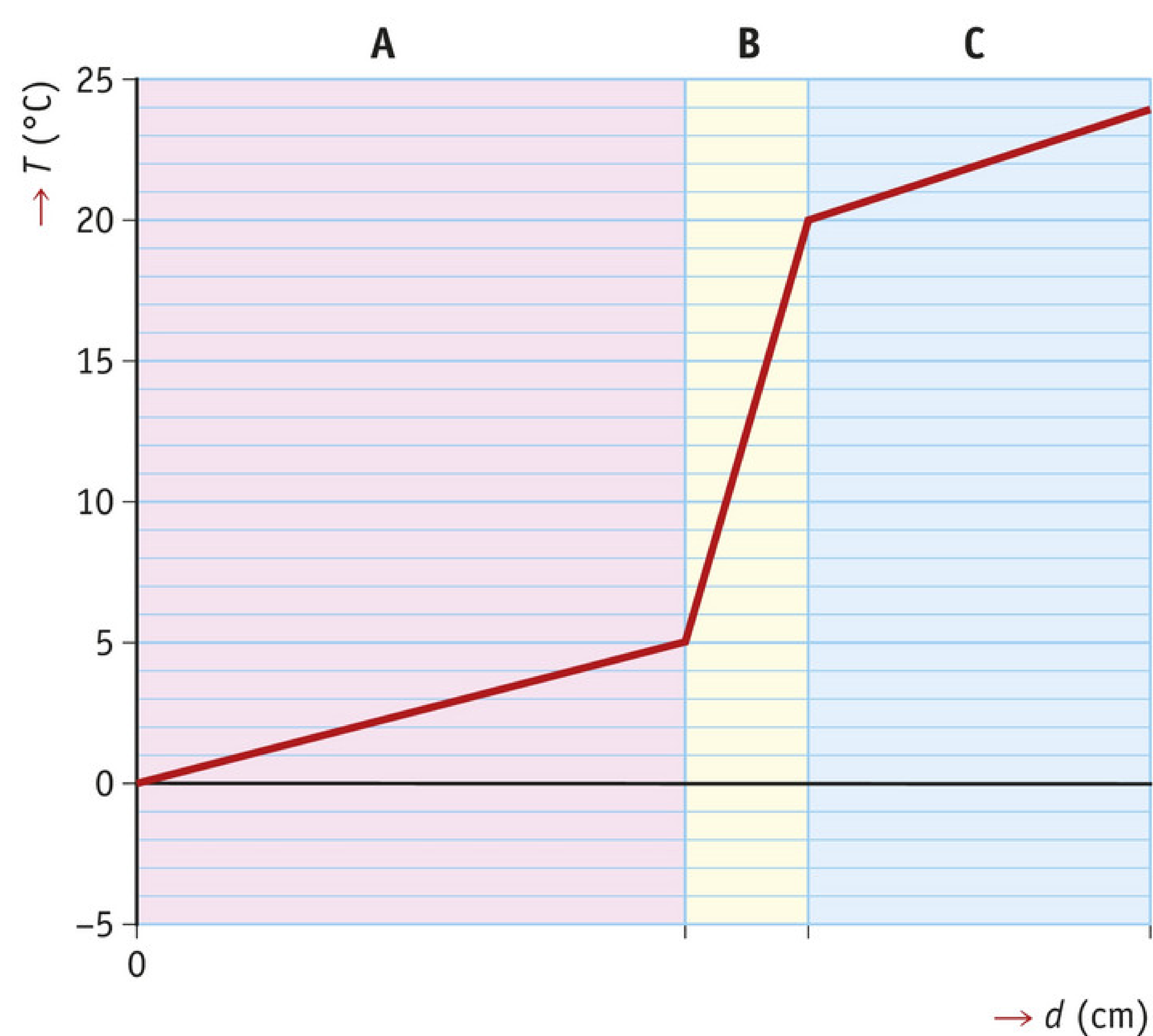
2 Een weerstand is aangesloten op een spanningsbron.
Kies in elke zin de juiste mogelijkheid om de zin kloppend te maken.
Als je meer weerstanden parallel aansluit, *wordt de totale weerstand groter / blijft de totale weerstand gelijk / wordt de totale weerstand kleiner.*
Als je meer weerstanden parallel aansluit, *wordt de stroomsterkte groter / blijft de stroomsterkte gelijk / wordt de stroomsterkte kleiner.*
Als je meer weerstanden parallel aansluit, *wordt de spanning groter / blijft de spanning gelijk / wordt de spanning kleiner.*

3 De gehoorgang kun je beschouwen als een resonerende luchtkolom die aan een kant afgesloten is door het trommelvlies.
Hoe ziet de verdeling van buiken en knopen eruit die hoort bij een staande golf in de grondtoon in een buis met een open en een gesloten uiteinde?
☐ A B K B K B
☐ B K B K
☐ C B K B
☐ D B K

4 Bij twee betonnen muren is het temperatuurverschil tussen binnen en buiten even groot.
De oppervlakte van muur A is driemaal zo groot als de oppervlakte van muur B.
De dikte van muur B is tweemaal zo groot als de dikte van muur A.
Maak de volgende zin kloppend.
Het warmteverlies is het grootst bij muur *A / B* en is *1,5 / 2 / 3 / 4,5 / 5 / 6* keer zo groot.

5 In afbeelding 1 zie je het temperatuurverloop door drie platen van verschillend materiaal. Aan de linkerkant is de temperatuur 0 °C, aan de rechterkant 24 °C.
Welke stof (A, B of C) heeft de grootste warmtegeleidingscoëfficiënt?

- ☐ A Stof A
- ☐ B Stof B
- ☐ C Stof C
- ☐ D Daar kun je niets over zeggen, want je weet niet hoe dik de platen zijn, en je weet niet van welke stoffen de platen zijn gemaakt.



▲ **afbeelding 1**

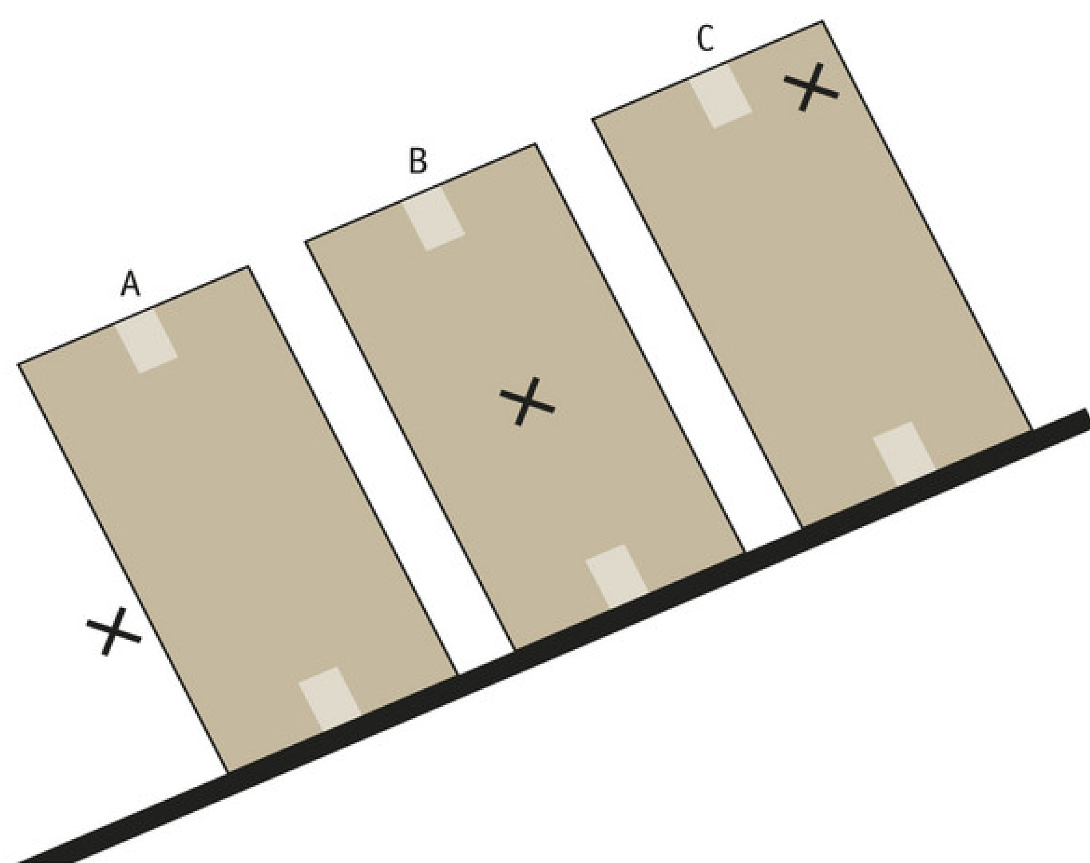
6 Temperaturen kunnen worden uitgedrukt in kelvin of graden Celsius.
Reken om:

-4 °C = _________ K

22 K = _________ °C

7 Een doos staat op een schuine helling (afbeelding 2). Het zwaartepunt is ook aangegeven (met een kruisje).
Welke doos zal kantelen?

Doos _______ zal kantelen.



▲ **afbeelding 2**

 Wil je weten of je voldoende voorkennis hebt voor dit hoofdstuk, maak dan online de *Voorkennistoets*.

Praktijk

De bionische mens

Op 8 februari 2013 werd door een internationaal onderzoeksteam de allereerste bionische 'mens' aan de wereld gepresenteerd (figuur 1). De ontwikkelaars noemden deze mensachtige robot Rex, een afkorting van 'Robotic exoskelet'. Deze robot beschikte namelijk niet alleen over kunstmatige ledematen, maar ook over een uitwendig skelet (exoskelet), waaraan zijn organen waren bevestigd. Rex werd ontwikkeld om te onderzoeken of het mogelijk is om alle organen in het menselijk lichaam, met al hun verschillende functies, na te bouwen. De ontwikkelaars verzamelden de modernste prothesen en kunstmatige organen van over de hele wereld om Rex te maken. Hij werd tentoongesteld in het Science Museum in Londen en in Amerika en werd daarna weer uit elkaar gehaald.



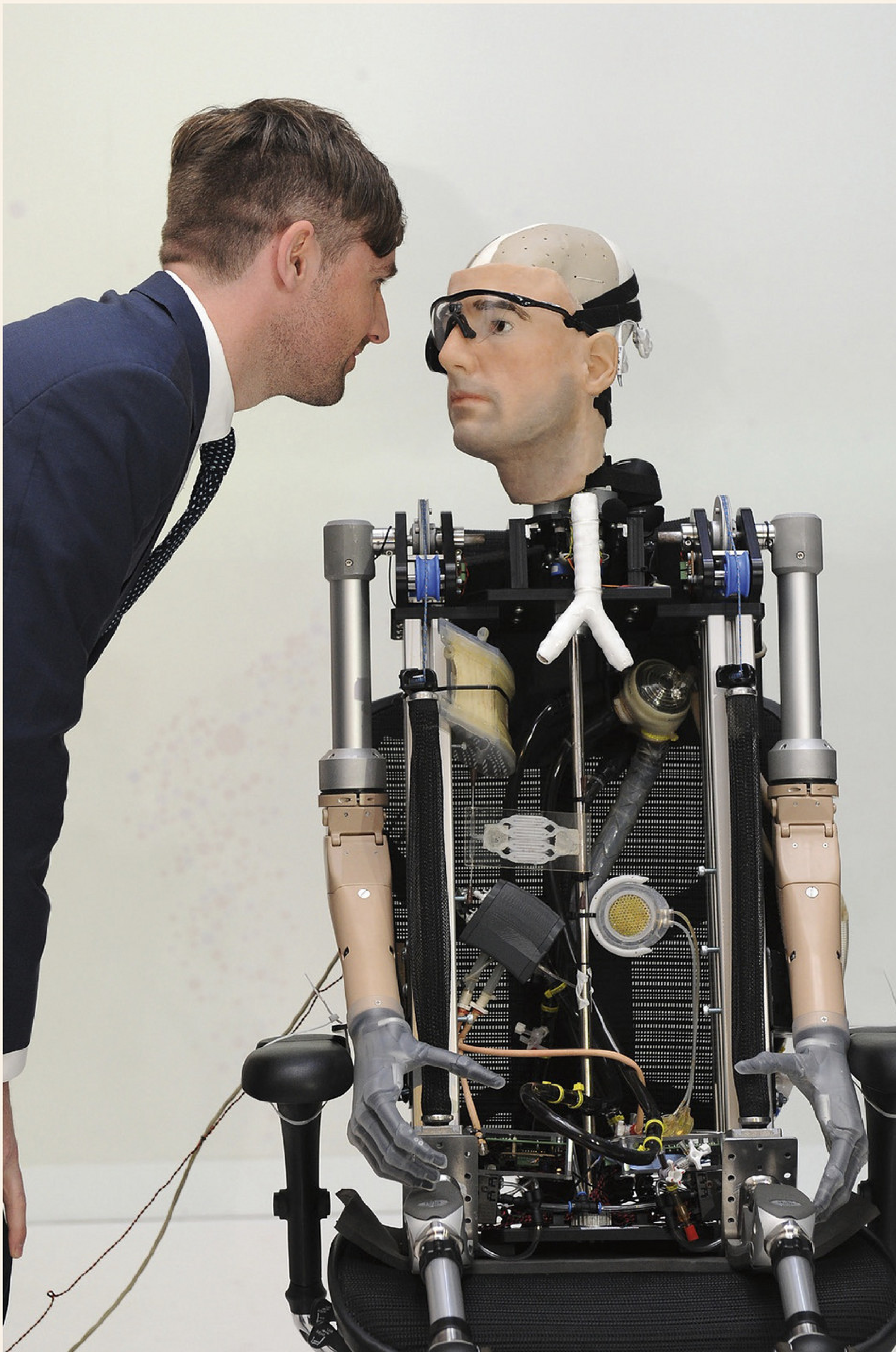
Het onderzoek dat uiteindelijk leidde tot de totstandkoming van deze robot is een voorbeeld van BME (*biomedical engineering*), ook wel aangeduid als bio-engineering. In deze wetenschap worden de ontwerpconcepten (vormgeving en functionaliteit) van dieren en planten kunstmatig nagebouwd. De natuur heeft immers voor veel problemen allang een oplossing gevonden.

Bij dit onderzoek zijn begrip en kennis nodig van onder andere biologie, materiaalkunde en natuurkunde. Bio-engineering zoekt niet alleen naar oplossingen voor medische problemen, maar houdt zich ook bezig met bijvoorbeeld de verbetering van constructies. De energiebesparende voortbeweging van sommige vissoorten wordt bijvoorbeeld al toegepast in het ontwerp van schepen.

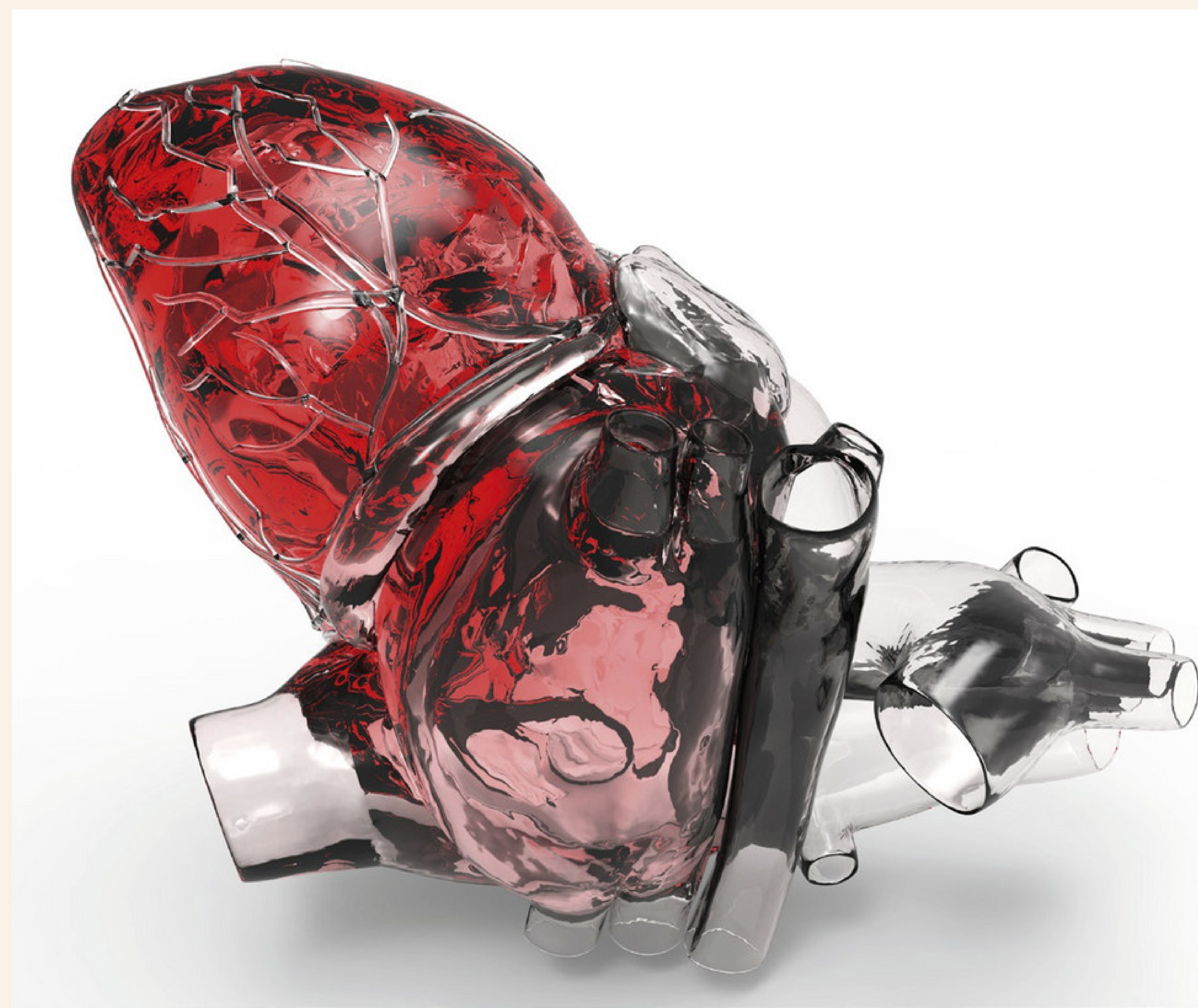
Kunstmatige organen

Veel van de prothesen en kunstmatige organen waaruit Rex was samengesteld worden al toegepast bij mensen. Andere zijn nog volop in ontwikkeling. Enkele van de lichaamsdelen waarmee Rex was uitgerust:

- mechanische ledematen;
- elektronische ogen;
- een kunstmatig hart;
- kunstmatige longen en nieren.



'De natuur heeft voor veel problemen allang een oplossing gevonden.'



▲ **figuur 1** Rex, de bionische robotmens

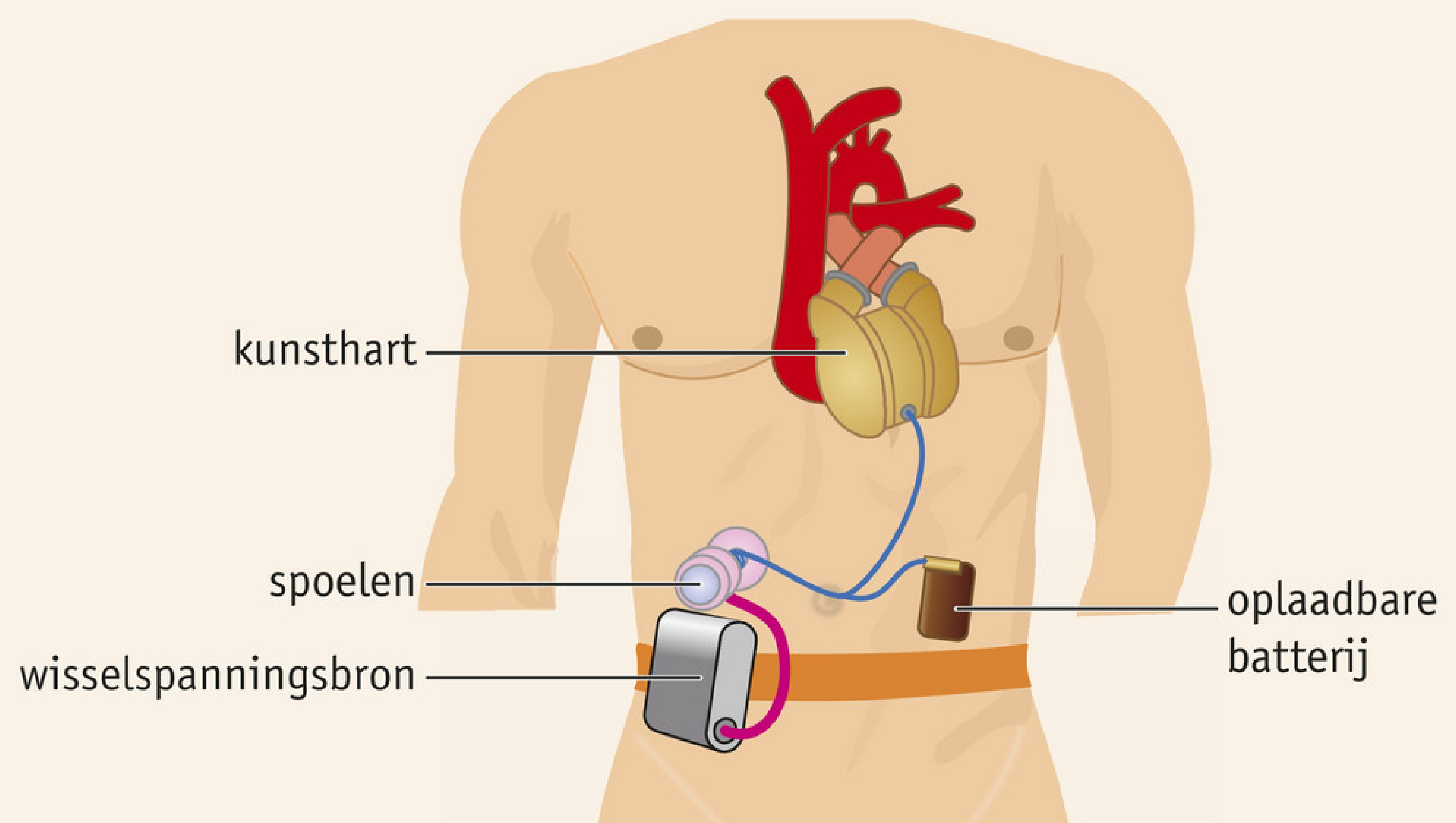
▲ **figuur 2** een hart van plastic

Rex kon ook communiceren. Hij had 'oren' in de vorm van geluidssensoren. Door middel van een spraakherkenningssysteem met kunstmatige intelligentie kon Rex eenvoudige aanwijzingen begrijpen en opdrachten uitvoeren. Een spraaksynthesizer (een apparaat dat menselijke spraakklanken nabootst) maakte het communicatiesysteem compleet. Zijn bloed bestond uit een vloeistof met daarin een polymeer. Dit polymeer is net als menselijk bloed in staat zuurstof aan zich te binden en vervolgens weer los te laten.

Uiteindelijk zijn de ontwikkelaars erin geslaagd om ongeveer 70% van de functies van een menselijk lichaam na te bootsen. De belangrijkste onderdelen die nog ontbraken waren een maag met een werkend spijsverteringssysteem en hersenen. Een van de ontwikkelaars van Rex, Rich Walker, zegt daarover: "Hersenen zijn verreweg het moeilijkst na te maken. Ons brein zit ongelooflijk ingewikkeld in elkaar. Waarschijnlijk lukt het ons daarom nooit om een volledig bionische mens te maken."

Het hart op de rug

In de hartchirurgie is onderzoek naar de ontwikkeling en toepassing van prothesen en apparaten van levensbelang. Een soortgelijk hart als dat van Rex is al met succes bij honderden patiënten over de gehele wereld getransplanteerd (figuur 2). Zowel het kunsthart (1957) als de hart-longmachine (1956) zijn uitgevonden door de Nederlandse internist Willem Johan Kolff (1911 -2009). Hij was ook degene die de eerste werkende kunstnier uitvond. Ook al kan een kunsthart jarenlang



▲ **figuur 3** een energiebron voor een kunstmatig hart

probleemloos functioneren, het is een tijdelijke oplossing om het bloed naar de belangrijke organen in het lichaam rond te pompen, totdat een donorhart beschikbaar is. Zo'n kunsthart bestaat uit twee hartkamers met kleppen van plastic. Het hart wordt aangedreven door een pomp buiten het lichaam van de patiënt. Deze draagbare pomp is via luchtslangen door de huid met het hart verbonden. Door deze slangen wordt met tussenpozen lucht gepompt, waardoor de hartkamers worden samengedrukt en het bloed door de aders wordt gestuwd, precies zoals een kloppend hart in het menselijk lichaam doet. De pomp en accu wegen samen slechts zeven kilo, zodat de patiënt relatief weinig hinder ondervindt. De patiënt draagt deze cruciale onderdelen in een soort rugzak.

Energievoorziening van het hart

Voor alle kunstmatige organen geldt dat wanneer er uitwendige onderdelen aan zitten, er via de slangen bacteriën en ziekteverwekkers in het lichaam kunnen dringen. Daarom ontwikkelen wetenschappers momenteel een kunstmatig hart dat gebruikmaakt van een inwendige pomp en batterij. Deze batterij kan buiten het lichaam worden opgeladen door het opwekken van een inductiestroom (figuur 3). Hetzelfde principe wordt gebruikt in oplaadbare elektrische tandenborstels. Het maakt gebruik van een transformator. Een gelijkrichter met onder andere dioden wordt gebruikt om de opgewekte wisselspanning om te zetten in een gelijkstroom. De gelijkstroom voorziet de pomp van de benodigde energie en stuurt de elektronische schakelingen in het kunsthart aan. Bloedstroommeters regelen de hoeveelheid bloed die moet worden rondgepompt. De meters maken gebruik van ultrageluid: hoogfrequent geluid dat wordt teruggekaatst door de bloedcellen. Hiermee kan de snelheid van het bloed worden gemeten, net zoals een radar dat doet bij een auto. Tijdens het slapen werkt de pomp langzamer, bij grote inspanningen sneller.

De toekomst

De ontwikkelaars van Rex verwachten niet dat er deze eeuw een bionische mens zal worden gebouwd, maar Rex heeft wel veel inzicht gegeven in wat er allemaal al aan kunstmatige ledematen, organen en implantaten beschikbaar is. En het onderzoek gaat door. Naar prothesen die er niet alleen uitzien als menselijke lichaamsdelen, maar ook reageren zoals het menselijk lichaam dat doet.

Voortschrijdende techniek

De mogelijkheden op het gebied van prothesen nemen almaar toe. De techniek is inmiddels zover voortgeschreden dat patiënten van wie het onderbeen is geamputeerd, hun beenprothese kunnen aansturen met hun hersenen doordat deze via elektroden aan de zenuweinden zijn verbonden. Er worden niet alleen kunstmatige ledematen, maar ook kunstmatige organen ontwikkeld.
Professor Dimitrios Stamatialis (Universiteit Twente) verwacht dat kunstmatige organen van biomaterialen en levende cellen in de nabije toekomst falende menselijke organen zullen vervangen. Hierdoor worden behandeltechnieken als nierdialyse overbodig. Stamatialis werkt met zijn onderzoeksgroep *(Bio) artificial organs* aan de ontwikkeling van een draagbare kunstnier. Het doel op langere termijn is de ontwikkeling van een implanteerbare kunstnier op basis van levende niercellen.

Opdrachten

Bestudeer eerst de theorie van dit hoofdstuk voordat je de volgende opdrachten uitvoert.

1 Energieomzetting
Rex beschikt over een aantal sensoren die de menselijke zintuigen nabootsen. Een sensor meet een natuurkundige grootheid en zet haar om in een elektrische spanning. Geef de energieomzetting die plaatsvindt in de volgende onderdelen van Rex:
- **a** het oor
- **b** het oog

2 Technisch ontwerp
Bedenk twee voorbeelden van een technisch ontwerp dat is afgeleid uit de dierenwereld.

3 Kunsthart
Monique leest op de website van een fabrikant van kunstmatige harten dat het hart is gemaakt van de meest hoogwaardige materialen omdat het 100 000 slagen per dag moet maken, en dat gedurende vele jaren.
- **a** Geef een schatting van je eigen hartslag in rust, en ga na of het gegeven dat het hart 100 000 slagen per dag maakt een juiste aanname is.

Een nadeel van een kunsthart is dat zich rond plastic onderdelen zoals kleppen bloedstolsels kunnen vormen.
- **b** Leg uit wat dit kan betekenen voor de stromingsweerstand in de bloedvaten.

Op een website van een internetwinkel die vijverpompen aanbiedt leest Monique in een advertentie de volgende gegevens over een vijverpomp: vijverpomp *Messner Aqua-Flow 1500*, 1200 L/h, 25 watt, 1,8 meter opvoerhoogte.

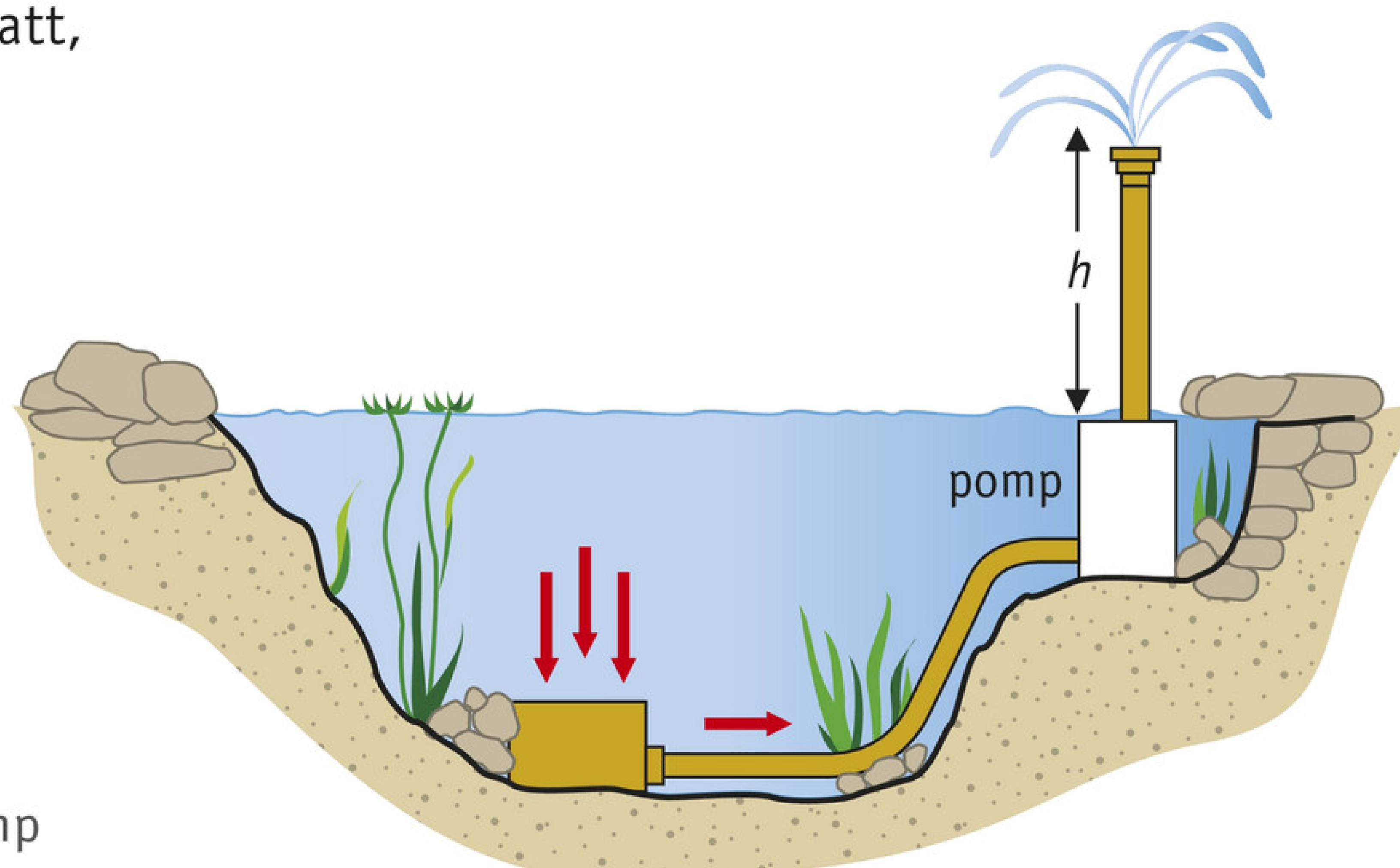
Monique wil de prestaties van deze pomp vergelijken met die van haar eigen hart. Haar hart pompt ongeveer 70 cm^3 bloed per hartslag rond. In rust slaat het ongeveer 75 keer per minuut.
- **c** Bereken hoeveel liter bloed haar hart per uur rondpompt.

De in de advertentie vermelde opvoerhoogte van 1,8 meter betekent dat deze pomp voldoende druk kan leveren om een waterkolom in een verticale buis 1,8 meter omhoog te pompen (figuur 4).
De tegendruk die deze waterkolom dan uitoefent kun je berekenen met de formule:

$$p = \rho \cdot g \cdot h$$

Hierin is:
- ρ de dichtheid (van water) in kg m^{-3};
- g de valversnelling in m s^{-1};
- h de hoogte van de waterkolom in m.

- **d** Bereken de druk die de pomp maximaal kan uitoefenen.
- **e** Het drukverschil over een kleine slagader (met een lengte van $1{,}0 \cdot 10^{-3}$ m en een straal van $2{,}5 \cdot 10^{-5}$ m) is ongeveer 1,3 kPa. De viscositeit van bloed is $4{,}0 \cdot 10^{-3}$ Pa s. Bereken de stroomsnelheid (in L h^{-1}) door deze ader.
- **f** Als je een slangetje met dezelfde afmetingen op de vijverpomp zou aansluiten, hoeveel liter bloed zou deze pomp hierdoor dan per uur kunnen rondpompen? Neem als druk de waarde die je bij opgave d hebt gevonden.
- **g** Wat valt je op als je deze waarde vergelijkt met de waarde die in de advertentie is opgegeven? Waar wordt het grote verschil door veroorzaakt?



▶ **figuur 4** een vijverpomp

1 Warmtehuishouding van het menselijk lichaam

In deze paragraaf leer je:
- dat het menselijk lichaam warmte verliest door straling, stroming, geleiding en verdamping;
- de wet van Stefan-Boltzmann toepassen;
- de formule voor de warmtestroom bij het menselijk lichaam toepassen;
- berekeningen met de verdampingswarmte maken.

Als je fietst of loopt, verricht je lichaam arbeid. Hierbij wordt een groot deel van de beschikbare energie omgezet in warmte. Toch blijft je lichaamstemperatuur altijd ongeveer 37 °C. Je lichaam raakt dus ook warmte kwijt. Er zijn verschillende manieren om overtollige lichaamswarmte kwijt te raken.

Het lichaam als warmtebron

Iemand die zich weinig inspant, verbruikt op een dag gemiddeld 8 tot 10 megajoule (MJ). Dit komt overeen met een vermogen van ongeveer 100 W. Een klein deel van deze energie is nodig om het lichaam te laten functioneren, maar het grootste deel wordt omgezet in warmte. Zodra je gaat bewegen neemt het vermogen toe. Als je sport of naar school fietst, verbranden de spieren voedingsstoffen en zetten de energie die daarbij vrijkomt om in arbeid en warmte.
Je spieren zijn niet in staat om met een rendement van 100% energie uit voedsel om te zetten in mechanische energie. Het rendement van het menselijk lichaam bij bijvoorbeeld fietsen is ongeveer 25%. Dit betekent dat 75% wordt omgezet in warmte, drie keer zo veel als de hoeveelheid arbeid (figuur 1). Die vrijgekomen warmte moet worden afgevoerd; anders loopt je lichaamstemperatuur snel op.



▲ **figuur 1** Van fietsen krijg je het warm.

Soortelijke warmte van het lichaam

De soortelijke warmte is de benodigde hoeveelheid energie om één kilogram stof één kelvin in temperatuur te laten stijgen. De soortelijke warmte van het menselijk lichaam is ongeveer $3{,}5 \cdot 10^3\ \mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}$.

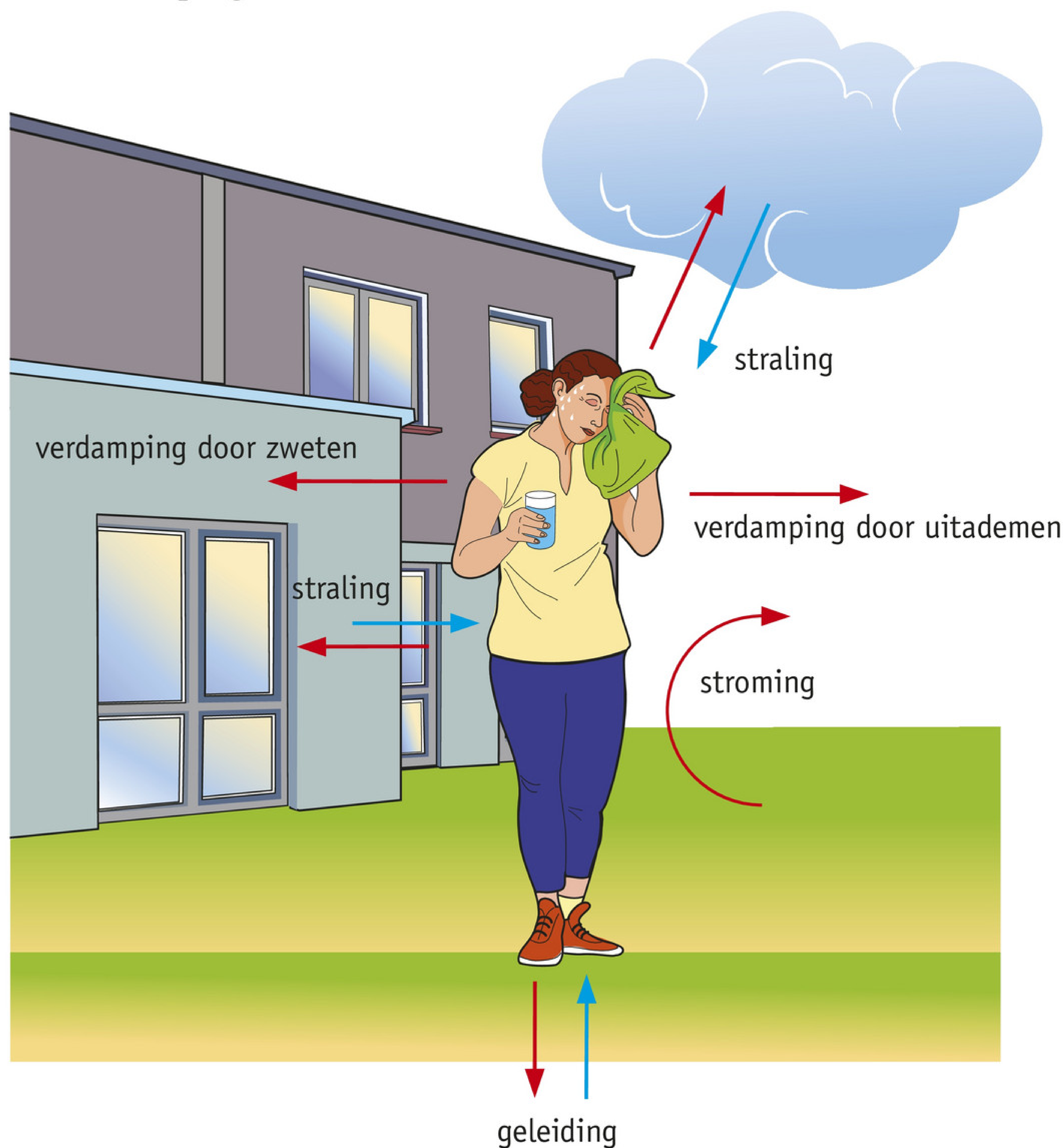
Voorbeeldopgave 1

Een wielrenner fietst 2,0 uur. Hierbij zet hij per seconde 1,50 kJ om in 0,30 kJ arbeid en 1,20 kJ warmte.
Bereken de gemiddelde temperatuurstijging van zijn lichaam als er geen warmte wordt afgevoerd. Bepaal eerst welke grootheid je moet schatten.

Uitwerking
Je moet de massa schatten. Neem als schatting $m = 70$ kg.
Gegeven: $t = 2{,}0 \times 60 \times 60 = 7{,}2 \cdot 10^3$ s
$P = 1{,}20 \cdot 10^3$ W
De warmteproductie wordt gegeven door:
$Q = E = P \cdot t = 1{,}20 \cdot 10^3 \times 7{,}2 \cdot 10^3 = 8{,}64 \cdot 10^6$ J
Verder geldt: $Q = m \cdot c \cdot \Delta T$

Dus: $\Delta T = \dfrac{Q}{m \cdot c} = \dfrac{8{,}64 \cdot 10^6}{70 \times 3{,}5 \cdot 10^3} = 35$ °C

In voorbeeldopgave 1 zie je dat de gemiddelde temperatuurstijging bij een activiteit als fietsen heel groot is. Als er geen warmteafvoer zou zijn, zou de temperatuur van de wielrenner in twee uur oplopen naar 37 °C + 35 °C = 72 °C. Dat zou hij niet overleven; een lichaamstemperatuur boven 42 °C is al dodelijk.
Om de temperatuur van je lichaam constant te houden, moeten warmteproductie en warmte-afvoer even groot zijn. Zoals je in figuur 2 kunt zien, zijn er verschillende manieren om warmte af te staan aan de omgeving:
- straling;
- stroming;
- geleiding;
- verdamping door zweten;
- verdamping van water door uitademen.



▲ **figuur 2** warmteafvoer bij het menselijk lichaam

Straling

Elk voorwerp met een temperatuur hoger dan 0 K zendt straling uit. Het menselijk lichaam heeft een temperatuur van 310 K (37 °C). Bij deze temperatuur is de uitgezonden straling niet zichtbaar zoals bij een gloeiende spijker, maar bestaat ze uit infrarode straling. De warmte die een voorwerp in de vorm van straling per seconde afgeeft hangt behalve van de temperatuur ook af van het oppervlak van het voorwerp. Dit staat bekend als de **wet van Stefan-Boltzmann**:

$$P = \varepsilon \cdot A \cdot \sigma \cdot T^4$$

Hierin is:

- P het stralingsvermogen in watt (W);
- ε de emissiefactor (geen eenheid);
- A de oppervlakte in vierkante meter (m^2);
- σ de constante van Stefan-Boltzmann: $5{,}67 \cdot 10^{-8}\ \text{W m}^{-2}\ \text{K}^{-4}$;
- T de absolute temperatuur in kelvin (K).

De constante van Stefan-Boltzmann σ vind je in Binas tabel 7a.

Als het oppervlak (A) van een voorwerp groter is, zendt het meer straling uit bij dezelfde temperatuur. Maar ook de aard van het oppervlak speelt een rol. Een dof zwart voorwerp absorbeert bijna alle straling die erop valt. Een voorwerp dat alle straling die erop valt absorbeert, heet een ideaal zwart lichaam (zie ook hoofdstuk 9). Voor zo'n voorwerp is niet alleen het absorptievermogen maximaal, het is ook een perfecte straler: het vermogen dat dit voorwerp uitstraalt (het emissievermogen), is maximaal vergeleken met alle voorwerpen die even groot, maar niet dof zwart zijn. De **emissiefactor** ε geeft aan in hoeverre een voorwerp een ideaal zwart lichaam benadert. De waarde van dit getal ligt tussen 0 (er wordt helemaal geen straling uitgezonden) en 1 (een perfecte straler). De waarde hangt ook af van de golflengte van de straling. Voor de infrarode straling die het menselijk lichaam voornamelijk uitzendt (ook met kleding), geldt $\varepsilon = 0{,}95$.

Voorbeeldopgave 2

Bereken de hoeveelheid warmte die je per seconde door straling verliest. Ga uit van de volgende gegevens: de temperatuur van je huid is 34 °C en het oppervlak van een menselijk lichaam is ongeveer 2,0 m^2.

Uitwerking
Gegeven:
$T = 34\ °C = 34 + 273 = 307\ K$
$A = 2{,}0\ m^2$
$\varepsilon = 0{,}95$
Bereken het uitgestraalde vermogen met $P = \varepsilon \cdot A \cdot \sigma \cdot T^4$.
$P = 0{,}95 \times 2{,}0 \times 5{,}67 \cdot 10^{-8} \times 307^4 = 9{,}6 \cdot 10^2\ W$

Als je de in voorbeeldopgave 2 berekende hoeveelheid energie werkelijk per seconde zou verliezen, zou je overlijden aan onderkoeling. In werkelijkheid gebeurt dit niet, doordat de voorwerpen in onze omgeving ook (infrarode) straling uitzenden die door het menselijk lichaam kan worden geabsorbeerd.
In een vereenvoudigd model kun je met de wet van Stefan-Boltzmann ook berekenen hoeveel stralingsenergie je per seconde uit je omgeving opneemt. Je gaat er hierbij van uit dat het effectief bestralende oppervlak van de omgeving (bijvoorbeeld van de muren in je slaapkamer) even groot is als het ontvangende oppervlak (jouw lichaam). Een tweede aanname is dat de emissie-

factor voor straler en ontvanger hetzelfde is. Bij een omgevingstemperatuur van 22 °C levert een soortgelijke berekening als in voorbeeldopgave 2 dan een geabsorbeerd vermogen op van $8{,}2 \cdot 10^2$ W. Dit betekent dat je de hoeveelheid energie die het lichaam door straling per seconde netto verliest, kunt schatten: $9{,}6 \cdot 10^2$ W − $8{,}2 \cdot 10^2$ W = $1{,}4 \cdot 10^2$ W. In het algemeen geldt: hoe lager de omgevingstemperatuur, hoe groter het energieverlies door straling.

Stroming

Als koude lucht in aanraking komt met je lichaam, zet deze lucht uit en stijgt op. De hoeveelheid warmte die je op deze manier verliest is klein vergeleken met de warmte die je door straling verliest. Dit warmteverlies wordt nog kleiner als je dikke kleding draagt.

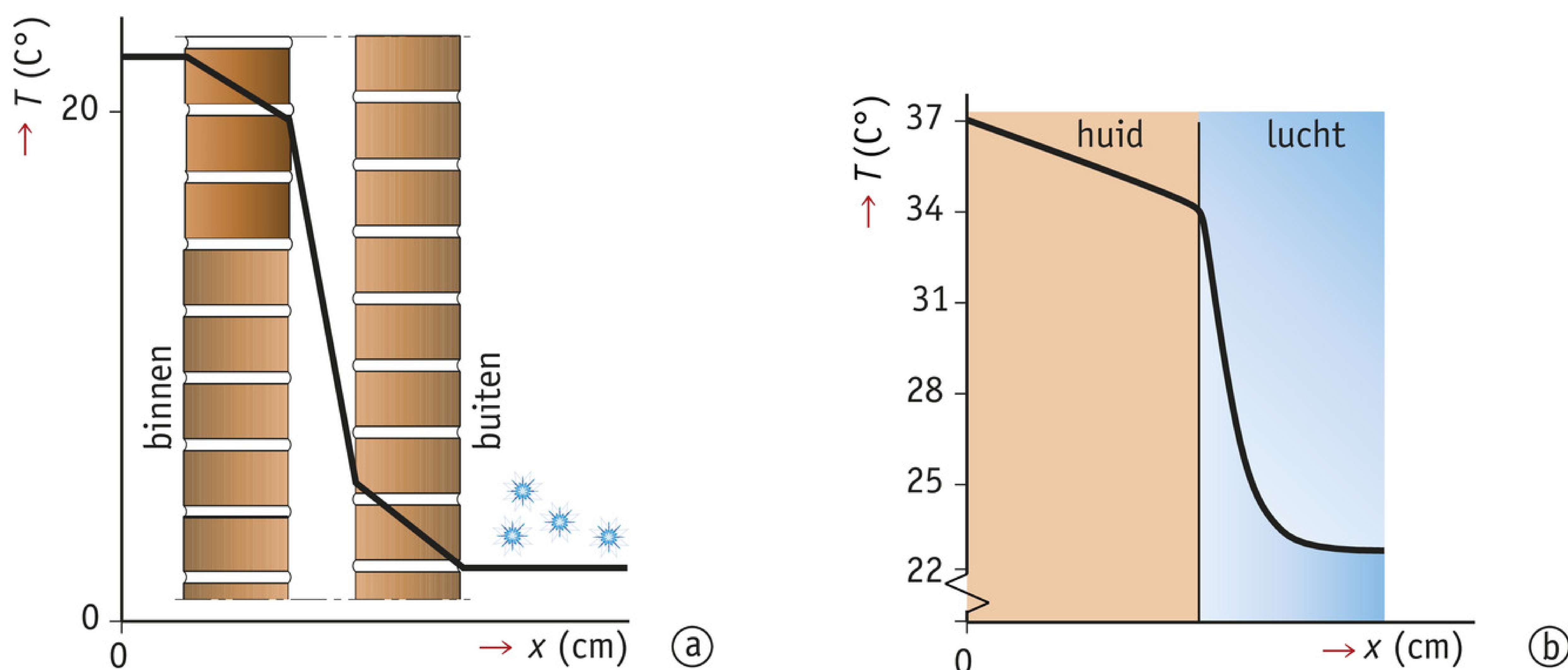
Geleiding

Geleiding is de overdracht van warmte van een plaats met hoge temperatuur naar een plaats met lagere temperatuur in vaste stoffen. Voor de warmtestroom door bijvoorbeeld een muur heb je in hoofdstuk 4 de formule $P = \lambda \cdot A \cdot \dfrac{\Delta T}{d}$ leren kennen.

In figuur 3a is weergegeven hoe de temperatuur van de warme binnenkant van een huis naar de koude buitenkant verloopt. De warmtestroom *P* door de twee stenen muren en door de isolatielaag is gelijk, anders zou de warmte zich ergens in de muur gaan ophopen en zou de temperatuur daar steeds verder oplopen.

De *grootste* temperatuursprong $\left(\dfrac{\Delta T}{d}\right)$ treedt op in de isolatielaag tussen de muren, omdat deze laag de *kleinste* warmtegeleidingscoëfficiënt (λ) heeft. In formuletaal: $P = \lambda \cdot \downarrow \cdot A \left(\dfrac{\Delta T}{d}\right) \uparrow$.

Bij een goede warmte-isolator treedt dus een grote temperatuursprong op.



▲ **figuur 3** temperatuurverloop bij een spouwmuur (a) en bij de menselijke huid (b)

Bij de menselijke huid is een dergelijk temperatuurverloop ook te herkennen (figuur 3b). In de praktijk blijkt de afname van de temperatuur in de omringende lucht een zeer steil verloop te hebben. Om de huid ligt een dun luchtlaagje dat als een soort isolatiedeken werkt, vergelijkbaar met de isolatielaag tussen twee muren. De warmteafgifte van het menselijk lichaam door geleiding aan de omringende lucht is hierdoor dan ook vrij klein. Als je je in water bevindt of als je tegen een muur leunt, neemt de warmteafgifte door geleiding toe. Een zwemmer in het water verliest bijvoorbeeld veel meer warmte dan wanneer hij op het droge staat.

Voorbeeldopgave 3

Bereken de hoeveelheid warmte die je verliest als je met twee benen in ijskoud water van 2,0 °C gaat staan. Ga uit van het gegeven dat de warmte zich door een vetlaagje van 3,0 mm moet verplaatsen van het warme binnenste van je benen (37 °C) naar de buitenkant. De warmtegeleidingscoëfficiënt van vet is $\lambda_{vet} = 0{,}2\ \mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}$. Het totale huidoppervlak van je benen en voeten bedraagt 0,72 $\mathrm{m^2}$.

Uitwerking
Gegeven:
$\lambda = 0{,}2\ \mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}$
$\Delta T = 37 - 2{,}0 = 35\ °\mathrm{C}$
$d = 3{,}0\ \mathrm{mm} = 3{,}0 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}$
$A = 0{,}72\ \mathrm{m^2}$

Gebruik de formule: $P = \lambda \cdot A \cdot \dfrac{\Delta T}{d}$

$$P = \lambda \cdot A \cdot \frac{\Delta T}{d} = 0{,}2 \times 0{,}72 \times \frac{35}{3{,}0 \cdot 10^{-3}} = 2 \cdot 10^{3}\ \mathrm{W}$$

Zoals je in voorbeeldopgave 3 ziet is de warmteafgifte door alleen de benen al behoorlijk groot. Als je in een wak schaatst en in het ijskoude water terechtkomt, kun je dan ook in zeer korte tijd onderkoeld raken en overlijden.

Verdamping

Het warmteverlies door geleiding, stroming en straling is vaak niet groot genoeg om af te koelen. Daarbij wordt het verlies ook nog eens kleiner naarmate de omgevingstemperatuur stijgt. Als de omgevingstemperatuur gelijk wordt aan 37 °C, kan het lichaam helemaal geen warmte meer afstaan aan de omgeving (figuur 4). Wanneer de temperatuur nog verder stijgt, gaat het lichaam zelfs warmte opnemen uit de omgeving. De lichaamstemperatuur zou dan hoger worden dan 37 °C. Dit gebeurt in de praktijk echter niet doordat er sprake is van verdamping.



▲ **figuur 4** In een woestijn is de temperatuur overdag vaak hoger dan 37 °C.

Gedurende de hele dag verdamp je water. Je transpireert altijd, zelfs bij normale temperaturen raak je ongeveer een liter zweet per etmaal kwijt. Dat vochtverlies gebeurt deels onzichtbaar: het zweet is verdampt voordat het kan worden waargenomen. Wanneer je sport, stijgt de lichaamstemperatuur en ga je meer zweten. Dit zweet verdampt en onttrekt warmte aan je

lichaam. Hierdoor koel je af. Dus als je tijdens of na het sporten met een handdoek het zweet afveegt, koelt je lichaam minder snel af.
De benodigde hoeveelheid warmte om een kilogram vloeistof te verdampen, heet de **verdampingswarmte**. In Binas tabel 11 en 12 is de verdampingswarmte van een groot aantal stoffen vermeld. Zoals je in voorbeeldopgave 4 ziet, is de warmteafgifte door verdamping bij grote inspanningen erg groot.

Voorbeeldopgave 4

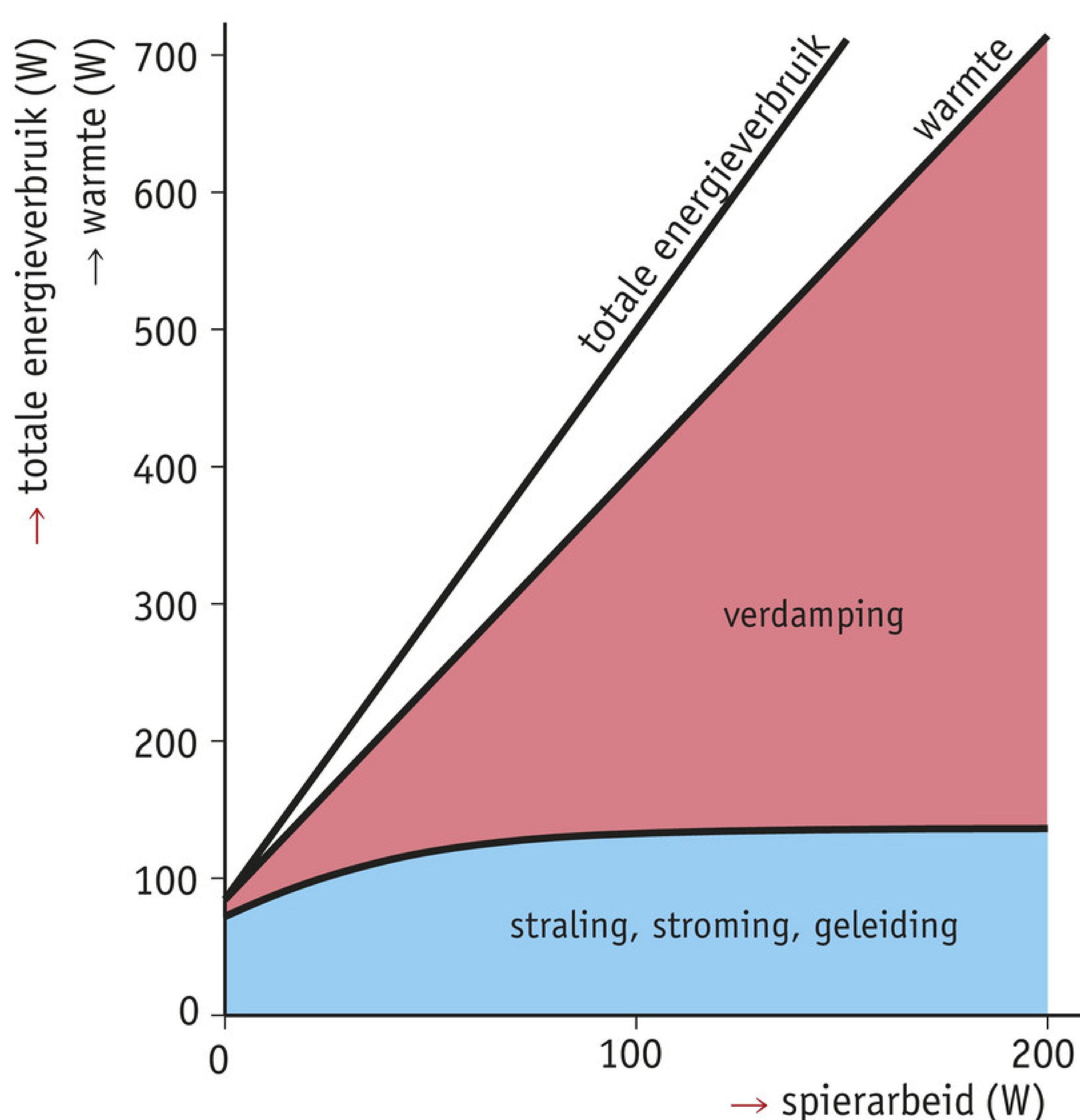
Een wielrenner verliest tijdens een etappe in de Tour de France 1,3 L zweet in 1,0 uur.
Bereken de hoeveelheid warmte die hij per seconde door verdamping verliest. Ga ervan uit dat de massa van 1,0 L zweet gelijk is aan 1,0 kg en dat de verdampingswarmte van zweet gelijk is aan de verdampingswarmte van water.

Uitwerking
Gegeven:
m = 1,3 kg
t = 3600 s
De verdampingswarmte van water vind je in Binas tabel 11. In twee significante cijfers is deze $2{,}3 \cdot 10^6$ J kg^{-1}.
In 1,0 uur verliest de wielrenner $1{,}3 \times 2{,}3 \cdot 10^6 = 3{,}0 \cdot 10^6$ J.

$$P = \frac{E}{t} = \frac{3{,}0 \cdot 10^6}{3600} = 8{,}3 \cdot 10^2 \text{ W}$$

De wielrenner verliest dus $8{,}3 \cdot 10^2$ joule per seconde door verdamping.

Als je inademt, heeft de ingeademde lucht normaal gesproken een temperatuur die lager is dan je lichaamstemperatuur. In je longen wordt de lucht opgewarmd voordat je weer uitademt. Ook dit is een manier om warmte kwijt te raken. Bovendien bevat de uitgeademde lucht veel waterdamp die is gevormd door de verdamping van water in je lichaam. Door deze verdamping koelt het lichaam ook af. Figuur 5 geeft weer hoe belangrijk verdamping is bij het constant houden van je lichaamstemperatuur.



◀ **figuur 5** warmteafvoer uit het menselijk lichaam als functie van de spierarbeid

Als je niet beweegt, is de totale energieproductie ongeveer 10 W. Een klein deel van de geproduceerde warmte verlies je door verdamping bij de ademhaling. Bij het verrichten van arbeid neemt de verdamping door transpiratie snel toe. Als je 100 W aan arbeid verricht, wordt er al ongeveer 400 − 100 = 300 W energie door verdamping afgevoerd. Omdat de lichaamstemperatuur ongeveer 37 °C blijft, verandert de warmtekoeling via straling, stroming en geleiding vrijwel niet.

Onthoud!

- Het menselijk lichaam verliest warmte door straling, stroming, geleiding en verdamping.
- Voor het stralingsvermogen van een voorwerp (dus ook het menselijk lichaam) geldt de wet van Stefan-Boltzmann: $P = \varepsilon \cdot A \cdot \sigma \cdot T^4$
- Het warmteverlies door geleiding kun je berekenen met de formule voor de warmtestroom.
- De verdampingswarmte van een stof is de hoeveelheid warmte die nodig is om één kilogram van die stof te laten verdampen.

Opdrachten

1 Energieverbruik

Een gemiddeld persoon verbruikt 2000 kcal per dag.
Bereken hoeveel kilogram eigen lichaamsvet (verbrandingswarmte is $4{,}0 \cdot 10^7$ J kg^{-1}) deze persoon verbrandt als hij een hele dag niet eet en drinkt.

2 Vet

Mensen met een dikke vetlaag verliezen per vierkante meter lichaamsoppervlak minder warmte dan mensen met een dunne vetlaag.

Leg dit uit met behulp van de formule $P = \lambda \cdot A \cdot \dfrac{\Delta T}{d}$.

3 Afvallen

Dit is een vervolg op voorbeeldopgave 2.
Bij een omgevingstemperatuur van 22 °C was het netto warmteverlies door straling $1{,}4 \cdot 10^2$ W. Fouad wil afvallen en zet daarom 's winters de verwarming in zijn kantoor nog maar op 12 °C in plaats van op 22 °C.

a Bereken met behulp van de wet van Stefan-Boltzmann hoeveel energie Fouad netto per seconde verliest door straling bij een omgevingstemperatuur van 12 °C. Gebruik dezelfde gegevens als in de voorbeeldopgave: de temperatuur van zijn huid is 34 °C, het oppervlak van zijn lichaam is 2,0 m^2 en de emissiefactor is 0,95.

Per dag bevindt Fouad zich 9,0 uur in zijn kantoor.

b Bereken hoeveel lichaamsvet (verbrandingswarmte is $4{,}0 \cdot 10^7$ J kg^{-1}) hij *extra* per dag verbrandt als hij verder niets aan zijn eetpatroon verandert.

+4 Warmtestroom en elektrische stroom

De warmtestroom per m^2 stof kun je berekenen met de formule: $P = \lambda \cdot \dfrac{\Delta T}{d}$

Technici en ingenieurs schrijven deze formule vaak om naar de volgende vorm:

$\Delta T = P \cdot R$ waarin $R = \dfrac{d}{\lambda}$

R is hierin de zogenoemde *warmteweerstand*: hoe groter R, hoe kleiner de warmtestroom.

De formule $\Delta T = P \cdot R$ toont grote overeenkomsten met een formule die je kent uit de elektriciteitsleer: $U = I \cdot R$.

a Vul tabel 1 verder in.

▼ **tabel 1** elektriciteitsleer en warmteleer

	elektriciteitsleer	warmteleer
wat er stroomt	lading Q in C	warmte Q in J
hoeveel er stroomt	stroomsterkte I in ...	warmtestroom P in ...
oorzaak van de stroming	spanning ... in V	temperatuurverschil ΔT in ...
weerstand tegen stroming	weerstand ... in ...	warmteweerstand $\left(\frac{d}{\lambda}\right)$ in ...

Net als bij elektrische weerstanden mag je warmteweerstanden optellen als ze in serie staan. Een duikerspak bestaat uit 3,0 mm dik rubber, met een voering van 2,0 mm wol (λ_{wol} = 0,040 W m^{-1} K^{-1}).

b Bereken de warmteweerstand van deze combinatie van materialen.

c Bereken de warmtestroom door 1 m^2 van dit pak als de duiker met een huidtemperatuur van 34 °C in water van 6 °C zou zwemmen. Gebruik de formule $\Delta T = P \cdot R$.

d Kies het juiste alternatief.
De warmtestroom door het rubber is *groter dan* / *gelijk aan* / *kleiner dan* de warmtestroom door het schapenwol. Dit kun je vergelijken met een serieschakeling van twee ongelijke elektrische weerstanden: de stroomsterkte door de grootste weerstand is *groter dan* / *gelijk aan* / *kleiner dan* de stroomsterkte door de kleinste weerstand.

e Bereken de temperatuur op het grensvlak tussen rubber en schapenwol met de formule $\Delta T = P \cdot R$.

f Kies het juiste alternatief.
De grootste temperatuursprong vindt plaats bij *rubber* / *wol*, dus bij de *grootste* / *kleinste* warmteweerstand. Dit kun je vergelijken met een serieschakeling van twee ongelijke elektrische weerstanden: de grootste spanning staat hier over de *grootste* / *kleinste* weerstand.

5 Astronaut

Een van de redenen dat astronauten een ruimtepak moeten dragen als zij buiten een ruimtecapsule een ruimtewandeling maken, is dat ze anders zeer snel onderkoeld zouden raken. In het vereenvoudigde model in figuur 6 is ervan uitgegaan dat het warmteverlies alleen door straling optreedt.

a Leg uit waarom er in de ruimte geen warmteverlies optreedt door geleiding of stroming.

modelregels	startwaarden en constanten
Puit := e*sigma*A*(Tlichaam^4-Truimte^4) dQ := (Pin – Puit)*dt Tlichaam := Tlichaam + dQ/(m*c) als … < … dan stop eindals t := t + dt	t := 0 dt := 0,1 A := 2,0 Pin := … e := 0,95 Truimte := 3,0 Tlichaam := 307 sigma := 5,67 * 10^-8 m := 64,8 c := 3,5 * 10^3

▲ **figuur 6** model van warmteverlies door straling

Stel dat de astronaut (met een massa van 64,8 kg) in de ruimte zweeft. Een persoon die niet beweegt verbruikt in een etmaal toch nog ongeveer 100 kJ per kg lichaamsgewicht om alle organen en andere lichaamsfuncties te laten werken. Ga ervan uit dat al deze energie uiteindelijk wordt omgezet in lichaamswarmte.

b Vul in figuur 6 op grond van deze aanname de startwaarde voor P_{in} in regel 4 verder aan.

Als de temperatuur van het lichaam van de astronaut lager wordt dan 29 °C moet het model stoppen.

c Vul in figuur 6 modelregel 4 aan, uitgaande van deze informatie.

d Voer het model uit en ga na hoelang het duurt tot de lichaamstemperatuur is gedaald tot 29 °C.

6 Boksen

Bij boksen in de middengewichtsklasse mag je niet meer dan 72,574 kg wegen. Boksers die net iets te zwaar zijn, proberen door touwtje te springen met een flink pak warme kleren aan weer onder dit gewicht te komen. De bokser werkt zich dan letterlijk in het zweet en kan op deze manier in een uur tijd ongeveer een kilogram vocht kwijtraken. Bokser Billy Joe Saunders (met een massa van 73,40 kg) verricht op deze manier per seconde 150 joule arbeid en produceert 620 joule warmte. Als hij aan het zweten is, wordt alle warmte die vrijkomt afgevoerd door het verdampen van het zweet. Zijn lichaam houdt dan een constante temperatuur. De verdampingswarmte van zweet is 2,3 MJ kg^{-1}.
Ga na of Billy Joe na 1,0 uur zweten weer in de middengewichtsklasse mag boksen.
naar: examen 2004-I

---

2 Gehoor en spraak

In deze paragraaf leer je:
- wat geluidssterkte is en hoe je hiermee berekeningen kunt maken;
- enkele natuurkundige principes en eigenschappen van de werking van het oor kennen;
- welke factoren de kans op gehoorschade beïnvloeden.

Het gehoor is van alle zintuigen het meest veelzijdig: het is zo gevoelig dat het trillingen met een amplitude van ongeveer 10 picometer (dat is tien keer kleiner dan de diameter van een waterstofmolecuul) tot 1 millimeter kan waarnemen. Het oor kan tonen waarnemen van 20 Hz tot 20 000 Hz en zelfs de richting onderscheiden waaruit het geluid komt.

Geluidsniveau

Bij vliegvelden gelden strenge regels om geluidshinder door vliegtuigen te beperken. Er worden regelmatig metingen uitgevoerd waarbij de **geluidssterkte** van de vliegtuigen wordt gemeten. Geluidssterkte wordt ook wel **geluidsniveau** genoemd en wordt gemeten met een decibelmeter. De sterkte van het geluid wordt op deze meter aangegeven in de eenheid decibel. Het zachtste geluid dat een mens kan waarnemen, de zogenoemde gehoordrempel, heeft een geluidssterkte van 0 dB (bij 1000 Hz). Het sterkste geluid dat een mens gedurende korte tijd kan verdragen zonder blijvende gehoorschade op te lopen, heeft een sterkte van ongeveer 120 dB.

Als je een startend vliegtuig op een luchthaven hoort neem je eigenlijk een deel van de geluidsenergie waar die het vliegtuig produceert. Twee dezelfde vliegtuigen produceren een twee keer zo grote geluidsenergie. Uit metingen blijkt dat de geluidssterkte van twee vliegtuigen dan 3 dB hoger is dan de geluidssterkte van één vliegtuig. Dit kun je kort samenvatten in een handige vuistregel:

Bij een verdubbeling van het aantal (even sterke) geluidsbronnen neemt het geluidsniveau met 3 dB toe.

Voorbeeldopgave 5

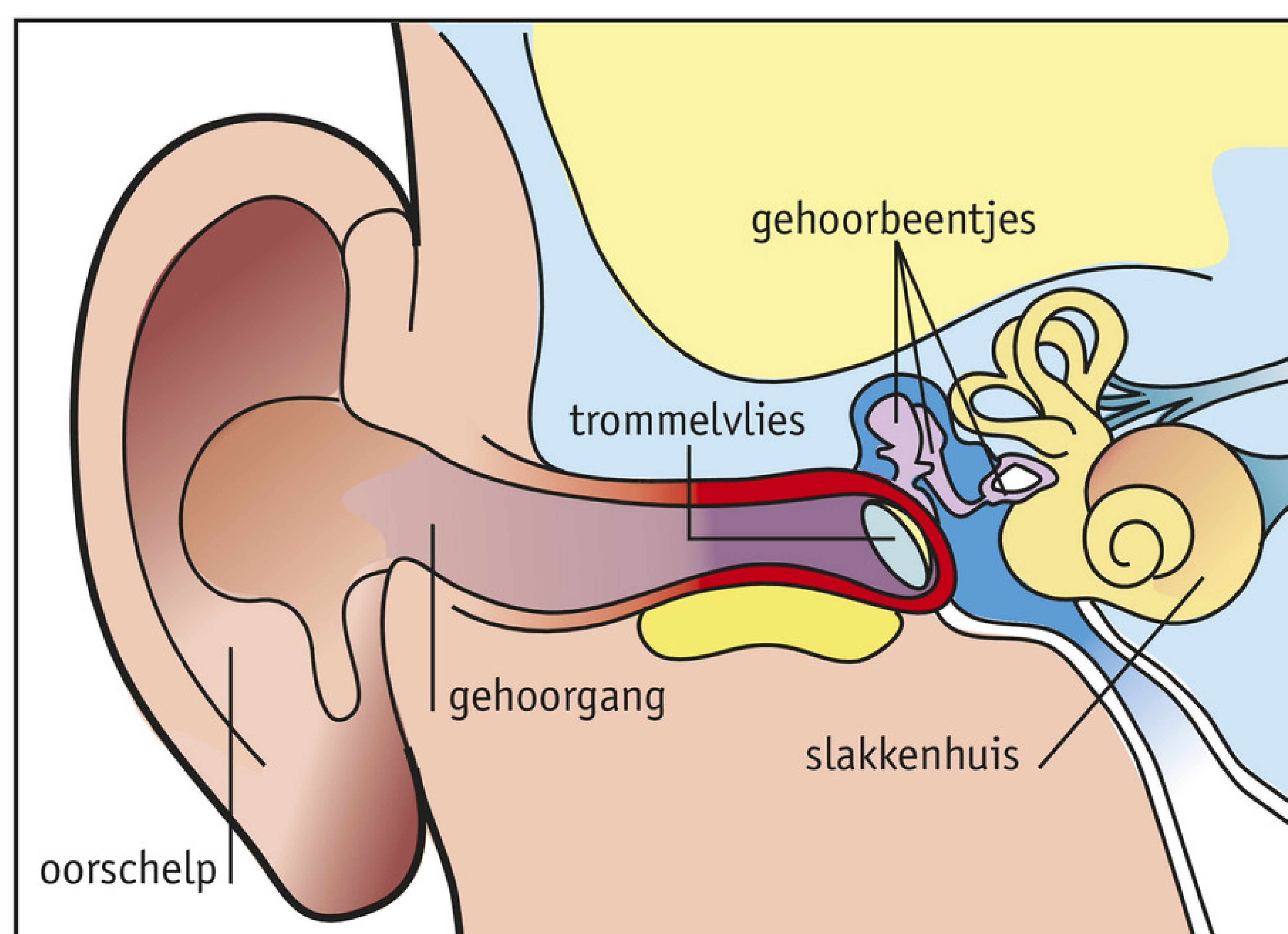
Bij een amateurvoetbalwedstrijd juichen 128 supporters rond het veld met elk een geluidsniveau van 75 dB.
Bereken het geluidsniveau dat de supporters samen produceren.

Uitwerking
Bij een verdubbeling van het aantal geluidsbronnen neemt het geluidsniveau met 3 dB toe.

1	persoon	→ 75 dB
2	personen	→ 78 dB
4	personen	→ 81 dB
8	personen	→ 84 dB
…		
128	personen	→ 96 dB

De werking van het oor

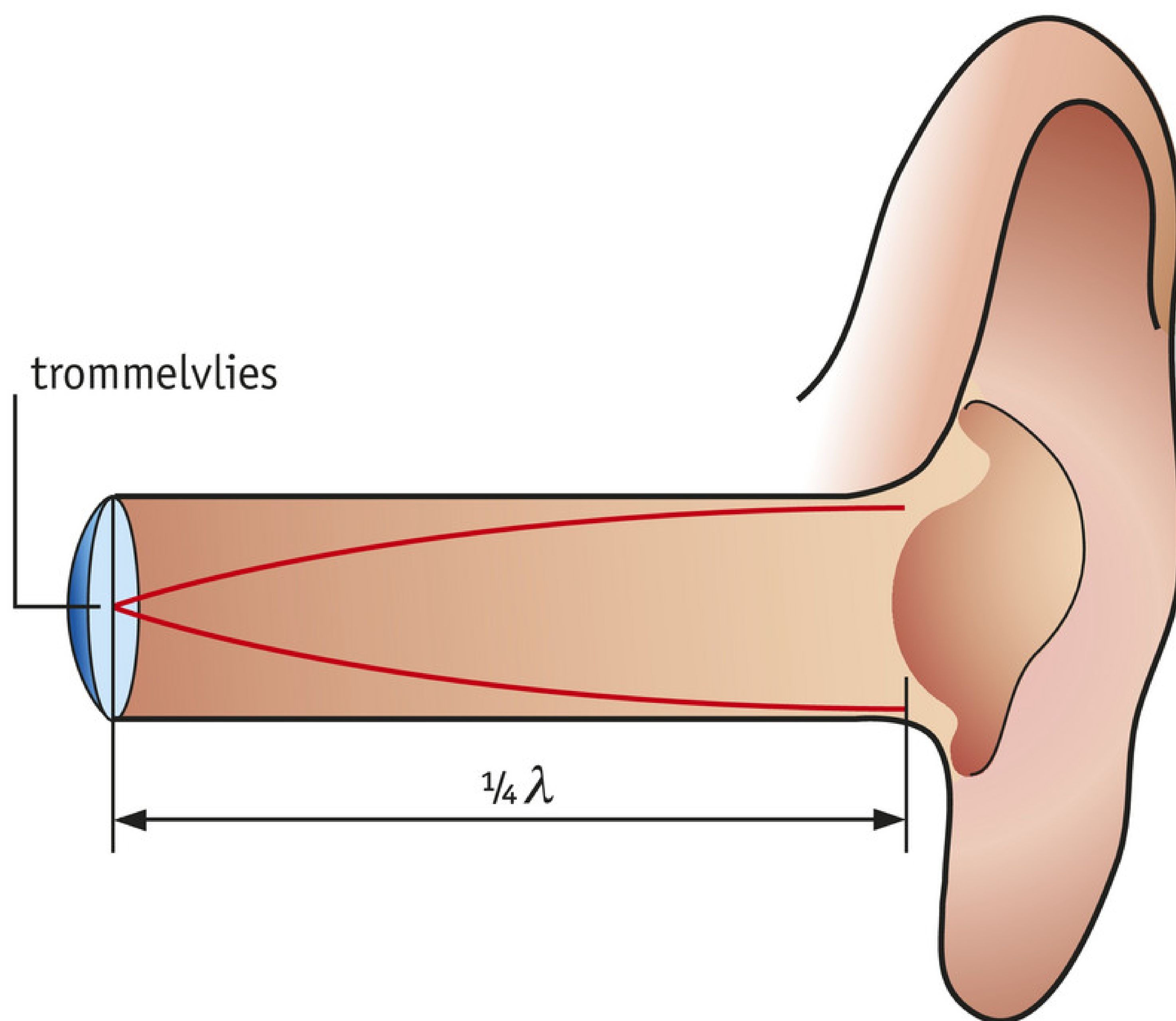
Je oor bestaat uit het uitwendig oor met de oorschelp en gehoorgang, het middenoor met het trommelvlies en gehoorbeentjes en het binnenoor waar zich het zogeheten slakkenhuis bevindt (figuur 7). Elk van deze onderdelen heeft zijn eigen functie.



▲ **figuur 7** schematische weergave van het oor

Het uitwendig oor

De oorschelp en de gehoorgang zorgen ervoor dat geluiden vanuit de buitenwereld naar je middenoor worden geleid. De gehoorgang is aan één kant afgesloten door het trommelvlies en werkt daardoor als een resonantieholte die aan één zijde is gesloten, vergelijkbaar met de klankkast van een stemvork (figuur 8).



▲ **figuur 8** De gehoorgang werkt als een aan één zijde gesloten resonantiebuis.

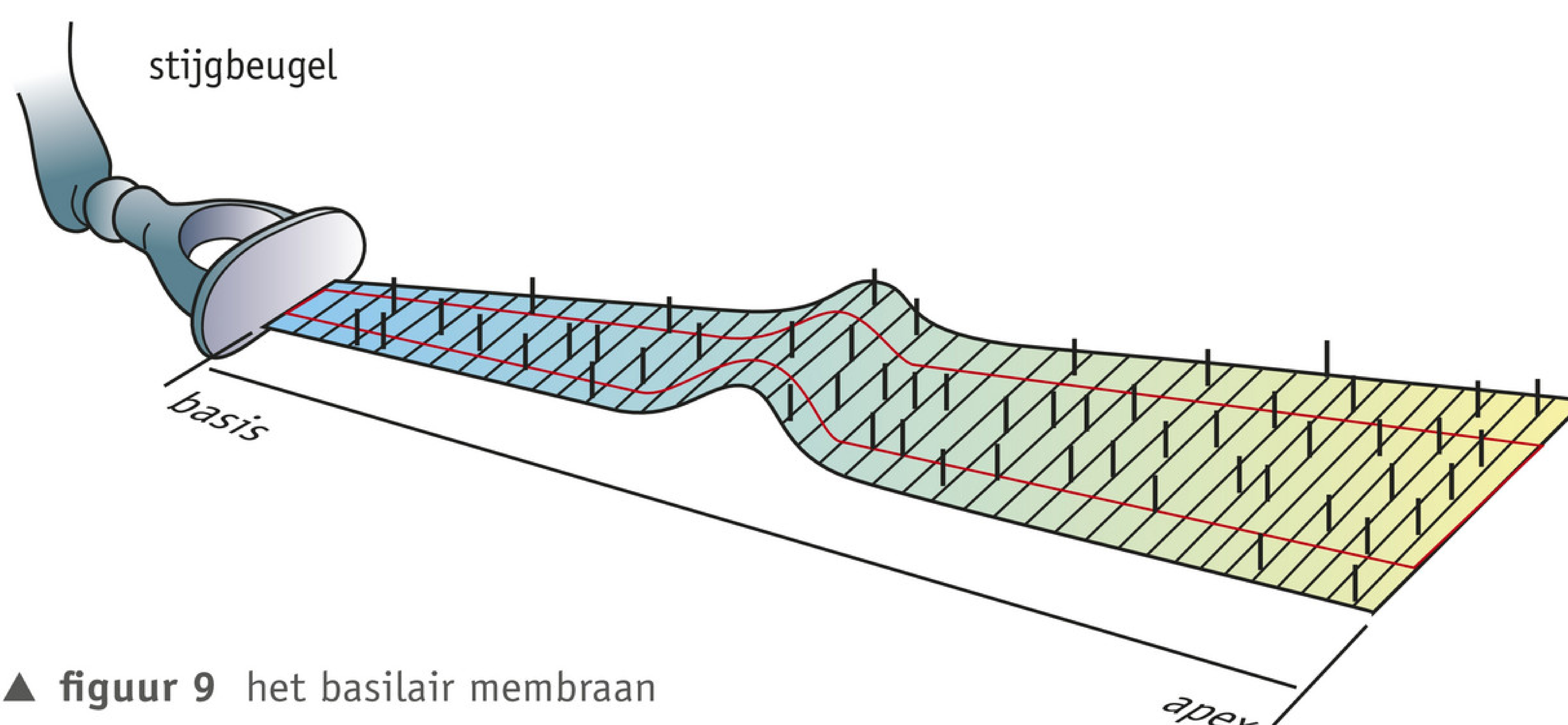
Bij een gehoorgang van gemiddelde lengte, ongeveer 2,5 cm, worden frequenties rond 3,5 kHz het meest versterkt. Resonantie in de gehoorgang zorgt ervoor dat geluiden rond deze resonantiefrequentie tot wel 15 dB kunnen worden versterkt. Dat is handig, want een groot deel van de spraakwaarneming ligt in dit frequentiegebied.

Het middenoor

Het middenoor is de met lucht gevulde holte achter het trommelvlies. De trillingen van het trommelvlies worden hier doorgegeven aan de drie gehoorbeentjes: hamer, aambeeld en stijgbeugel. Gezamenlijk werken deze botjes als een hefboom en versterken daarbij het geluid met zo'n 30%. De stijgbeugel zit vast aan het zogenoemde ovale venster in het slakkenhuis. Zo worden de trillingen van de stijgbeugel doorgegeven aan de vloeistof in het slakkenhuis. Zonder de gehoorbeentjes zou een groot deel van het geluid worden gereflecteerd bij de overgang van lucht naar de vloeistof in het slakkenhuis. Omdat het oppervlak van het ovale venster veel kleiner is dan het oppervlak van het trommelvlies zou het kleine oppervlak van het ovale venster zonder gehoorbeentjes bovendien veel minder geluidsenergie ontvangen.

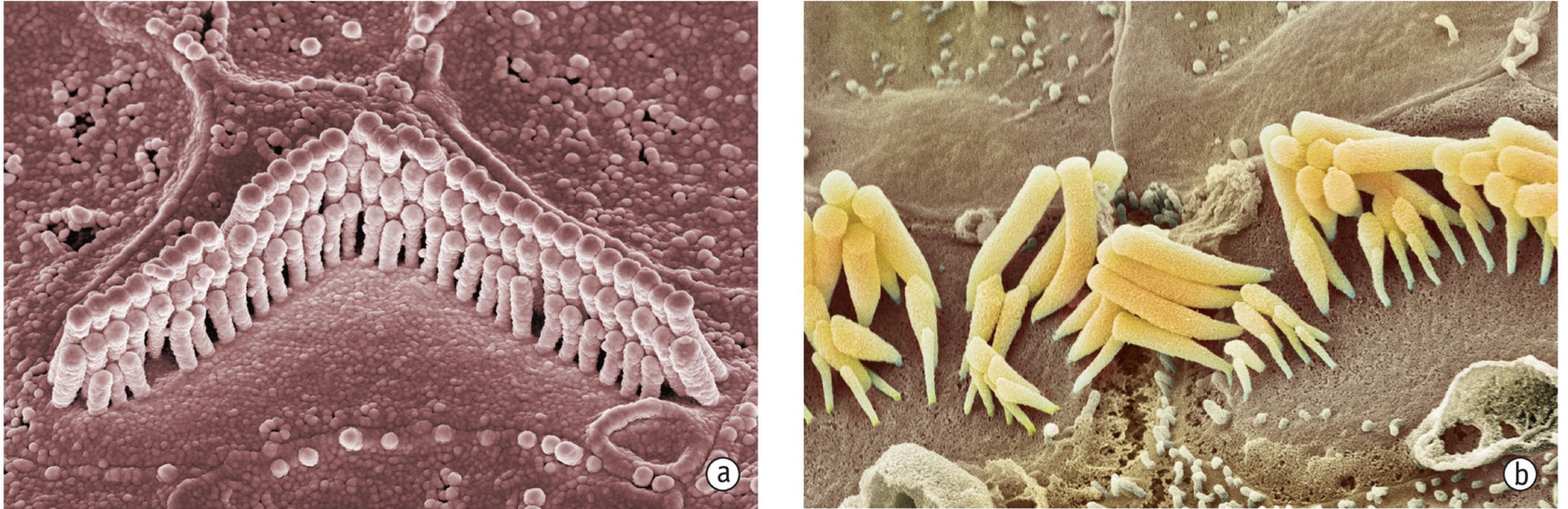
Binnenoor

In het binnenoor bevindt zich het slakkenhuis, waarin het basilair membraan zit. Dit membraan is in figuur 9 schematisch en uitgerold weergegeven. De trillingen die via de stijgbeugel bij het ovale venster aan de vloeistof in het slakkenhuis zijn doorgegeven, planten zich uiteindelijk via een ingewikkeld mechanisme voort als een lopende golf langs het basilair membraan. Elk stukje van het basilair membraan heeft hierbij een specifieke eigenfrequentie. Op het membraan bevinden zich haarcellen: cellen waarop zich zeer dunne trilhaartjes bevinden.



▲ **figuur 9** het basilair membraan

Daar waar het membraan de grootste uitwijking heeft, worden de haarcellen maximaal gestimuleerd. De haarcellen nemen op deze manier de frequentie (positie) en het geluidsniveau (amplitude van de golf) waar en sturen deze informatie als een zenuwpuls door naar de hersenen.
Als je te lang aan hard geluid blootstaat, kunnen de haarcellen beschadigd raken (figuur 10a en b). De gehoorschade wordt dus niet alleen bepaald door de sterkte van het geluid, maar ook door de tijd die je blootstaat aan het harde geluid. Deze schade is onherstelbaar. Daarom moet je altijd voorzichtig zijn bij het gebruik van 'oortjes' als je muziek luistert op je smartphone.



▲ **figuur 10** gezonde (a) en beschadigde (b) haarcellen

Onthoud!

- Een grootheid om de sterkte van een geluid aan te geven is het geluidsniveau of geluidssterkte, met als eenheid decibel.
- Bij een verdubbeling van het aantal even sterke geluidsbronnen neemt het geluidsniveau toe met 3 dB.
- Het oor bestaat uit het uitwendig oor, het middenoor en het binnenoor. De belangrijkste functie van het middenoor is de versterking van de geluidstrillingen. In het binnenoor worden de geluidstrillingen omgezet in elektrische zenuwsignalen.
- De kans op gehoorschade hangt af van de sterkte van het geluid en de tijdsduur die je aan het geluid bent blootgesteld.

Opdrachten

7 Grootheden
Geef het symbool voor de grootheid en de eenheid van geluidssterkte.

8 Redeneren
Esther meet bij de start van een motorrace het geluidsniveau van de motoren.
Leg uit wat er gebeurt met het geluidsniveau als het aantal geluidsbronnen:
a wordt verdubbeld;
b wordt verviervoudigd;
c acht keer zo klein wordt.

9 Gehoorschade
Door hard geluid kun je gehoorschade oplopen.
Noem twee factoren die de kans beïnvloeden dat je gehoorschade oploopt.

10 Gehoorgang
De gehoorgang van een volwassene heeft een lengte van 2,5 cm. De geluidssnelheid in de lucht binnen het oor is $3{,}5 \cdot 10^2$ m s^{-1}.
Bereken bij de genoemde lengte de laagste frequentie waarmee de luchtkolom in deze gehoorgang kan resoneren.

+11 Membraan
De stijfheid van het basilair membraan neemt af vanaf het ovale venster tot het eind, en de breedte neemt toe (figuur 9). De waarneming van hoge tonen vindt plaats aan het begin van het basilair membraan; de resonantiefrequentie van het membraan is daar dus het hoogst.

Leg dit laatste uit aan de hand van de formule $T = 2 \cdot \pi \sqrt{\frac{m}{C}}$.

12 Krakatau
Een van de sterkste geluiden die in de recente geschiedenis is waargenomen, is waarschijnlijk de vulkaanuitbarsting van de Krakatau in Indonesië. Er wordt beweerd dat ze hoorbaar was tot op 4500 km afstand.
a Bereken de tijd in uren die nodig was voor het afleggen van deze afstand. Neem aan dat de luchttemperatuur 20 °C was.

Een straaljager op 300 m produceert een geluidssterkte van 100 dB. Op 150 km afstand van de vulkaan werd tijdens de vulkaanuitbarsting een geluidssterkte gemeten van 172 dB.
b Bereken hoeveel straaljagers op 300 m dezelfde geluidssterkte produceren als de gemeten geluidssterkte van 172 dB.

3 Sport en natuurkunde

In deze paragraaf leer je:
- de formule voor de frontale weerstand toepassen;
- wanneer een drijvend voorwerp in evenwicht is;
- de derde wet van Newton kennen, en de wetten van Newton toepassen bij het zwemmen.

Bewegingswetenschappers analyseren prestaties van sporters aan de hand van camerabeelden. Met de uitkomsten van hun metingen en analyses kunnen ze een zo effectief mogelijk trainingsprogramma opzetten. Een sport waarbij kennis van natuurkunde goed van pas komt, is zwemmen. Zwemwedstrijden worden vaak beslist op honderdsten van een seconde: het kleinste detail kan het verschil zijn tussen een gouden of zilveren medaille.

Weerstand

Zwemmers moeten er alles aan doen om hun weerstand in het water zo klein mogelijk te maken. Water biedt immers veel meer weerstand dan lucht. Bij zwemmen wordt maar liefst 90% van de energie gebruikt om wrijvingskrachten (de weerstand) te overwinnen. Met de volgende drie soorten weerstand moet een zwemmer het meeste rekening houden.

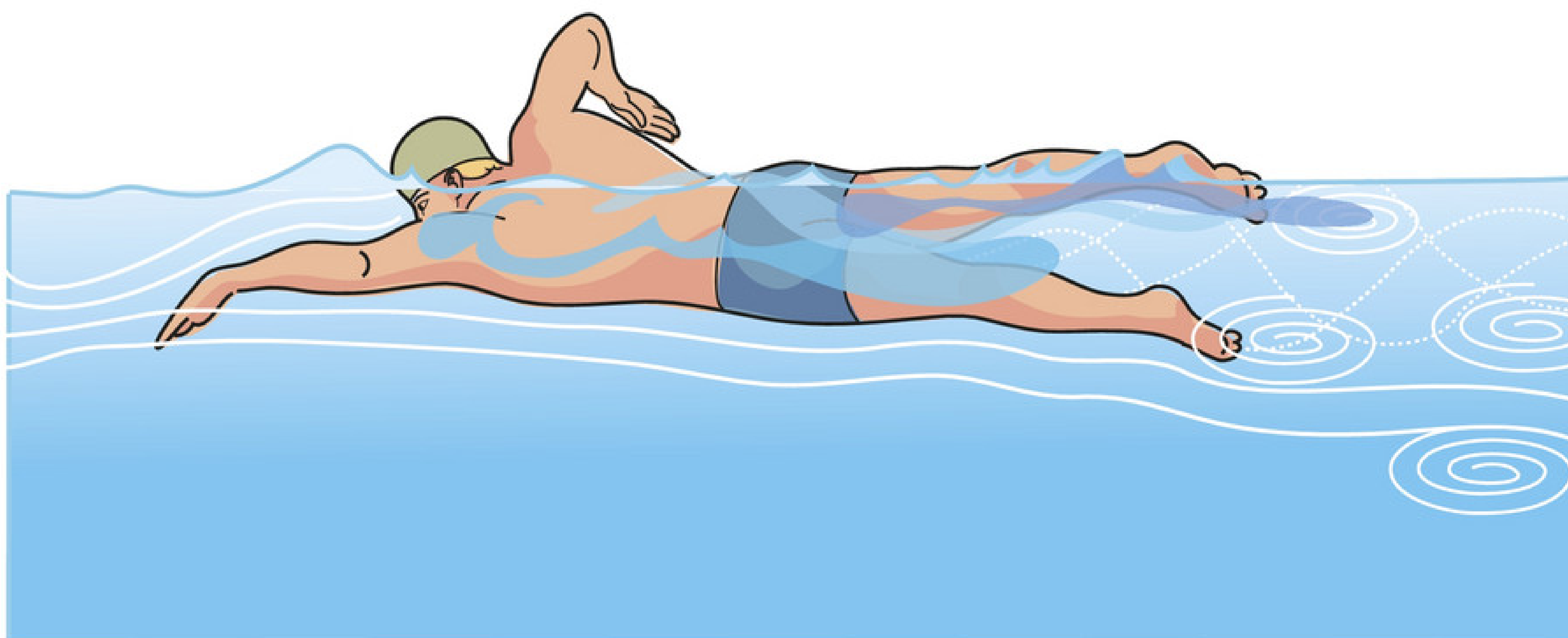
Frontale weerstand
Deze weerstandskracht ontstaat doordat de zwemmer het water als het ware moet wegduwen. De grootte van deze weerstand wordt mede bepaald door het frontaal oppervlak van de zwemmer. Voor de frontale weerstand geldt de volgende formule:

$$F_{\text{frontaal}} = \frac{1}{2} \cdot D \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$$

Hierin is:
- D de weerstandscoëfficiënt (geen eenheid). Deze hangt af van de vorm en stroomlijn van de zwemmer;
- ρ de dichtheid van water in kilogram per kubieke meter ($\text{kg}\,\text{m}^{-3}$);
- A het frontaal oppervlak van het lichaam in vierkante meter (m^2);
- v de snelheid van het lichaam in meter per seconde ($\text{m}\,\text{s}^{-1}$).

Wrijvingsweerstand
Als het lichaam van een zwemmer een ruw oppervlak heeft blijft er als het ware een laagje water aan het lichaam plakken. De zwemmer moet de extra massa van dit water meenemen. Dit betekent extra weerstand. Hier geldt dus: hoe gladder het oppervlak van de zwemmer, hoe beter. Zwemmers scheren daarom vaak hun lichaamsbeharing weg en dragen meestal badmutsen.

Weerstand ten gevolge van wervelingen
Tot slot is er nog een soort weerstand die ontstaat ten gevolge van wervelingen in het water, ook wel ‘eddies’ genoemd. Omdat de zwemmer het water voor zich uit en zijwaarts wegduwt, ontstaat er een ‘lege’ ruimte achter de zwemmer. Bij het opvullen van deze ruimte ontstaan er wervelingen in het water (figuur 11). De zwemmer sleept deze wervelingen met zich mee. Bij een gebrekkige techniek, of als de zwemmer te laag in het water ligt, neemt het aantal wervelingen en dus ook de weerstand toe.

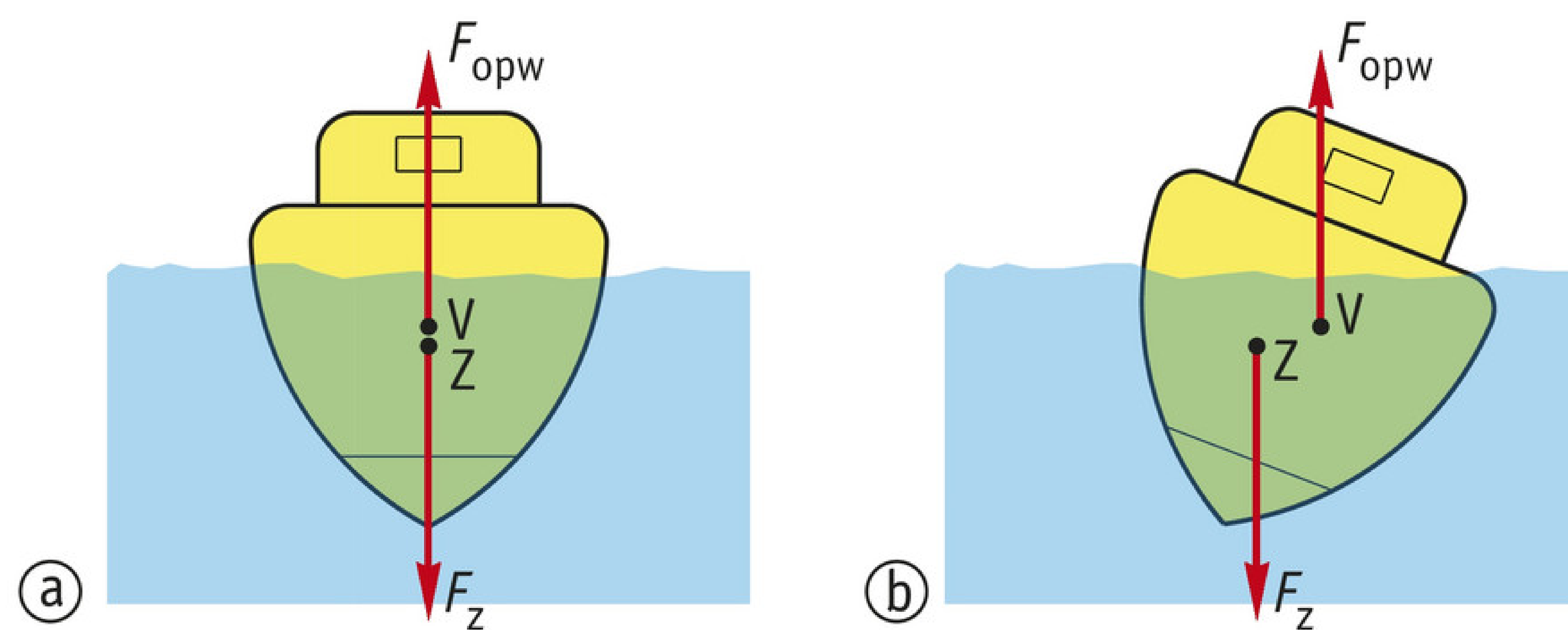


▲ **figuur 11** Een zwemmer veroorzaakt wervelingen.

Drijven of zinken
Omdat water meer weerstand biedt dan lucht, is het voor zwemmers het beste om zo hoog mogelijk in het water te liggen. Op die manier beweegt een groot deel van hun lichaam door de ijlere lucht in plaats van door het water en ondervindt het daardoor minder weerstand. Of een voorwerp blijft drijven, hangt af van de dichtheid van het voorwerp en die van de vloeistof waarin het zich bevindt: als de dichtheid van het voorwerp kleiner is dan die van de vloeistof, blijft het voorwerp drijven.
De meeste mensen kunnen blijven drijven, maar dit geldt niet voor iedereen. Als je lichaam uit relatief veel vet bestaat, kun je met hoofd, tenen en borst boven water blijven drijven; heb je relatief veel spieren en botten, dan lukt dat niet. Als de dichtheid van je lichaam net iets groter is dan die van water, kun je wel blijven drijven door een flinke hap lucht in je longen te persen. Sommige zwempakken zijn zo gemaakt dat ze de zwemmer helpen zo hoog mogelijk in het water te blijven liggen.

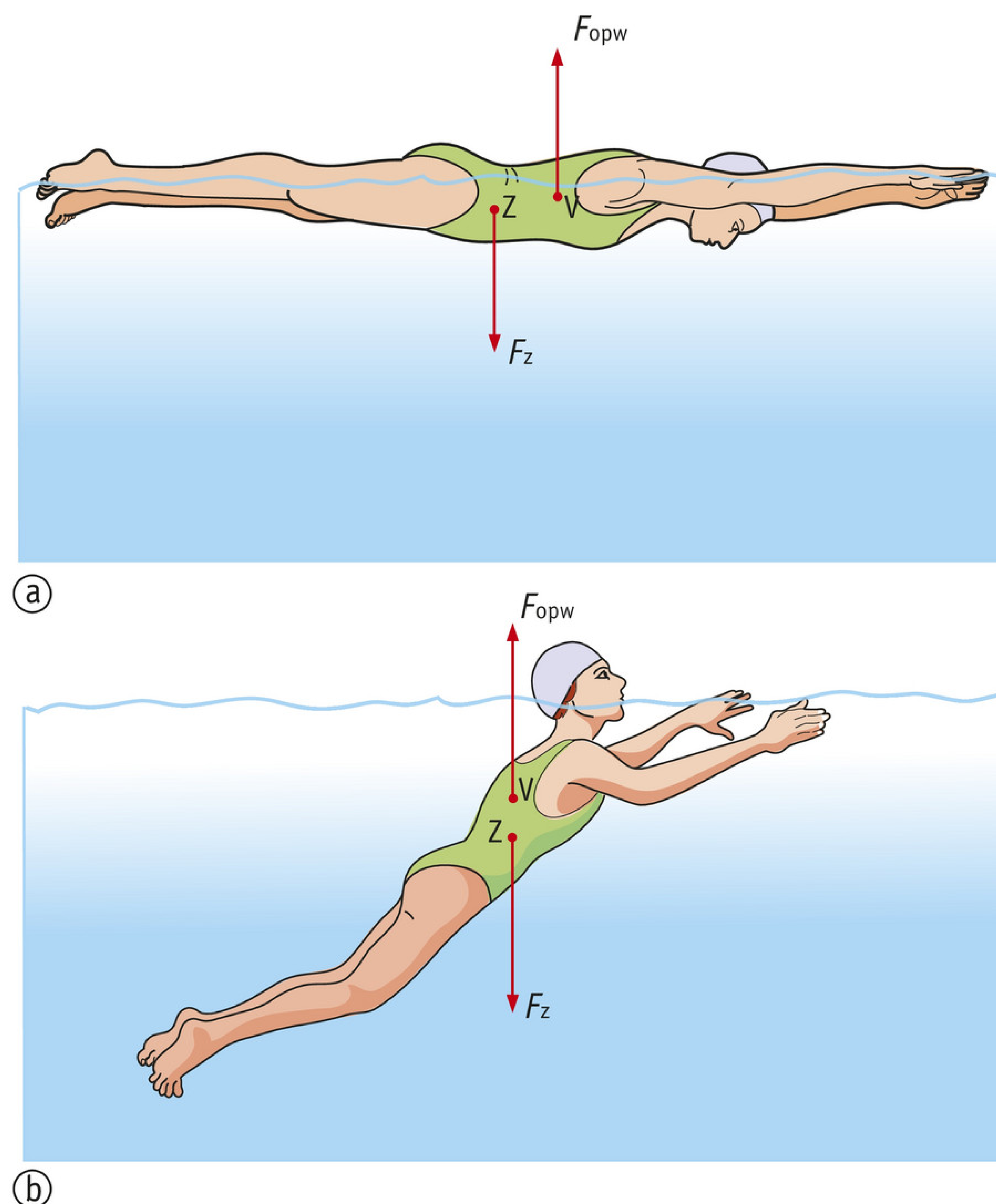
Stabiliteit en ligging in het water

De kracht die ervoor zorgt dat een voorwerp blijft drijven wordt de **opwaartse kracht** genoemd. Zoals je in figuur 12a kunt zien oefent het water een omhooggerichte kracht uit op de boot die de zwaartekracht opheft. Deze opwaartse kracht grijpt aan in het **volumemiddelpunt** V. Dit is het zwaartepunt van de hoeveelheid verplaatste vloeistof.
De boot in figuur 12a is in evenwicht omdat de zwaartekracht en de opwaartse kracht even groot zijn en langs dezelfde werklijn zijn gericht. In figuur 12b liggen beide krachten niet meer langs dezelfde werklijn en daardoor zal de boot gaan draaien. De twee krachten vormen nu een zogeheten koppel: twee even grote, maar tegengestelde krachten met evenwijdige werklijnen.



▲ **figuur 12** de krachten op een schip in het water

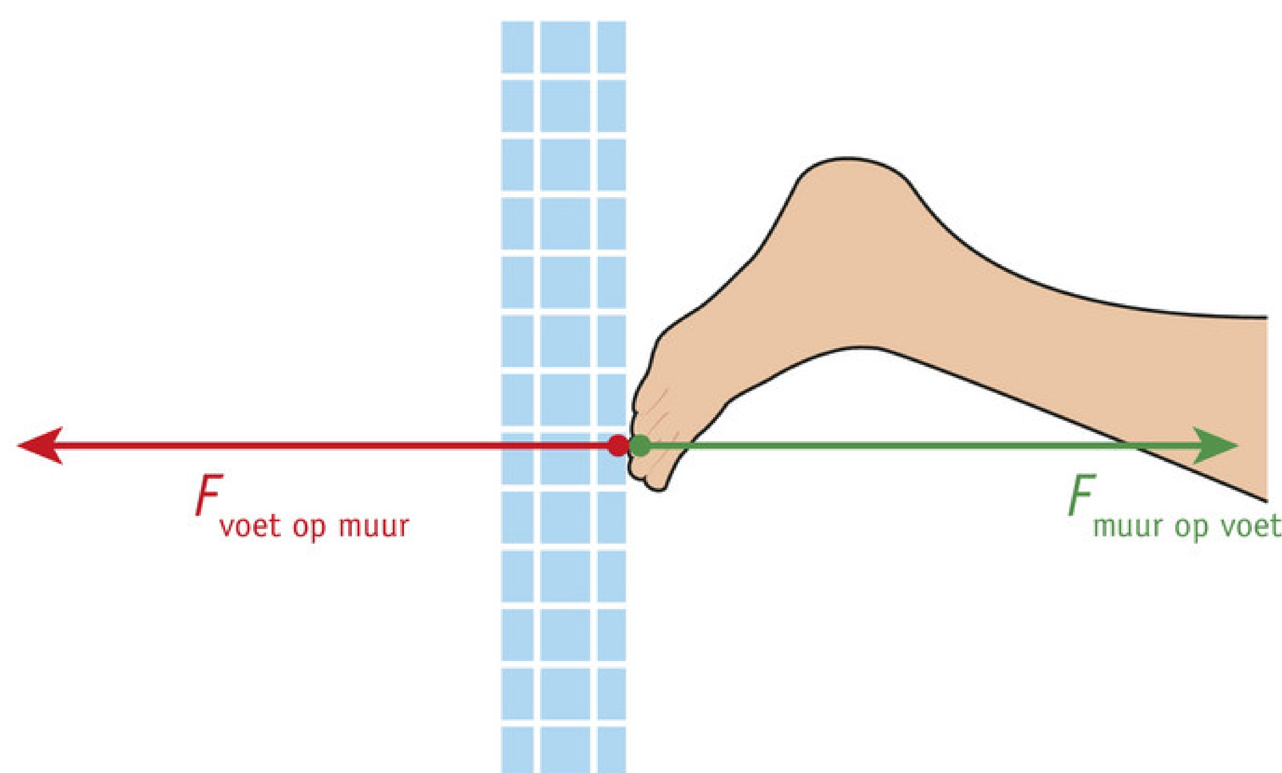
In figuur 13a zie je het zwaartepunt en volumemiddelpunt bij een zwemster. In deze situatie zullen de benen van de zwemster gaan zakken totdat zwaartepunt en volumemiddelpunt weer op één verticale lijn liggen zoals in figuur 13b. Hierdoor neemt de stroomlijn af en bovendien neemt de frontale weerstand aanzienlijk toe.
Met speciale technieken, waarbij de zwemmer zijn borst naar beneden duwt en zijn heupen omhoog, zijn geoefende zwemmers in staat hun lichaam bijna parallel aan het wateroppervlak te laten bewegen. Op deze manier kan de zwemmer zijn stroomlijn verbeteren en zijn frontale weerstand verminderen.



▲ **figuur 13** de krachten op een zwemster in het water

Voortstuwing en beweging: de drie wetten van Newton

De beweging van elk alledaags voorwerp, dus ook een zwemmer, kun je beschrijven door de drie wetten van Newton. De eerste twee wetten heb je al leren kennen in hoofdstuk 3; ze beschrijven het verband tussen de beweging en de resulterende kracht op het voorwerp. De **derde wet van Newton** verklaart eigenlijk *waarom* het voorwerp gaat bewegen.
Als een zwemster zich bij het keerpunt afzet tegen de zwembadrand, oefenen haar voeten een kracht uit op deze rand. De derde wet van Newton zegt nu dat de rand dan een *even grote*, maar *tegengesteld* gerichte kracht op haar voeten uitoefent (figuur 14). Dit is de kracht die ervoor zorgt dat ze weer gaat bewegen (versnellen).



▲ **figuur 14** de kracht van de muur op de voet, en de kracht van de voet op de muur

De derde wet van Newton wordt ook wel als volgt geformuleerd:

$$F_{AB} = -F_{BA}$$

Hierin is:
- F_{AB} de kracht die voorwerp A op voorwerp B uitoefent (N);
- F_{BA} de kracht die voorwerp B op voorwerp A uitoefent (N).

Het minteken in deze notatie geeft aan dat de richtingen van de krachten tegengesteld zijn.

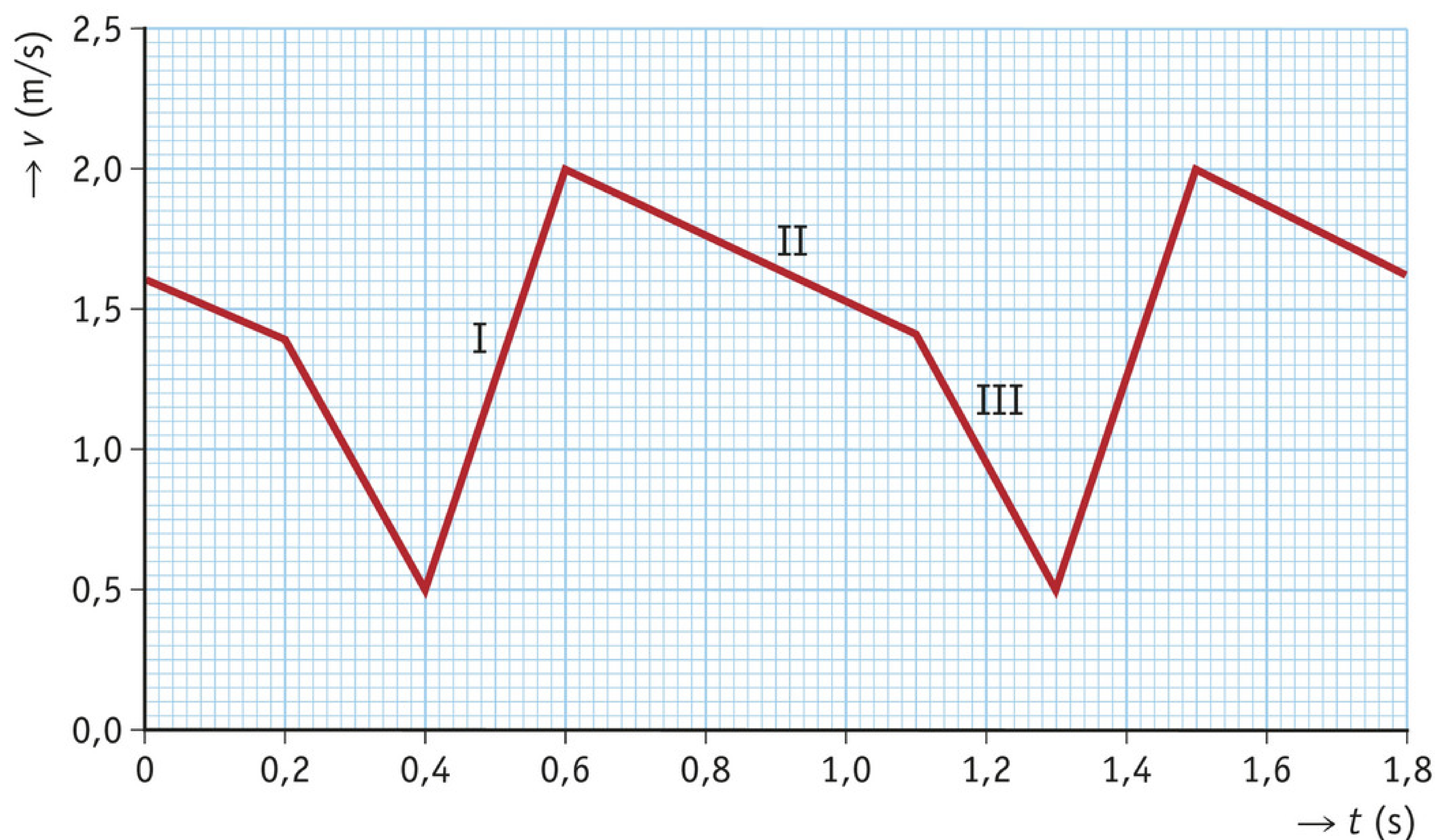
Hierna worden de krachten en bewegingen bestudeerd die optreden als een zwemmer de schoolslag uitvoert. De schoolslag is vaak een van de eerste slagen die aan kinderen wordt geleerd, omdat deze slag gemakkelijk in afzonderlijke delen is te splitsen en te oefenen. Bij de schoolslag is de verplaatsing niet gelijkmatig, maar schoksgewijs. In figuur 15 kun je de afzonderlijke delen in het (snelheid,tijd)-diagram herkennen.

Periode I: de stuwfase
Als een zwemmer zich afzet, duwt hij het water naar achteren. Volgens de derde wet van Newton oefent het water dan een kracht naar voren uit op de zwemmer. Voor de resulterende kracht op de zwemmer geldt: $F_{res} = F_{voortstuwing} - F_{weerstand} = m \cdot a$
Omdat de voortstuwende kracht groter is dan de weerstandskracht, zal de zwemmer versnellen.

Periode II: de glijfase of uitdrijffase
De zwemmer zet zich niet meer af en houdt zijn armen strak langs zijn lichaam. De voortstuwende kracht is in deze periode dus weggevallen. De glijfase is erop gericht de weerstand zo klein mogelijk te houden: het lichaam wordt gestroomlijnd om het frontaal oppervlak zo klein mogelijk te maken.

Periode III: de contrafase
In deze fase worden de handen weer naar voren gebracht en de benen ingetrokken, als voorbereiding op de volgende slag. Omdat de ledematen tegen de zwemrichting in worden bewogen, remt de zwemmer sterker af dan in periode II.

Ook bij andere slagen zoals de vlinderslag zijn er soortgelijke afzonderlijke delen in het (snelheid,tijd)-diagram te herkennen.



▲ **figuur 15** (snelheid,tijd)-diagram van een schoolslagzwemmer

▶ **EXPERIMENT 1** Videoanalyse in de sport (onderzoekspracticum)

Onthoud!

- Voor de frontale weerstand bij zwemmen geldt: $F_{\text{frontaal}} = \frac{1}{2} \cdot D \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$
- De omhooggerichte kracht op een drijvend voorwerp heet de opwaartse kracht. Deze kracht grijpt aan in het volumemiddelpunt. Dit is het zwaartepunt van de hoeveelheid verplaatste vloeistof.
- Een drijvend voorwerp is in evenwicht als de opwaartse kracht en de zwaartekracht op het voorwerp even groot zijn en op één werklijn liggen.
- De derde wet van Newton luidt: $F_{AB} = -F_{BA}$

Opdrachten

13 Drijven
De meeste mensen blijven drijven in water.
Leg uit waarom bij mensen het bovenlichaam beter blijft drijven dan het onderlichaam.

14 Zwembad
Roos (massa 45,0 kg) kan met volle longen in een zwembad blijven drijven.
a Wat kun je op dat moment zeggen over de dichtheid van Roos in vergelijking met die van water?

Als Roos helemaal uitademt, zakt ze echter naar de bodem. Ze heeft dan een dichtheid van $1{,}01 \cdot 10^3$ kg m^{-3}.
b Bereken het volume in liter dat Roos nu heeft.

15 Stabiliteit

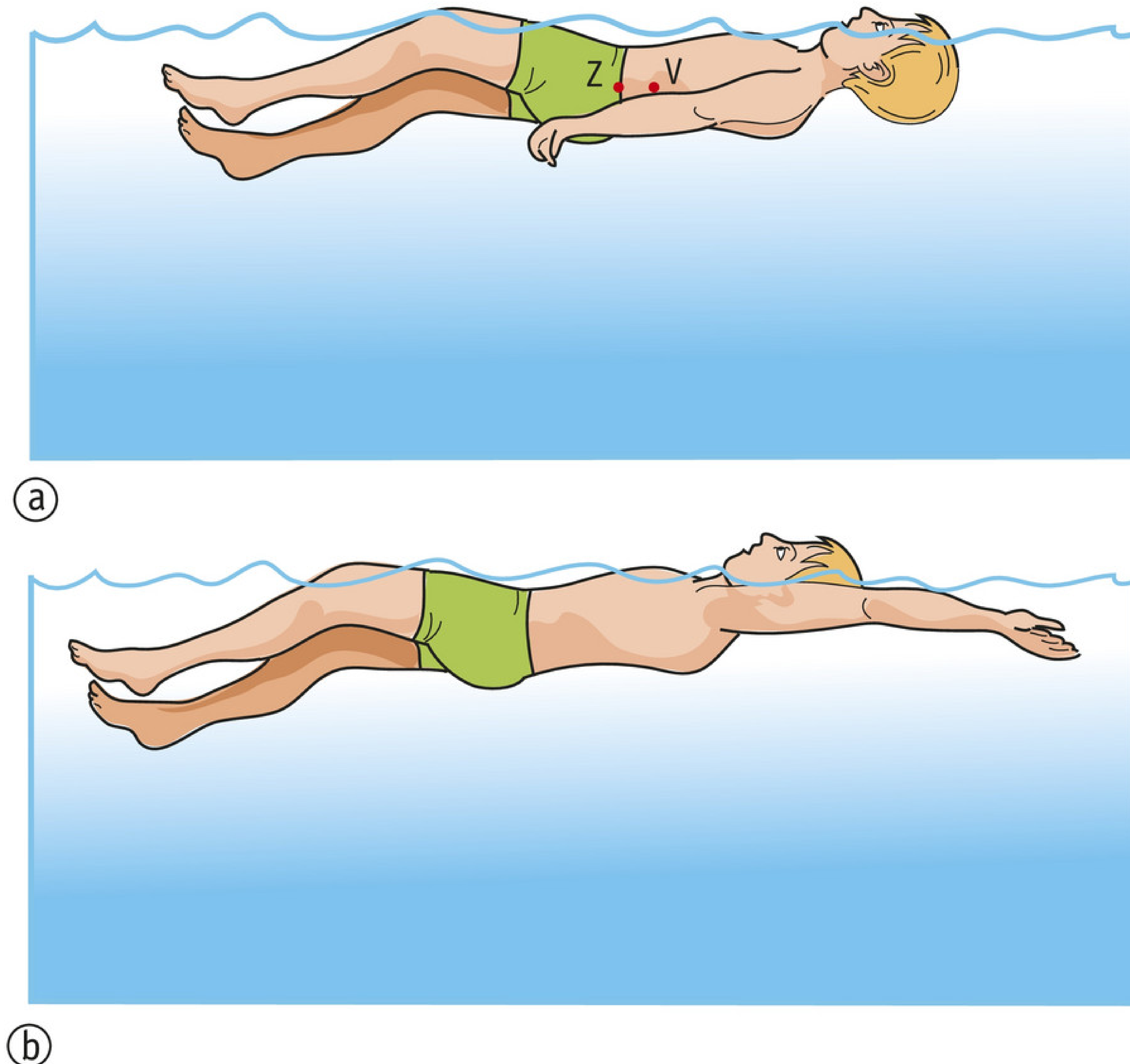
Luuk ligt in het zwembad. In figuur 16a is hij in rugligging afgebeeld. Verder zijn zwaartepunt (Z) en volumemiddelpunt (V) aangegeven.

a Leg uit dat deze ligging niet stabiel is en dat Luuk zal gaan draaien.

b Leg uit wat er met het zwaartepunt van zijn lichaam gebeurt als hij de armen achter het hoofd uitspreidt, zoals in figuur 16b.

In figuur 16b blijft het lichaam van Luuk horizontaal drijven en gaat het niet draaien.

c Geef in figuur 16b het zwaartepunt en het volumemiddelpunt aan.



▲ **figuur 16** een zwemmer in rugligging

16 Zwemmer

Maak bij de beantwoording van de volgende vragen gebruik van het (snelheid,tijd)-diagram in figuur 15.

a Toon aan dat de zwemmer in één volledige zwembeweging een afstand van 1,2 m aflegt.

b Bepaal hoeveel slagen de zwemmer in een minuut maakt.

De zwemmer legt een afstand van 100 m af.

c Bereken hoelang hij daarover doet.

In periode I verricht de zwemmer arbeid; 85% hiervan resulteert in toename van de kinetische energie van de zwemmer. Zijn massa is 70 kg.

d Bepaal het vermogen dat de zwemmer in deze periode levert.

In periode II drijft de zwemmer uit. In deze situatie werkt in horizontale richting alleen de wrijvingskracht op de zwemmer.

e Bepaal de grootte van deze wrijvingskracht.

In periode III trekt de zwemmer zijn benen in en steekt hij zijn armen vooruit als voorbereiding op de volgende slag. Hierdoor remt hij sterker af dan in periode II.

f Hoe blijkt dat uit figuur 15?

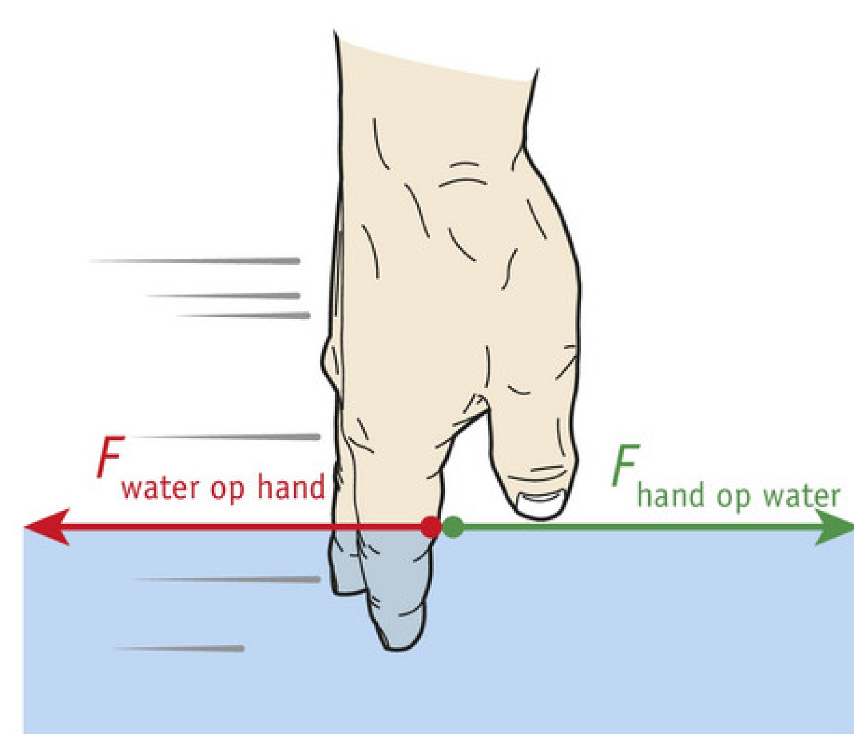
naar: examen 2008-II

17 Frontale weerstand
De frontale weerstand wordt groter als de snelheid toeneemt.
Leg uit hoe de frontale weerstand verandert, als de snelheid van een zwemmer twee keer zo groot wordt.

18 Voortstuwende kracht schatten
De formule voor de frontale weerstand kun je ook gebruiken om de voortstuwende kracht op een zwemmer te schatten. Als je je hand met een snelheid *v* door stilstaand water beweegt, geldt voor de kracht die je hand uitoefent op het water dezelfde formule:

$$F_{\text{hand op water}} = \frac{1}{2} \cdot D \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$$

a Leg uit dat het water dan een even grote kracht op de hand (en dus de zwemmer) uitoefent.
b Leg uit in welke richting de zwemmer in figuur 17 gaat bewegen: naar links of naar rechts.



▲ **figuur 17** Een hand beweegt door het water.

Tijdens de rugslag maak je ongeveer één slag per seconde. Ga ervan uit dat je hand een cirkel beschrijft met een straal van 0,50 m, de lengte van je arm.
c Bereken de snelheid van je hand. Je mag ervan uitgaan dat je hand eenparig beweegt.

De weerstandscoëfficiënt van deze hand is ongeveer 1,2 en de frontale oppervlakte is 150 cm^2.
d Bereken de kracht die het water op de hand uitoefent.

4 De bloedsomloop

In deze paragraaf leer je:
- het begrip bloeddruk kennen;
- de wet van Poiseuille toepassen;
- de formule voor de stromingsweerstand toepassen;
- van welke factoren de stromingsweerstand van je bloedvaten afhangt.

Hart, bloedvaten en bloed vormen samen het cardiovasculair systeem: het transportsysteem van het menselijk lichaam. Zuurstof en voedingsstoffen worden door de bloedvaten naar de cellen in je lichaam getransporteerd en afvalstoffen worden afgevoerd.

Het vaatstelsel

Het hart pompt het bloed door de bloedvaten naar de verschillende organen en weefsels in het lichaam. Het menselijk lichaam bevat gemiddeld vijf liter bloed. Elke dag wordt dit bloed vele malen door ongeveer 90 000 km bloedvaten gepompt.

Er zijn drie soorten bloedvaten:
- Slagaders: deze voeren zuurstofrijk bloed en voedingsstoffen weg van het hart naar de verschillende weefsels en organen.
- Aders: hier stroomt het zuurstofarme bloed weer naar het hart. De aders bevatten kleppen die werken als een soort ventieltjes zodat het bloed niet terug kan stromen.
- Haarvaten: dit zijn de kleinste bloedvaten die zo dun zijn dat je ze alleen door een microscoop kunt zien. De haarvaten verbinden de slagaders en aders. Tussen de haarvaten en de omringende weefsels vindt uitwisseling plaats van zuurstof, voedingsstoffen en afvalstoffen zoals koolstofdioxide. Het grootste deel van je vaatstelsel bestaat uit haarvaten.

Bloeddruk

Het bloed moet naar alle organen en ook door de kleinste haarvaatjes in je lichaam kunnen stromen. Daartoe moet het hart het bloed met een bepaalde druk rondpompen. Elke keer als het hart zich samentrekt, pompt het hart bloed in de bloedvaten en neemt de bloeddruk toe. Als het hart maximaal is samengetrokken, wordt de hoogste waarde van de bloeddruk bereikt. Dit heet de **systolische bloeddruk**. Daarna ontspant het hart weer en pompt het geen bloed meer in de vaten. Hierdoor daalt de bloeddruk weer naar de laagste waarde: de **diastolische bloeddruk**.
Bij een bloeddrukmeting (figuur 18) worden dan ook altijd twee waarden aangegeven, bijvoorbeeld 130 over 90 (130/90). Hiervoor wordt nog een oude eenheid van druk gebruikt: de millimeter kwikdruk (mm Hg). Een normale bloeddruk is in rust lager dan 140/90.



◀ **figuur 18** een bloeddrukmeting

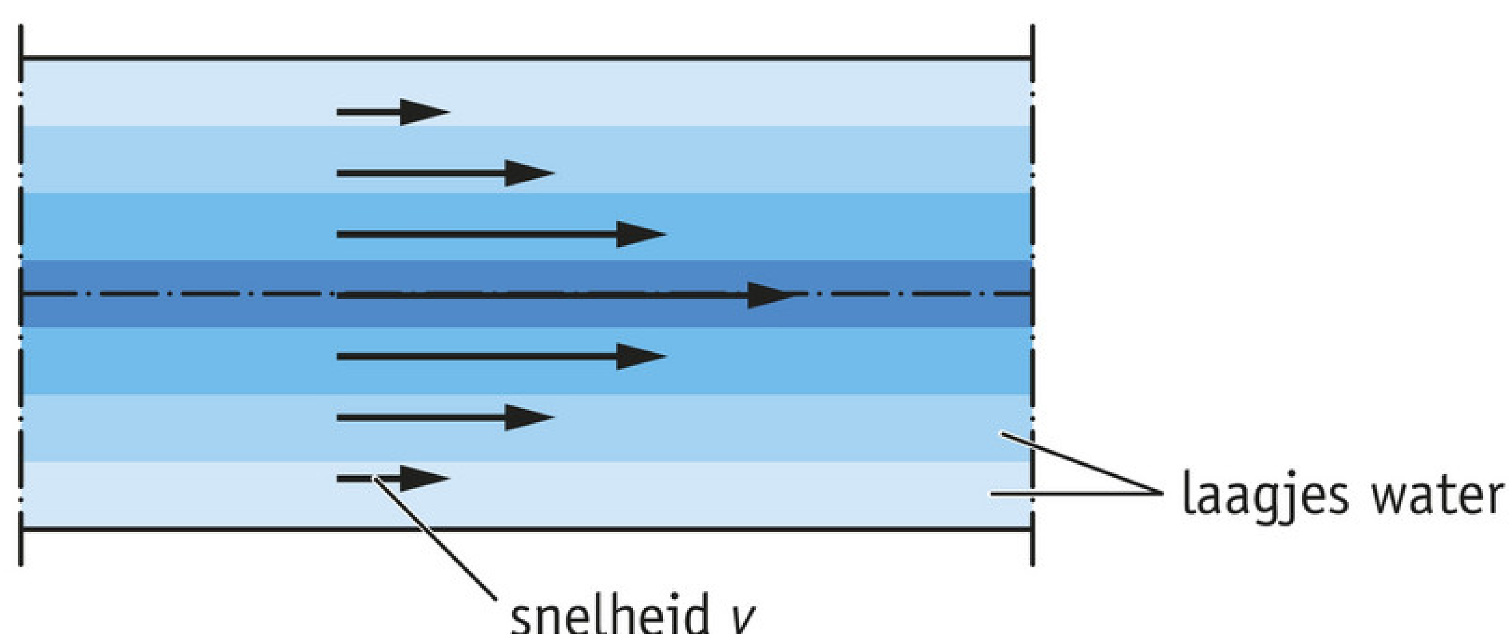
Weerstand tegen stroming

Per minuut wordt zo'n vier tot vijf liter bloed door de aders in je lichaam rondgepompt.
De hoeveelheid bloed die door een bepaalde ader stroomt kun je berekenen met de wet van Poiseuille. Voor het begrijpen van deze wet is het nodig dat je eerst weet wat er met het begrip viscositeit wordt bedoeld.
Als je ketchup op je hamburger wilt doen, loopt de saus stroperig en moeizaam uit de fles. Dat komt doordat een bewegende vloeistof wrijving ondervindt: in de vloeistof zelf, maar ook tussen de vloeistof en zijn omgeving. Deze eigenschap heet **viscositeit**. Een grote viscositeit betekent dat de vloeistof stroperig en kleverig is en daardoor langzaam beweegt. Lava is daar een bekend voorbeeld van (figuur 19).



▲ **figuur 19** Een lavastroom heeft een grote viscositeit.

De viscositeit is een gevolg van de krachten die moleculen op elkaar uitoefenen. In figuur 20 is de vloeistof die door de buis stroomt in gedachten verdeeld in afzonderlijke laagjes. De laagjes die direct contact met de wand van de buis maken, ondervinden de grootste weerstand. Zoals de voortbewegende lava in figuur 19 als het ware blijft plakken aan de grond, zo plakken de buitenste laagjes vloeistof aan de wand van de buis en staan daardoor bijna stil.
De aangrenzende laagjes vloeistof worden iets minder afgeremd en kunnen iets sneller stromen. De laagjes direct ernaast worden weer iets minder afgeremd, enzovoort. In het midden van de buis zal de vloeistof dus het snelst stromen.



▲ **figuur 20** snelheidsverdeling van een stromende vloeistof in een buis

Wet van Poiseuille

Om een vloeistof door een buis te laten stromen is een drukverschil tussen beide uiteinden van de buis nodig. Dit drukverschil kan bijvoorbeeld ontstaan door de werking van een pomp. Een drukverschil geef je aan met het symbool Δp (eenheid pascal of $\mathrm{N\,m^{-2}}$). Door de inwendige wrijving van de vloeistof en de wrijving met de wand zal er anders geen stroming optreden. Wanneer je zorgt voor een drukverschil Δp, zal de vloeistof naar de plek met de lage druk stromen.

De **wet van Poiseuille** geeft het verband tussen het drukverschil Δp en de hoeveelheid vloeistof die per seconde door een dwarsdoorsnede van de buis stroomt:

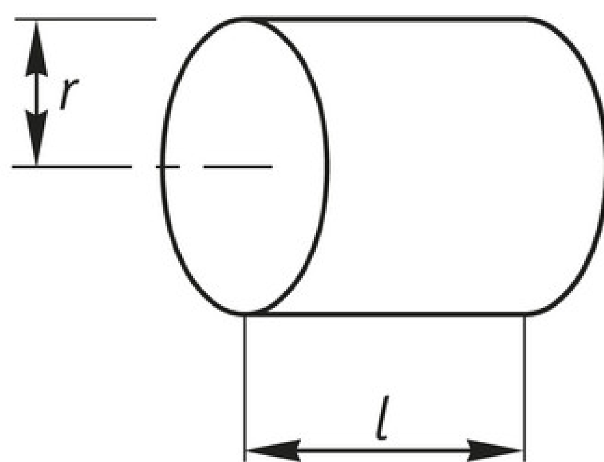
$$\Delta p = I \cdot R$$

Hierin is:
- Δp het drukverschil in pascal (Pa);
- I de stroomsterkte, ook wel volumedebiet genoemd, in kubieke meter per seconde ($m^3\,s^{-1}$);
- R de stromingsweerstand in pascalseconde per kubieke meter ($Pa\,s\,m^{-3}$).

In de elektriciteitsleer is de stroomsterkte de hoeveelheid lading die per tijdseenheid door een doorsnede van een geleider stroomt. In de stromingsleer wordt met de stroomsterkte I het volume bedoeld dat per seconde door een dwarsdoorsnede van een buis (bloedvat) stroomt.
De stromingsweerstand R hangt af van de lengte l en de straal r van de buis waar de vloeistof doorheen stroomt (figuur 21) en bovendien van de viscositeit van de vloeistof:

$$R = \frac{8 \cdot \eta \cdot l}{\pi \cdot r^4}$$

Hierin is:
- R de stromingsweerstand in pascalseconde per kubieke meter ($Pa\,s\,m^{-3}$);
- η de viscositeit van de vloeistof in pascalseconde (Pa s);
- l de lengte van de buis in meter (m);
- r de straal van de buis in meter (m).



▲ **figuur 21** een buis met lengte *l* en straal *r*

Er zijn dus drie factoren die de weerstand bepalen die het bloed in een ader ondervindt:
- de straal van het bloedvat;
- de lengte van het bloedvat;
- de viscositeit van het bloed.

De grootheid die de meeste invloed heeft, is de straal. Een kleine verandering in de straal van een bloedvat leidt tot grote verandering in weerstand.
Een 2× zo lang bloedvat heeft volgens de formule slechts een 2× zo grote weerstand tot gevolg. Maar als de straal 2× zo klein wordt, dan wordt de weerstand maar liefst 16× zo groot.

De wet van Poiseuille geldt eigenlijk alleen voor vloeistoffen die zonder wervelingen stromen en een constante viscositeit hebben. Omdat stromend bloed niet helemaal aan deze voorwaarden voldoet, geeft de wet geen 100% betrouwbare beschrijving van de werkelijkheid. Voor begripsvorming rond de bloedsomloop is hij echter zeer bruikbaar.

Voorbeeldopgave 6

Door een ontsteking in een kleine slagader heeft Luuk een vernauwing van dit bloedvat. Hierdoor is de straal van het bloedvat 1,5× zo klein geworden.
Bereken hoeveel keer zo klein de hoeveelheid bloed wordt die per seconde door de slagader stroomt.

Uitwerking
Ga ervan uit dat de lengte van het bloedvat, de viscositeit en het drukverschil gelijk blijven.
Als je de oude straal van het bloedvat r_1 en de straal van het vernauwde bloedvat r_2 noemt,

dan mag je zeggen: $r_2 = \frac{1}{1{,}5} \cdot r_1 = 0{,}667 \cdot r_1$.

Uit de formule $R = \frac{8 \cdot \eta \cdot l}{\pi \cdot r^4}$ volgt nu dat de stromingsweerstand $\frac{1}{(0{,}667)^4} = 5{,}1\times$ zo groot

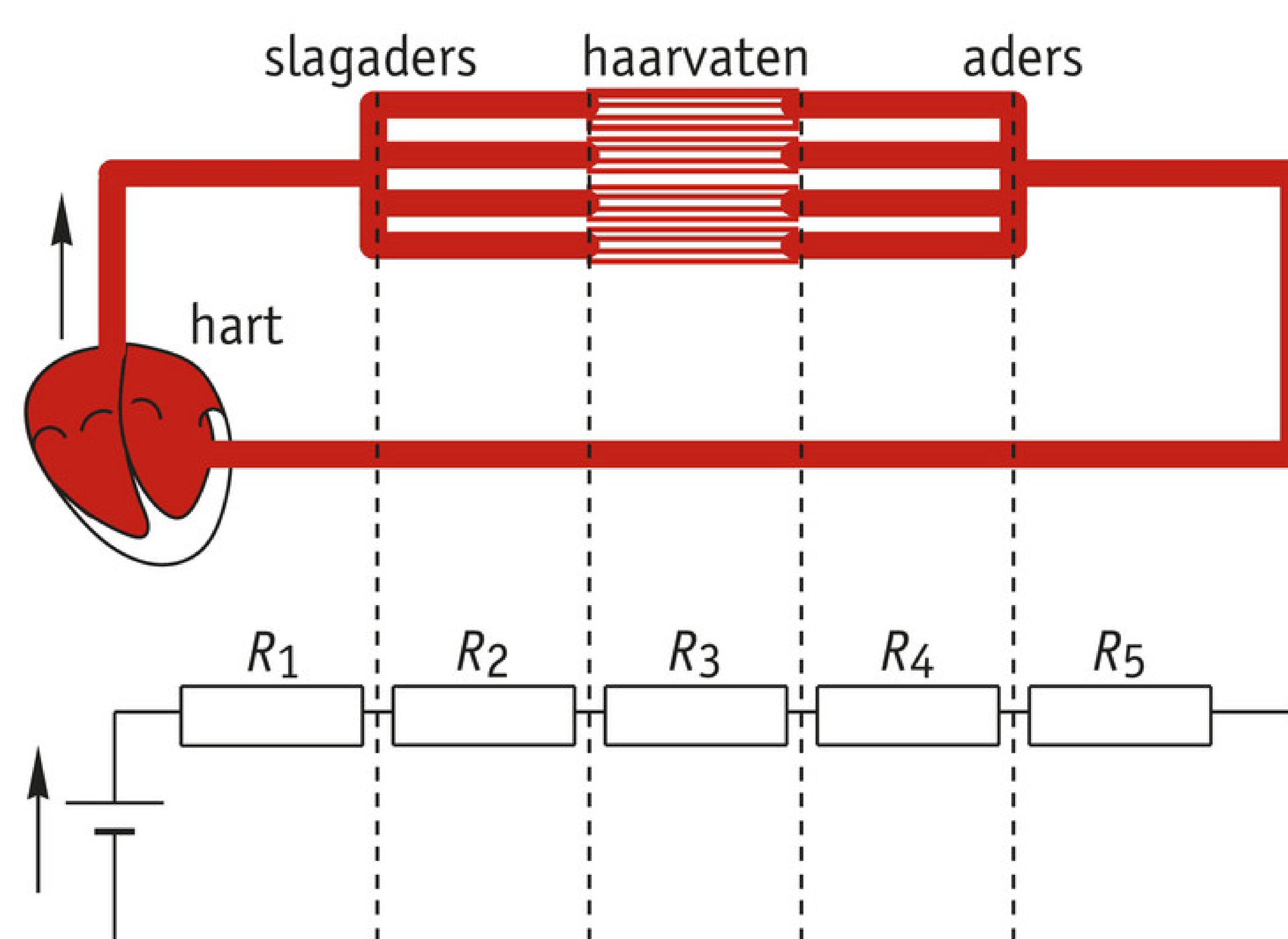
wordt. Uit de formule $\Delta p = I \cdot R$ volgt dan dat, bij gelijkblijvend drukverschil Δp, de stroomsterkte 5,1× zo klein wordt. Dit betekent dat de hoeveelheid bloed die per seconde door de ader stroomt, ongeveer nog maar een vijfde deel is van de oorspronkelijke hoeveelheid.

In voorbeeldopgave 6 zie je dat bij vernauwing van een ader er veel minder bloed doorheen kan stromen. Om dit te compenseren, gaat het hart harder pompen zodat het drukverschil groter wordt. Je kunt dit vergelijken met een elektrische schakeling: als je de weerstand verhoogt, moet je ook de spanning verhogen om de stroomsterkte gelijk te houden. Een groter drukverschil is echter schadelijk voor het hart en zwakke bloedvaten.
Vernauwingen kunnen in het ziekenhuis worden behandeld door te dotteren. Hierbij wordt een leeg ballonnetje met een slangetje via de slagaders naar de plaats van de vernauwing gebracht. Het ballonnetje wordt opgepompt, zodat de wanden van de slagader uit elkaar worden gedrukt. Nadat het ballonnetje is leeggelopen, is de vernauwing meestal verholpen.

Stromingsweerstand: serie en parallel

In figuur 22 zie je een vereenvoudigde weergave van de bloedsomloop in je lichaam. Elke groep aders, ook wel vaatbed genoemd, heeft in deze vereenvoudigde weergave een eigen stromingsweerstand: R_1 tot en met R_5. In zo'n model gelden voor de stromingsweerstanden dezelfde regels als voor elektrische weerstanden die je in hoofdstuk 2 hebt geleerd. De totale stromingsweerstand van dit stelsel is gelijk aan de som van alle afzonderlijke weerstanden samen:

$$R_{tot} = R_1 + R_2 + \ldots + R_5$$



▲ **figuur 22** schematische voorstelling van het vaatstelsel

Zoals je in figuur 22 ziet bestaat elk afzonderlijk vaatbed in dit model uit een aantal parallel geschakelde identieke bloedvaten. Een haarvat is zeer dun en heeft een hoge weerstand. Omdat er echter zeer veel haarvaten zijn, en deze als het ware parallel zijn geschakeld, bieden ze in de praktijk gezamenlijk minder weerstand (zo'n 27%) dan de kleine slagaders (zo'n 41%), die een veel grotere straal hebben, maar waarvan er veel minder zijn.

▶ **EXPERIMENT 2** Stromingsweerstand (onderzoekspracticum)

Onthoud!

- Om het bloed rond te laten stromen, is er een drukverschil over de bloedvaten nodig.
- De bloeddruk varieert van een hoogste waarde (bovendruk of systolische bloeddruk) tot een laagste waarde (onderdruk of diastolische bloeddruk).
- De hoeveelheid bloed die per seconde door een bloedvat stroomt kun je bij benadering berekenen met $\Delta p = I \cdot R$.
- Voor de stromingsweerstand R geldt: $R = \frac{8 \cdot \eta \cdot l}{\pi \cdot r^4}$
- Voor de totale stromingsweerstand van vaten die in serie of parallel zijn gekoppeld, gelden dezelfde substitutieregels als voor elektrische weerstanden.

Opdrachten

19 Varen op een rivier
Als je met een rubberbootje de rivier stroomafwaarts wilt afzakken, kun je het best in het midden varen. Maar als je stroomopwaarts wilt varen, dan kun je het best aan de kant blijven.
Leg uit waarom dat zo is.

20 Afname van stroomsterkte
Stel dat 40 van de ongeveer 200 grote slagaders in je lichaam helemaal verstopt zouden raken. Leg uit met welke factor de stroomsterkte van het bloed door je lichaam zou afnemen als het drukverschil gelijk zou blijven. Ga ervan uit dat alle grote slagaders parallel aan elkaar zijn 'geschakeld'.

21 Bloedvat
De lengte van een bloedvat wordt verdubbeld en zijn straal ook.
a Leg uit wat er met de stromingsweerstand gebeurt.
b Als de stroomsterkte door het bloedvat gelijk blijft, met welke factor neemt het drukverschil dan af?
c Hoe verandert de stroomsterkte als het drukverschil gelijk blijft?

22 Stromingsleer en elektriciteitsleer
Er zijn grote overeenkomsten tussen de elektriciteitsleer en de stromingsleer.
Noteer in tabel 2 de ontbrekende grootheden en eenheden.

▼ **tabel 2** elektriciteitsleer en stromingsleer

	elektriciteitsleer	stromingsleer
wat er stroomt	lading Q in C	volume V in m^3
hoeveel er stroomt	stroomsterkte I in ...	stroomsterkte I in ...
oorzaak van de stroming	spanning ... in V	drukverschil Δp in ...
weerstand tegen stroming	weerstand ... in ...	weerstand R in ...

+23 De wet van Poiseuille
De wet van Poiseuille kun je gebruiken om het drukverschil over de verschillende vaatbedden te berekenen. Ga bij deze opdracht uit van een stroomsterkte van 80 $cm^3\,s^{-1}$ voor elk vaatbed en neem als viscositeit van bloed $4{,}0 \cdot 10^{-3}$ Pa s.
Bereken met behulp van de wet van Poiseuille het drukverschil over de volgende vaatbedden.

a De kleine slagaders. Neem straal r = 31 μm, lengte l = 7,0 mm en aantal slagaders $N = 4{,}8 \cdot 10^5$.

b De haarvaten. Neem straal r = 3,6 μm, l = 2,1 mm en aantal haarvaten $N = 9{,}0 \cdot 10^9$.

c Wat valt je op als je de waarden van de stromingsweerstand die je bij a en b hebt berekend, met elkaar vergelijkt?

24 Bloedsomloop
In figuur 23 is de bloedsomloop in het menselijk lichaam schematisch voorgesteld. In een zeer simpel model kun je ervan uitgaan dat de snelheid v van het bloed overal in het bloedvat even groot en constant is.
De aorta is de belangrijkste ader in je lichaam. De oppervlakte van de doorsnede van deze aorta is gemiddeld 4,0 cm^2.

a Bereken de straal van de aorta.

Het hart van een bepaald persoon pompt 80 cm^3 bloed per seconde in de aorta. In het lichaam van deze persoon bevindt zich 4,8 liter bloed.

b Bereken hoe vaak deze hoeveelheid bloed per uur wordt rondgepompt.

De hartslag van deze persoon is 96 slagen per minuut.

c Bereken hoeveel kubieke centimeter bloed per hartslag wordt rondgepompt.

De stroomsterkte I in de formule $\Delta p = I \cdot R$ wordt ook wel het *debiet* genoemd. Het debiet is het aantal kubieke meter bloed dat per seconde door de aorta wordt gepompt. Er geldt:

$$debiet = v \cdot A$$

Hierin is:

- v de snelheid van het bloed in het bloedvat in $m\,s^{-1}$;
- A de oppervlakte van de doorsnede van de aorta in m^2;

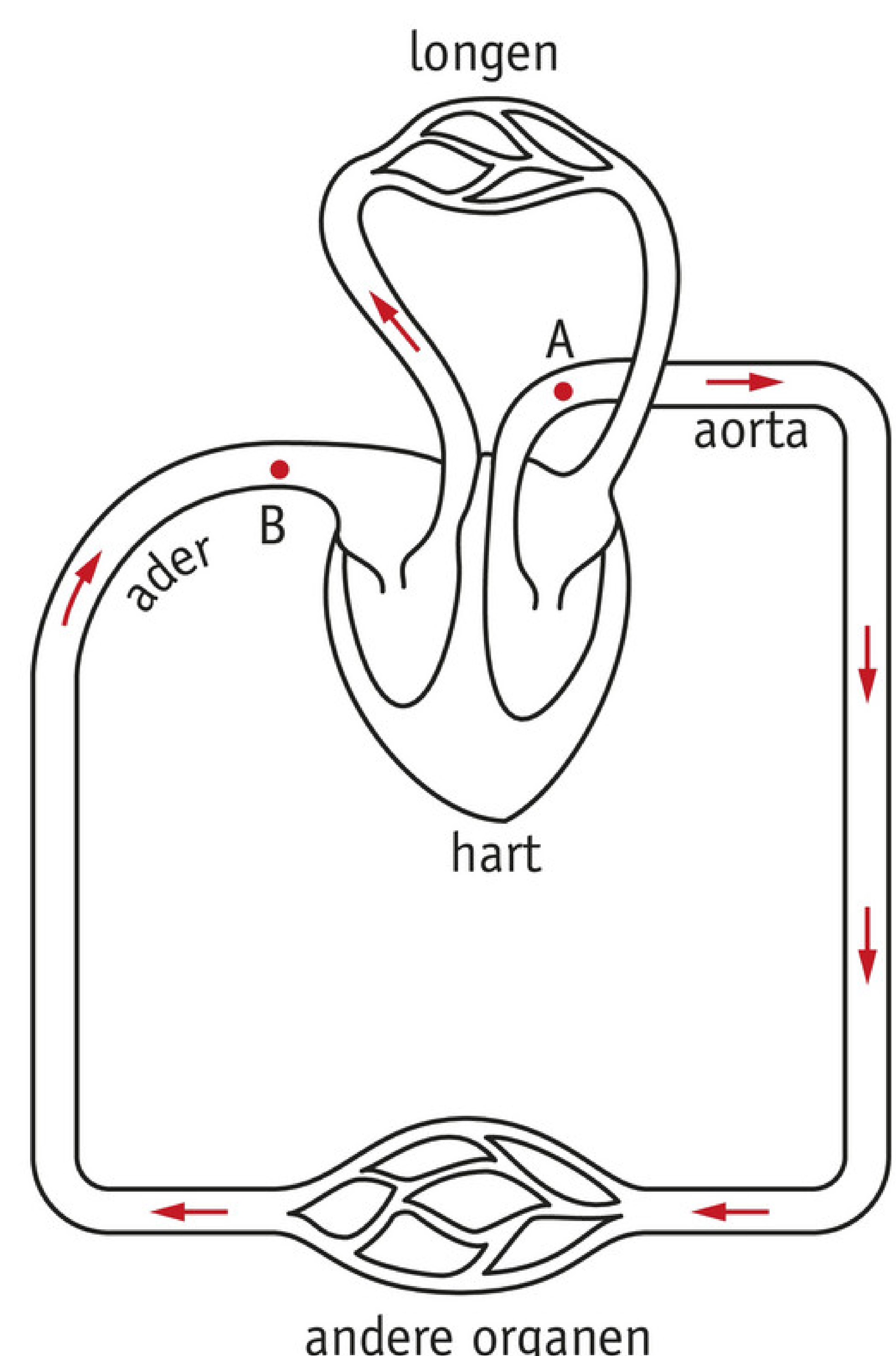
d Bereken de snelheid waarmee het bloed door de aorta stroomt.

Stel dat de aorta zich op het einde zou vernauwen tot een cirkelvormige dwarsdoorsnede met oppervlakte van 3,6 cm^2.

e Leg met behulp van bovengenoemde formule uit of de snelheid van het bloed in deze vernauwing groter of kleiner wordt.

De hoeveelheid bloed die per seconde wordt rondgepompt, hangt onder meer af van het drukverschil dat het hart onderhoudt tussen A en B. Zie figuur 23. Het drukverschil tussen die punten A en B bedraagt 15 kPa.

f Bereken de totale stromingsweerstand die het bloed tussen de punten A en B ondervindt.



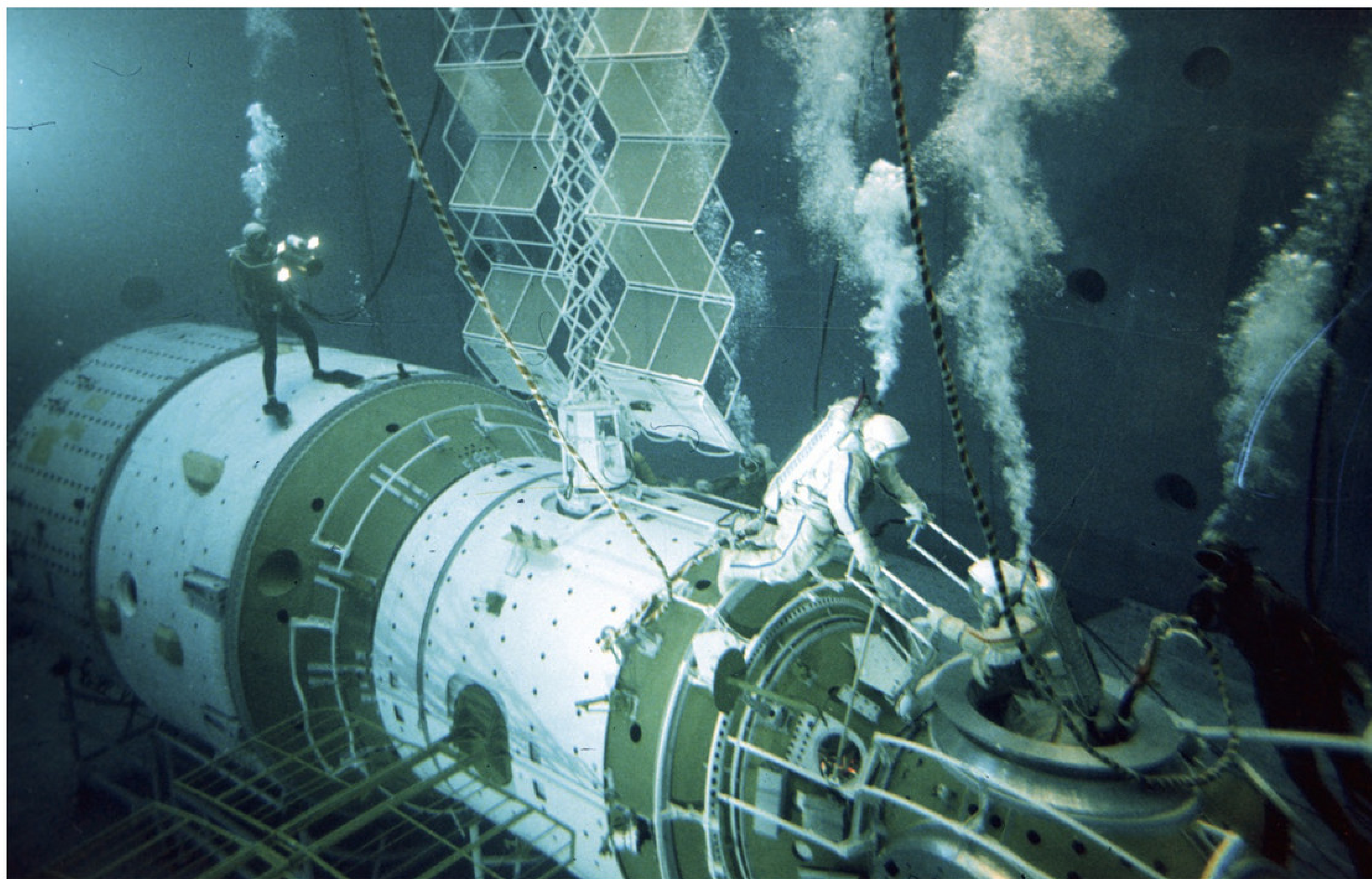
▶ **figuur 23** schematische weergave van de bloedsomloop in het menselijk lichaam

Eindopdracht

25 Trainingspak van een astronaut

Astronauten oefenen vaak voor hun ruimtemissies in onderwaterbassins (figuur 24). Ze dragen dan speciale 'trainingspakken' en bootsen het uitvoeren van reparaties aan een ruimteschip na. Om gewichtloosheid te ervaren worden ze voorzien van gewichten zodat de opwaartse kracht die ze ondervinden gelijk is aan de zwaartekracht. Ze zweven dan in het water, net als in de ruimte.

a Welk verschil zal de astronaut merken tussen het uitvoeren van een reparatie onder water en in de ruimte?



▲ **figuur 24** training in een onderwaterbassin

Een toekomstige astronaut heeft een massa van 73 kg. Het 'trainingspak' van deze astronaut wordt verzwaard met een loden gewicht van 30 kg op de borst en vier loden gewichten van 0,50 kg in speciale zakken bij de armen en benen. Op deze manier wordt ervoor gezorgd dat de astronaut in het water blijft zweven.

b Leg uit waarom voor deze gewichtsverdeling wordt gekozen, in plaats van één gewicht van 32,0 kg.

Het volume van het trainingspak is 0,15 m^3.

c Bereken de massa van het lege pak.

In een 'echt' ruimtepak zit een soort vest met smalle buisjes waar water doorheen loopt. Als de astronaut in het ruimtepak gaat werken, zou hij namelijk door oververhitting flauw kunnen vallen. Het water voert de lichaamswarmte weg naar een warmtewisselaar in een rugzak die de warmte uitstraalt naar de omgeving.

d Hoe noem je elektromagnetische straling die de warmtewisselaar uitzendt?

In het ruimtepak is tot wel 90 m aan buisjes verwerkt. René en Monique discussiëren over de vraag hoe de buisjes in het vest kunnen zijn verwerkt. René denkt dat er door het vest één lange buis van 90 m loopt (ontwerp 1). Monique denkt dat het vest bestaat uit 90 buisjes van 1,0 m die parallel zijn geschakeld (ontwerp 2).

e Noem van beide ontwerpen een voordeel en een nadeel.

f Bereken hoeveel keer de druk van de waterpomp groter zou moeten zijn bij ontwerp 1 ten opzichte van ontwerp 2, bij dezelfde hoeveelheid waterdoorvoer per seconde. Ga ervan uit dat bij beide ontwerpen de dikte van de slangen hetzelfde is.

5 Practicum

EXPERIMENT 1 Videoanalyse in de sport (onderzoekspracticum)

Inleiding
Bij veel sporten, zoals zwemmen, wordt onderzoek gedaan met behulp van videoanalyse om de prestaties en technieken van de sporters te verbeteren. Bij dit experiment voer je zelf zo'n onderzoek uit. De beelden kun je analyseren met Coach of een gratis programma, zoals Tracker. Je kunt de opnamen zelf maken of op internet zoeken.

Onderzoeksvragen
Hier staan twee suggesties voor een onderzoek, maar je mag ook zelf een onderzoeksvraag bedenken.

1. Hoe verloopt de start van een sprinter? Onderzoek de verschillen tussen diverse starttechnieken, bijvoorbeeld een staande of knielende starthouding. Kijk in elk geval naar het verloop van de snelheid en de versnelling bij de verschillende starthoudingen.
2. Hoe hangt de afstand bij verspringen af van de aanloopsnelheid? Zorg ervoor dat je tijdens deze metingen de afzethoek met de ondergrond gelijk houdt.

Benodigdheden
geschikte camera; computer met software voor videometen, zoals Coach

Uitvoering
Zoek geschikte opnamen op internet of maak ze zelf. Let in het laatste geval altijd goed op de veiligheid. Vraag van tevoren om advies als je ook maar enigszins twijfelt.

Verwerking

Schrijf een onderzoeksverslag met in elk geval de volgende onderdelen:

- onderzoeksvraag;
- onderzoeksopzet;
- meetresultaten;
- bespreking en conclusies.

EXPERIMENT 2 Stromingsweerstand (onderzoekspracticum)

Inleiding
Een vloeistof die door een buis stroomt, ondervindt weerstand. De grootte van de weerstand hangt af van de viscositeit van de vloeistof, de lengte van de buis en de straal van de buis. De stromingsweerstand is experimenteel te bepalen uit de stroomsterkte I door een buis en het drukverschil Δp over deze buis. Er geldt immers: $\Delta p = I \cdot R$

Onderzoeksvragen

1. Hoe groot is de stromingsweerstand van een buis met een bepaalde vaste straal en lengte?
2. Klopt de gemeten stromingsweerstand met de op grond van de theorie verwachte stromingsweerstand die je uit de straal, lengte en viscositeit van de vloeistof kunt berekenen?

Benodigdheden
lang buisje of rietje; fles met een aantal gaatjes afgesloten door kurken; een kurk met een doorvoergat voor het buisje; maatbeker (500 mL); maatcilinder; opvangbak; stopwatch

Uitvoering

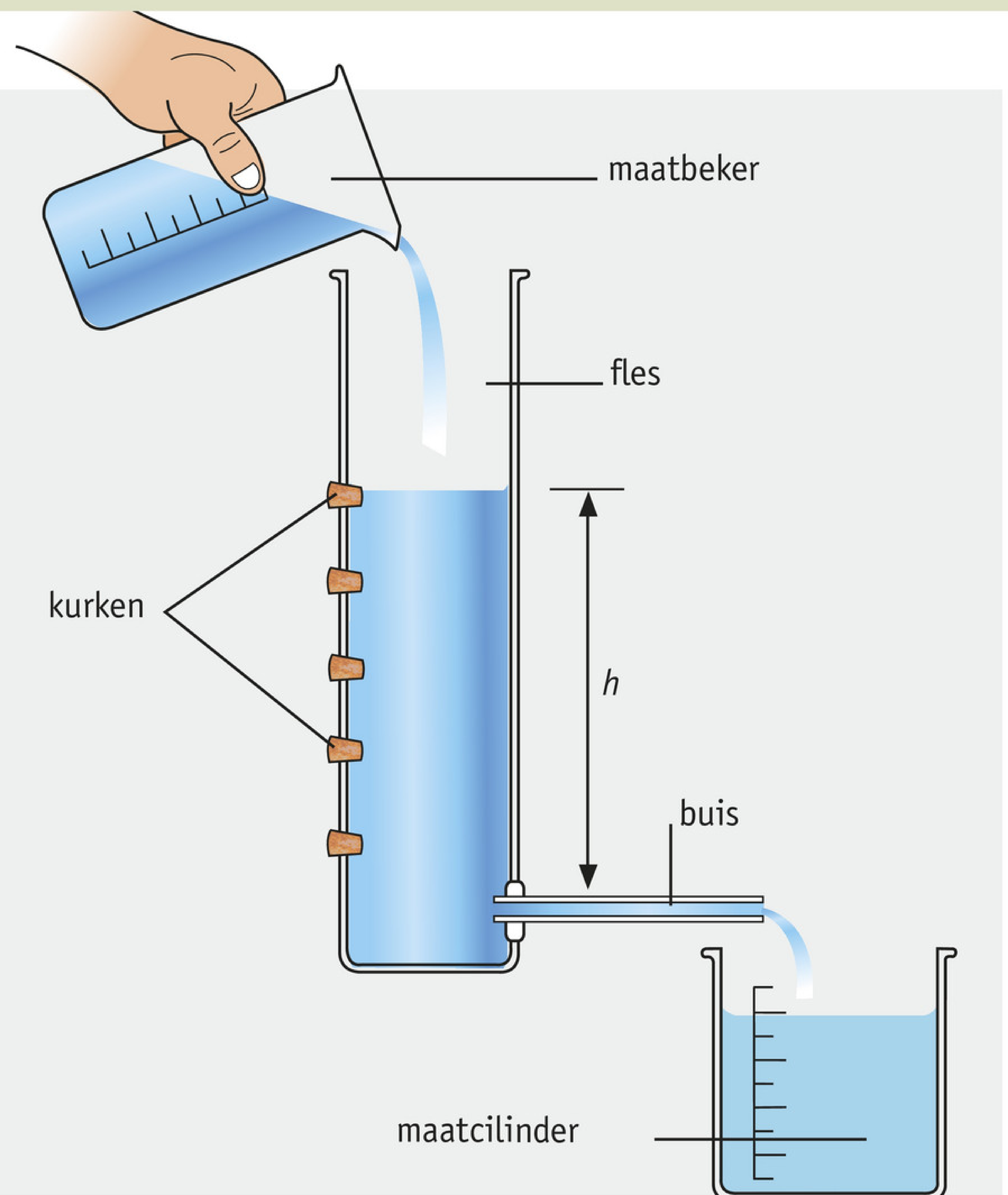
- Bouw de opstelling van figuur 25.
- Verwijder de bovenste kurk. Vul de fles met water bij tot het niveau van de bovenste kurk. Meet vervolgens de tijd waarin een bepaalde hoeveelheid water door de buis in de maatcilinder loopt, bijvoorbeeld 200 mL. Zorg ervoor dat je de hoogte h van het waterpeil gelijk houdt door met de maatbeker de fles constant bij te vullen. Plaats de fles in een opvangbak om water dat eventueel overstroomt op te vangen.
- Plaats de ontbrekende kurk weer terug. Verwijder vervolgens de volgende kurk en herhaal op deze wijze de metingen bij verschillende hoogten h.

Verwerking

1. Maak in Excel een tabel van je meetresultaten.
2. Bereken bij elke meting de stroomsterkte door het opgevangen volume water te delen door de tijd. Voeg deze resultaten toe aan de tabel.

3 Bereken bij elke meting het drukverschil Δp. Dit drukverschil Δp (in pascal) is te berekenen met de formule $\Delta p = 9{,}8 \cdot 10^3 \cdot h$ (waarbij h in meter). Voeg ook deze resultaten toe aan de tabel.
4 Maak een grafiek van de stroomsterkte als functie van het drukverschil.

Conclusie
5 Beantwoord de onderzoeksvragen.



▶ **figuur 25** de opstelling van experiment 2

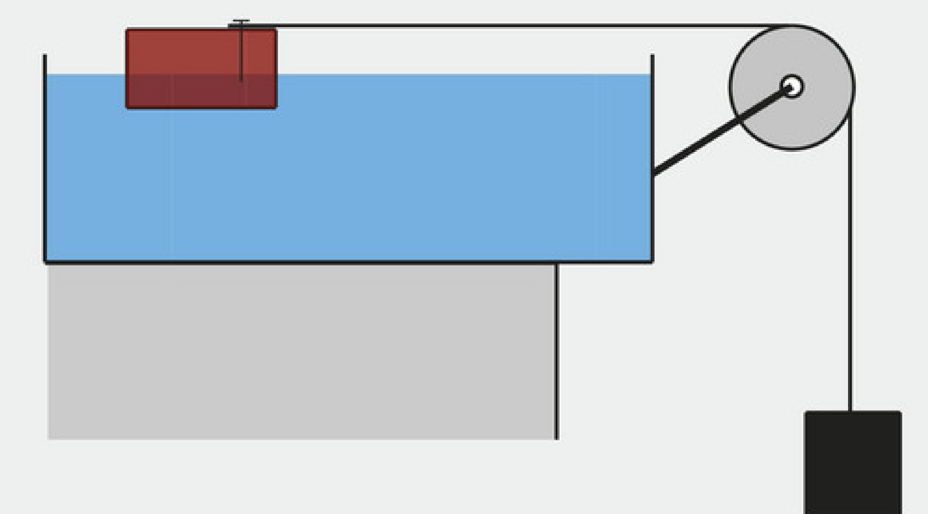
ONDERZOEK Weerstand

Inleiding
Een zwemmer bereikt een constante eindsnelheid als de voortstuwende kracht die hij uitoefent gelijk is aan de wrijvingskracht. In dit onderzoek bekijk je hoe de wrijvingskracht afhangt van de lichaamsbouw van de zwemmer. De massa van de zwemmer is hierbij constant. De bouw van een kleine brede zwemmer wordt nagebootst met een kort blok hout met een groot frontaal oppervlak; een lange dunne zwemmer door een lang blok hout met een klein dwarsoppervlak.

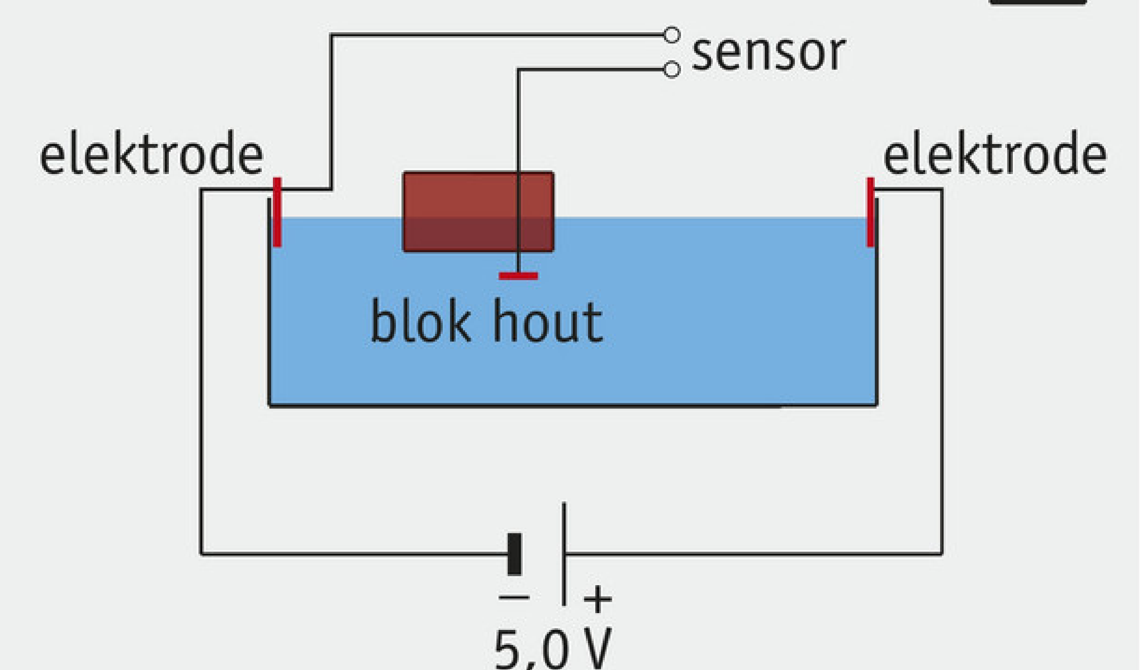
Onderzoeksvraag
Is de wrijvingskracht afhankelijk van de lichaamsbouw van een zwemmer?

Praktisch
Neem voor het beantwoorden van de onderzoeksvraag verschillende blokken van dezelfde houtsoort met gelijke massa, maar met verschillende lengten en dus ook verschillende frontale oppervlakten. Als ‘zwembad’ kun je een langwerpige waterbak gebruiken, eventueel van binnen bekleed met vijverfolie. De voortstuwing vindt plaats door een koord te bevestigen aan het houtblok, deze over een katrol te leggen en aan het andere uiteinde een gewicht vast te maken zoals in figuur 26.
Als afstandssensor kun je aan de binnenkant van de bak twee koperen elektroden plaatsen die zijn aangesloten op 5,0 V. Door het blok hout bevestig je een derde elektrode, zoals in figuur 27. De spanning die naar de computer wordt toegevoerd is nu evenredig met de afgelegde afstand.

Conclusie
Beantwoord de onderzoeksvraag.



▶ **figuur 26** voortstuwing in de waterbak door middel van een gewicht



▶ **figuur 27** proefopstelling waterbak met elektroden

Maak de online diagnostische toets (Test jezelf).

Antwoorden

Hier vind je de numerieke antwoorden op de vragen in het boek.
De volledige uitwerkingen staan in het uitwerkingenboek.

8 Zuinig met energie

Praktijk

1	a	$2{,}3 \cdot 10^3$ h
	b	0,16
2	b	$3{,}1 \cdot 10^6$ W
	c	96%
	d	$1{,}0 \cdot 10^5$

Theorie

2	a	$1{,}9 \cdot 10^3$ N
	b	$1{,}7 \cdot 10^5$ J
	c	$5{,}1 \cdot 10^{-3}$ L
	d	7,2 km
3	a	13,2 J
	c	2,7 J
	d	20%
4		$3{,}1 \cdot 10^2$ m
5	a	180 W
	b	0,783 A
	c	$3{,}2 \cdot 10^4$ J
	d	0,21 cent
	e	0,0050 MWh
6	a	16%
	b	7,2 m s^{-1}
7	a	$2{,}4 \cdot 10^9$ J
	b	$1{,}7 \cdot 10^2$ L
	c	$1{,}1 \cdot 10^5$ N
8	a	417 A
	b	69,4%
+9	a	$1{,}1 \cdot 10^4$ W
	b	$6{,}1 \cdot 10^3$ W
	c	0,55
+10	a	16 m s^{-2}
	b	$1{,}4 \cdot 10^6$ W
	c	16%
12	a	0,16 kg m^{-1}
	b	$7{,}1 \cdot 10^4$ J
13	a	$6{,}6 \cdot 10^4$ J
	b	14 N
14	c	$4{,}0 \cdot 10^5$ W
	d	$2{,}9 \cdot 10^2$ km
	e	0,88 h
15	d	10 kWh
+16	c	$1{,}7 \cdot 10^3$ N
	d	$1{,}7 \cdot 10^3$ N
	e	$3{,}2 \cdot 10^2$ N
19	b	$2{,}5 \cdot 10^7$ J
	c	$2{,}29 \cdot 10^8$ kWh
	d	$5{,}5 \cdot 10^4$ huishoudens
	e	4,4 kg
21	b	1,4 GW
	c	$4{,}2 \cdot 10^3$ GWh
	e	$5{,}1 \cdot 10^{11}$ J
24	a	$2{,}8 \cdot 10^7$ J kg^{-1}
	b	$16 \cdot 10^6$ J kg^{-1}
26	a	81 km
	c	0,12 kWh km^{-1}
	d	$3{,}8 \cdot 10^2$ N
	e	7,56 A
27	a	0,035 °C m^{-1}
	b	$3{,}4 \cdot 10^8$ J
	c	$2{,}2 \cdot 10^7$ J
28	a	0,96 W
	b	16 mm
+29	a	16 kg
	b	$67 \cdot 10^3$ L
	d	$1{,}6 \cdot 10^4$ L
30	a	$6{,}8 \cdot 10^4$ J
	b	16 A
	c	$4{,}2 \cdot 10^3$ J kg^{-1}
	d	6,2 L

9 Trillingen en golven

Praktijk

1	b	$1{,}7 \cdot 10^3$ m s^{-1}
	c	1,1 m
2	a	P-golf: 28 s S-golf: 48 s
	b	$1{,}7 \cdot 10^5$ m

Theorie

2	a	0,013 s
	b	20 Hz
3	b	8,0 Hz
4	a	2,5 m
	b	$2{,}3 \cdot 10^{-5}$ Hz
5	a	1,3 Hz
	c	0,43 s
+6	a	0,4 s, 2,6 s, 3,6 s, 5,8 s en 6,7 s
	b	1,5 s en 4,7 s
	c	4,5 m
9	a	0,025 s
	b	440 Hz
10	a	$3{,}95 \cdot 10^3$ N m^{-1}
	b	0,18 s, 0,56 s, 0,93 s en 1,31 s
	c	1,3 Hz
11	a	$1{,}8 \cdot 10^4$ N m^{-1}
	b	$4{,}4 \cdot 10^3$ N m^{-1}
	c	0,71 s
12	d	1,7 s
+13		7,2 cm
14	a	0,092 m
	b	1,5 Hz
16	a	0,26 s
	b	3,65 s
17	b	1,9 s
18	c	0,20 m
	d	0,32 s
	e	1,0 m s^{-1}
	h	0,02 m, 0,12 m en 0,22 m
	i	0,07 m, 0,17 m en 0,27 m
19	a	0,55 m
	b	3,6 m
+22	a	17,2 °C
	b	26,4 m
	c	16,5 °C
+23	a	$2{,}8 \cdot 10^3$ m
	b	23 N m^{-1}
	c	4,9 km s^{-1}
27	b	17 m s^{-1}
	c	7,7 Hz
28	a	2,00 m
	b	1,00 m
	c	230 Hz en 345 Hz
	d	1 : 2 : 3
29	b	1,6 m
	c	$7{,}7 \cdot 10^2$ m s^{-1}
+30	a	0,50 m
+31		1 : 3 : 5
34	a	$5{,}2 \cdot 10^2$ Hz
	b	20,0 m s^{-1} K$^{-½}$
35	b	$4{,}5 \cdot 10^2$ m s^{-1}

39 c $9{,}34 \cdot 10^{-6}$ m
41 a $6{,}0 \cdot 10^{13}$ Hz
43 b $2{,}229 \cdot 10^{3}$ K
44 a $3{,}86 \cdot 10^{3}$ K
+45a 20 Hz
b $2{,}0 \cdot 10^{10}$ W
c 36 W
d $4{,}8 \cdot 10^{18}$
46 c 4,0 h
e 13 km

10 Aarde en heelal

Praktijk

1 a $42{,}23 \cdot 10^{6}$ m
b 1,526 h

Theorie

8 a $1{,}083 \cdot 10^{21}$ m^3
b $5{,}514 \cdot 10^{3}$ kg m^{-3}
13 b 463,3 m s^{-1}
c 231,7 m s^{-1}
14 $5{,}48 \cdot 10^{3}$ s
15 $2{,}3 \cdot 10^{3}$ m s^{-1}
16 a $1{,}4 \cdot 10^{3}$ N
+17a $1{,}7 \cdot 10^{2}$ N
b 45 N
c 194 N
20 $4{,}4 \cdot 10^{-7}$ N
21 b $1{,}98 \cdot 10^{20}$ N
22 b $3{,}541 \cdot 10^{22}$ N
23 a 982 N
b 974 N
24 b 157 kg
+25a 25,94 m s^{-2}
b 78,5 m s^{-2}
27 a 27,33 dagen
28 a $1{,}422 \cdot 10^{4}$ N
b 6,900 km s^{-1}
c 2,117 h
29 $1{,}99 \cdot 10^{30}$ kg
+30a 1 : 9
b 81 : 1
+31b Aarde $3{,}362 \cdot 10^{18}$ $m^3 s^{-2}$
Mars $3{,}364 \cdot 10^{18}$ $m^3 s^{-2}$
36 $4{,}0 \cdot 10^{13}$ km
37 457 lichtjaar
38 b 1,8%
+40a $8{,}0 \cdot 10^{64}$ kg
b $1{,}6 \cdot 10^{10}$ jaar
c $4 \cdot 10^{60}$ kg
41 b $3{,}59 \cdot 10^{7}$ m
c $1{,}2 \cdot 10^{2}$ N
d $1{,}5812 \cdot 10^{-5}$ lichtjaar
e $1{,}6 \cdot 10^{6}$ jaar
f $8{,}3 \cdot 10^{-4}$ N

11 Radioactiviteit

Praktijk

3 c 7 MBq
d 7,0 h
4 b $6{,}7 \cdot 10^{8}$

Theorie

7 a $22 \cdot 10^{-26}$ kg
b 53,940 3 u
+11c 15,6 ms
d $2{,}00 \cdot 10^{5}$
16 c $7{,}62 \cdot 10^{-13}$ J
d $1{,}51 \cdot 10^{7}$ m s^{-1}
e $1{,}7 \cdot 10^{11}$
f $1{,}0 \cdot 10^{9}$ s
19 a $1{,}5 \cdot 10^{24}$
b $5{,}3 \cdot 10^{24}$
20 a 6,0 h
b $6{,}1 \cdot 10^{11}$
c $5{,}0 \cdot 10^{10}$
21 a 8,0 h
c $3{,}3 \cdot 10^{11}$ Bq
d $3{,}0 \cdot 10^{11}$ Bq
22 c 0,29 µg
e $2{,}21 \cdot 10^{-12}$ kg
f $1{,}6 \cdot 10^{7}$ m s^{-1}
23 a $7{,}4 \cdot 10^{12}$
c $6{,}5 \cdot 10^{12}$
25 c $1{,}6 \cdot 10^{2}$ Bq
26 b 0,37 mm
c 40 Bq
27 b 6,0 cm
29 a 96,9%
b 71 cm
+30b 2,0 m
34 0,14 J kg^{-1}
+35b $1{,}2 \cdot 10^{2}$ s
36 a $6{,}7 \cdot 10^{16}$ Bq
37 a 7,1%
e 34 dagen
f $1{,}5 \cdot 10^{5}$ Bq
38 e $2{,}9 \cdot 10^{5}$ Bq
f $1{,}8 \cdot 10^{-9}$ kg
g 96,9%
h $2{,}3 \cdot 10^{-7}$ J kg^{-1}

12 Medische beeldvorming

Praktijk

1 50
2 $8{,}30 \cdot 10^{4}$ eV

Theorie

3 b 1,6 Hz
+4 a $24 \cdot 10^{-6}$ V
b $2{,}5 \cdot 10^{2}$ Hz
c 0,40 ms
5 a 1,35 Hz
b 81
6 97
9 c 8,0 cm
10 a $1{,}6 \cdot 10^{-14}$ J
b $2{,}4 \cdot 10^{19}$ Hz
c $1{,}2 \cdot 10^{-11}$ m
d 12,5%
e 0,78%
12 a 16,5 cm
b $5{,}4 \cdot 10^{-4}$ J
c 77 mSv
+13a $4{,}74 \cdot 10^{-15}$ J
b 29,6 kV
c $8{,}54 \cdot 10^{4}$ m s^{-1}
d $2{,}14 \cdot 10^{18}$ Hz
$1{,}40 \cdot 10^{-10}$ m
16 b 1,5 mm
d $6{,}4 \cdot 10^{3}$ Hz
17 a $7{,}7 \cdot 10^{8}$ Hz
c $5{,}1 \cdot 10^{5}$
18 f $2{,}3 \cdot 10^{8}$ Bq
+19a 10^{-9} s
20 c $8{,}79 \cdot 10^{-12}$ m
21 a $5{,}00 \cdot 10^{-2}$ m
b 0,133 ms.
c 20,6 cm
e $15 \cdot 10^{-3}$
22 b 0,90 mm
c $3{,}6 \cdot 10^{10}$
d 0,48 mSv
f $1{,}6 \cdot 10^{3}$ m s^{-1}
g 10 µs

13 Aarde en klimaat

Praktijk

2 a $7{,}0 \cdot 10^{3}$ N
4 28 °C

Theorie

3 a $1{,}52$ kg m^{-3}
4 a 0,48 g
b 74%
+6 a $8{,}0 \cdot 10^{3}$ m
17 a 57%
22 a 0,12 g
b 0,060 g
30 c $9{,}6 \cdot 10^{2}$ W m^{-2}
33 a $2 \cdot 10^{1}$ y
b 10^{18} J
c $4{,}0 \cdot 10^{16}$ m^{3}
g $4{,}0 \cdot 10^{5}$ N

14 Het menselijk lichaam

Praktijk

3 c $3{,}2 \cdot 10^{2}$ L/h
d 18 kPa
e $1{,}8 \cdot 10^{-4}$ L/h
f $2{,}5 \cdot 10^{-3}$ L/h

Theorie

1 0,21 kg
3 a $2{,}5 \cdot 10^{2}$ W
b 0,090 kg
+4 b 0,070 m^{2} K W^{-1}
c $4{,}0 \cdot 10^{2}$ W
e 26 °C
10 $3{,}5 \cdot 10^{3}$ Hz
12 a 3,7 h
b 17 miljoen
14 b 44,6 L
16 b 67
c 75 s
d $7{,}7 \cdot 10^{2}$ W
e 84 N

18 c 3 m s^{-1}
d $8 \cdot 10^{1}$ N
+23a $1{,}3 \cdot 10^{4}$ Pa
b $1{,}1 \cdot 10^{4}$ Pa
24 a 1,1 cm
b 60×
c 50 cm^{3}
d 0,20 m s^{-1}
f $1{,}9 \cdot 10^{8}$ Pa s m^{-3}
25 c 45 kg
f $8{,}1 \cdot 10^{3}$×

Register

Colofon

Auteurs
Rick Cremers
Louis Lenders
François Molin

Eindredactie
Emile Verstraelen

Met medewerking van
Bart-Jan van Lierop
Hans Stevens

Ontwerp
Uitgeverij Malmberg, 's-Hertogenbosch

Foto omslag
Feature China / Barcroft Media

Opmaak
Nieuwe Stijl, Den Haag

Beeldverwerving
B en U International Picture Service, Amsterdam

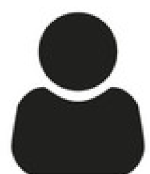
Illustraties
Erik Eshuis Infographics, Groningen

Foto's
Science Photo Library / ANP Photo, Den Haag: p. 5, 40, 41, 67, 114 b, o, 137, 187, 202 o, 204, 244, 249
Shutterstock: p. 8, 10, 28, 37, 38, 47, 50, 77, 93, 94 b, o, 105, 108, 109, 130, 136, 149 r, 190 l, r, 191 b, lo, ro, 192, 195 o, 196, 197 b, 201, 205, 207 b, o, 215 o, 217, 221 l, 234, 252, 253 r, 260, 275, 276 b
Examen Natuurkunde: p. 11, 19, 42, 44, 57 r, 65, 87 m, o, 88 b, 118, 124, 204 r
Merlijn Michon Fotografie, Amsterdam: p. 17 rm, 21
Getty Images: p. 22 o, 24, 97 b, 148, 155, 220, 267 l, r, 281
ESA: p. 110
NASA: p. 140, 224 l
Hollandse Hoogte, Den Haag: p. 145, 150, 158 b, 253 l
Wikimedia Commons: p. 156, 214, 215 b
PHYWE Systeme GmbH & Co. KG, Göttingen, Duitsland: p. 174 b
123RF: p. 178
ANP Photo, Den Haag: p. 107, 180, 222 lb
National Library of Medicine, Bethesda, Maryland: p. 199
Imageselect, Wassenaar: p. 216, 231 b
Het Utrechts Archief, H. Saftleven: p. 222 rb
Peter Laarakker / Visual Photo Design: p. 247, 248
De Beeldunie, Amsterdam: p. 256

ISBN: 978 94 020 7305 8
Release 2.1, eerste oplage

MALMBERG

MAX


Je mag dit boek houden.
Handig als naslagwerk.


Je mag in dit boek schrijven
en aantekeningen maken.


Je hebt ook toegang tot
de online leeromgeving.

AUTEURS

Rick Cremers

Louis Lenders

François Molin

EINDREDACTIE

Emile Verstraelen

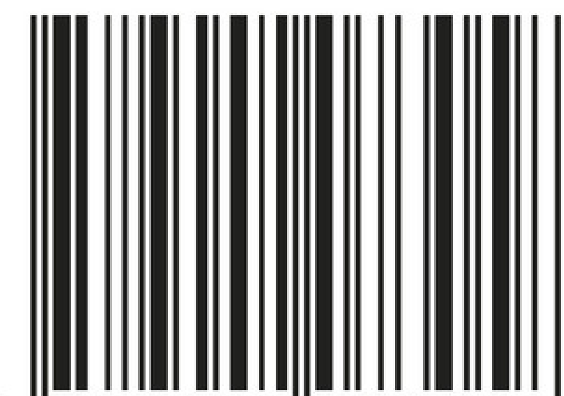
MET MEDEWERKING VAN

Bart-Jan van Lierop

Hans Stevens

Release 2.1

ISBN 978 94 020 7305 8



598787-01

MALMBERG